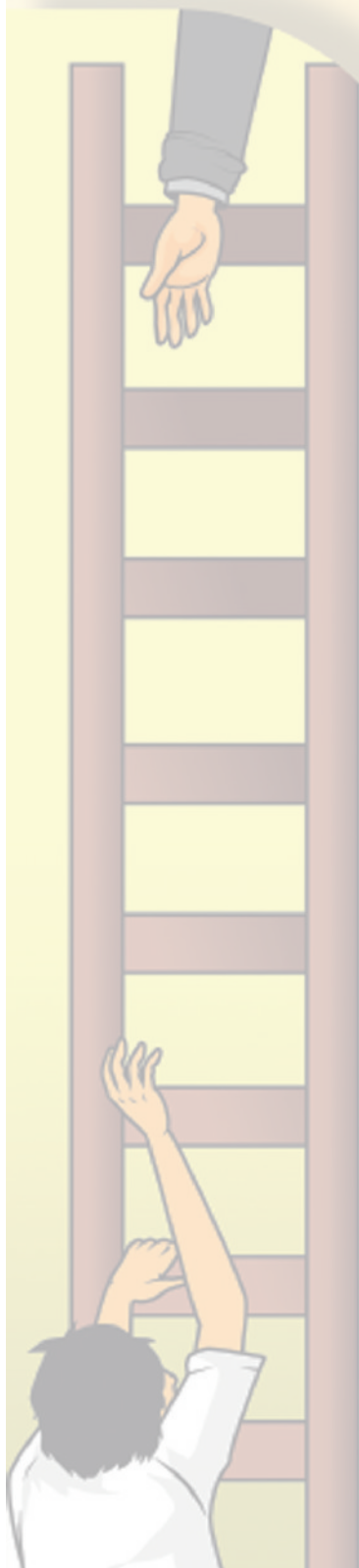
EDISI REVISI 2017

Buku Guru
MATEMATIKA

SMP/MTs

KELAS

VIII

Disklaimer: *Buku ini merupakan buku guru yang dipersiapkan Pemerintah dalam rangka implementasi Kurikulum 2013. Buku guru ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, dan dipergunakan dalam tahap awal penerapan Kurikulum 2013. Buku ini merupakan "dokumen hidup" yang senantiasa diperbaiki, diperbaharui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan yang dialamatkan kepada penulis dan laman http://buku.kemdikbud.go.id atau melalui email buku@kemdikbud.go.id diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.*

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

Indonesia. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
Matematika : buku guru/ Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.-- . Edisi Revisi
Jakarta : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2017.
xii, 408 hlm. : ilus. ; 25 cm.

Untuk SMP/MTs Kelas VIII
ISBN 978-602-282-991-1 (jilid lengkap)
ISBN 978-602-282-993-5 (jilid 2)

1. Matematika -- Studi dan Pengajaran I. Judul
II. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

510

Penulis : Abdur Rahman As'ari, Mohammad Tohir, Erik Valentino, Zainul Imron, Ibnu Taufiq.

Penelaah : Agung Lukito, Ali Mahmudi.

Pereview Guru : Dedi Hidayat.

Penyelia Penerbitan : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Cetakan Ke-1, 2014 ISBN 978-602-282-085-7 (jilid 2)
Cetakan Ke-2, 2017 (Edisi Revisi)
Disusun dengan huruf Times New Roman, 11 pt.

Kata Pengantar

Syukur alhamdulillah penulis panjatkan kehadirat Allah Swtmr., karena hidayah dan inayah-Nya penulisan buku guru ini dapat terselesaikan dengan waktu yang telah ditetapkan oleh Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia.

Buku Guru ini merupakan petunjuk kegiatan pembelajaran yang terdapat pada buku siswa untuk jenjang Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah berdasarkan Kurikulum 2013 dengan tujuan untuk membantu Guru dalam proses membelajarkan Matematika.

Matematika adalah bahasa universal dan karenanya kemampuan matematika siswa suatu negara sangat mudah dibandingkan dengan negara lain. Selain dari itu, matematika juga dipakai sebagai alat ukur untuk menentukan kemajuan pendidikan di suatu negara. Kita mengenal PISA (*Program for International Student Assessment)* dan TIMSS (*The International Mathematics and Science Survey*) yang secara berkala mengukur dan membandingkan antara lain kemajuan pendidikan matematika di beberapa negara.

Standar internasional semacam ini memberikan arahan dalam merumuskan pembelajaran matematika di SMP/MTs. Hasil pembandingan antara yang kita ajarkan selama ini dengan yang dinilai secara internasional menunjukkan adanya perbedaan, baik terkait materi maupun kompetensi. Perbedaaan ini menjadi dasar dalam merumuskan pembelajaran Matematika dalam Kurikulum 2013.

Buku Guru Matematika Kelas VIII SMP/MTs Kurikulum 2013 ini ditulis dengan berdasarkan pada materi dan kompetensi yang disesuaikan dengan standar internasonal tersebut. Terkait materi misalnya, sebagai tambahan, sejak kelas VIII telah diajarkan antara lain tentang bilangan, himpunan, aljabar dan penerapannya, perbandingan, geometri dan penyajian data. Keseimbangan antara matematika angka dan matematika pola dan bangun selalu dijaga. Kompetensi pengetahuan bukan hanya sampai memahami secara konseptual tetapi sampai ke penerapan melalui pengetahuan prosedural dalam pemecahan masalah matematika. Kompetensi keterampilan berfikir juga diasah untuk dapat memecahkan masalah yang membutuhkan pemikiran order tinggi seperti menalar pemecahan masalah melalui permodelan, pembuktian dan perkiraan/pendekatan.

Setiap awal bab pada buku ini disajikan kover bab. Bagian ini berisi ilustrasi dan deskripsi singkat yang menarik berkaitan dengan materi bab yang bersangkutan. Selain itu, di awal bab juga disajikan Kompetensi dasar, indikator dan Pengalaman Belajar yang akan kalian capai dalam setiap bab. Kata-kata kunci merupakan inti dari materi. Bacalah terlebih dahulu kata-kata kuncinya sebelum kalian mempelajari isi materi.

Pada buku Guru ini terdapat dua macam bentuk petunjuk membelajarkan, yaitu Petunjuk Umum dan Petunjuk Khusus. Pada petunjuk Umum disajikan tentang konsep kurikulum 2013, keterkaitan antara KI-KD, karakteristik pembelajaran matematik, petunjuk membelajarkan kegiatan saintifik, dan pedoman penilai. Sedankan Pada petunjuk khusus disajikan tentang petunjuk kegiatan membelajarkan dalam pendekatan ilmiah, yaitu mengamati, menanya, menggali informasi, menalar, dan mngkomunikasikan yang disajikan dengan ikon-ikon tertentu, yaitu Ayo Kita Amati, Ayo Kita Menanya, Ayo Kita Menggali Informasi/Sedikit Informasi/Ayo Kita Mencoba, dan Ayo Kita Berbagi. Buku Guru pada petunjuk umum ini disertakan juga kunci jawaban pada setiap kegiatan Ayo Kita Berlatih, Uji Kompetensi setiap babnya dan Uji Kompetensi Semester. Buku Guru ini menjabarkan usaha minimal yang harus dilakukan Guru untuk mencapai kompetensi dan indikator yang diharapkan. Sesuai dengan pendekatan yang dipergunakan dalam Kurikulum 2013, Guru menjadi fasilitator siswa untuk mencari sumber belajar lain yang tersedia dan terbentang luas di sekitarnya. Peran Guru sangat penting untuk meningkatkan dan menyesuaikan daya serap siswa dengan ketersedian kegiatan pada buku Guru ini. Guru dapat memperkayanya dengan kreasi dalam bentuk kegiatan-kegiatan lain yang sesuai dan relevan yang bersumber dari lingkungan sosial dan alam.

Buku Guru ini merupakan edisi ketiga sebagai penyempurnaan dari edisi pertama dan kedua. Buku Guru ini masih sangat terbuka dan perlu terus dilakukan perbaikan untuk penyempurnaan. Oleh karena itu, kami mengundang para pembaca memberikan kritik, saran dan masukan untuk perbaikan dan penyempurnaan pada edisi berikutnya. Atas kontribusi tersebut, kami mengucapkan terima kasih. Mudah-mudahan kita dapat memberikan yang terbaik bagi kemajuan dunia pendidikan dalam rangka mempersiapkan generasi seratus tahun Indonesia Merdeka (2045).

Setelah mempelajari materi pada buku ini, siswa diharapkan memahami materi yang disajikan. Oleh karena itu, konsep yang disajikan pada buku ini disampaikan secara logis, sistematis, dan menggunakan bahasa yang sederhana. Selain itu, buku ini juga memiliki tampilan yang menarik sehingga siswa tidak akan merasa bosan. Akhir kata penulis ucapkan, semoga buku ini bermanfaat dan dapat digunakan untuk pendamping belajar sebaik-baiknya. Saran dan kritik membangun sangat penulis harapkan untuk perbaikan penulisan buku lebih lanjut.

Jakarta, Januari 2016

Tim Penulis

Daftar Isi

Bagian Kedua: Petunjuk Khusus

Bab 5 Sistem Persamaan Linear Dua Vareabel

Bab 6 Teorema Pythagoras

Bab 10 Peluang

Petunjuk Umum

Bagian Petunjuk Umum ini berisikan hal-hal sebagai berikut:

A. Kurikulum 2013

1. Karakteristik Kurikulum 2013
2. Kompetensi Inti (KI)
3. Kompetensi Dasar (KD)
4. Kaitan antara KI, KD, dan Pembelajaran
5. Struktur KI dan KD Matematika Kelas VIII

B. Karakteristik Mata Pelajaran Matematika

1. Hakikat Mata Pelajaran Matematika
2. Fungsi danTujuan Mata Pelajaran Matematika
3. Ruang Lingkup Mata Pelajaran Matematika pada Jenjang SMP/MTs

C. Pembelajaran Matematika Kelas VIII

1. Petunjuk Penggunaan Buku Matematika Kelas VIII
2. Model-model Pembelajaran
3. Pelaksanaan Pembelajaran

D. Penilaian Matematik

1. Konsep Penilaian dalam Pembelajaran Matematika
2. Penilaian Sikap
3. Penilaian Pengetahuan
4. Penilaian Ketrampilan
5. Remedial dan Pengayaan

A. Kurikulum 2013

Kurikulum merupakan salah satu unsur yang memberikan kontribusi untuk mewujudkan proses berkembangnya kualitas potensi siswa tersebut. Kurikulum 2013 yang sudah disempurnakan dikembangkan berbasis pada kompetensi sangat diperlukan sebagai instrumen untuk mengarahkan siswa menjadi: (1) manusia berkualitas yang mampu dan proaktif menjawab tantangan zaman yang selalu berubah; (2) manusia terdidik yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri; dan (3) warga negara yang demokratis, bertanggung jawab.

Pada bagian ini Anda mempelajari konsep Kurikulum 2013 yang meliputi Rasional dan Elemen Perubahan Kurikulum; Permendikbud Perangkat Kurikulum 2013; Konsep Pendekatan Saintifik dan Penilaian Autentik; Standar Kompetensi Lulusan, Kompetensi Inti, Kompetensi Dasar, dan Indikator Pencapaian Kompetensi dalam Perancangan Pembelajaran.

1. Karakteristik Kurikulum 2013

Kurikulum 2013 dirancang dengan karakteristik sebagai berikut.

a. Mengembangkan keseimbangan antara sikap spiritual dan sosial, pengetahuan, dan keterampilan, serta menerapkannya dalam berbagai situasi di sekolah dan masyarakat;

b. Menempatkan sekolah sebagai bagian dari masyarakat yang memberikan pengalaman belajar agar siswa mampu menerapkan apa yang dipelajari di sekolah ke masyarakat dan memanfaatkan masyarakat sebagai sumber belajar;

c. Memberikan waktu yang cukup leluasa untuk mengembangkan berbagai sikap, pengetahuan, dan keterampilan;

d. Mengembangkan kompetensi yang dinyatakan dalam bentuk Kompetensi Inti yang dirinci lebih lanjut dalam kompetensi dasar mata pelajaran;

e. Mengembangkan Kompetensi Inti menjadi unsur pengorganisasi (*organizing elements*) Kompetensi Dasar. Semua Kompetensi Dasar dan proses pembelajaran dikembangkan untuk mencapai kompetensi yang dinyatakan dalam Kompetensi Inti;

f. Mengembangkan Kompetensi Dasar berdasar pada prinsip akumulatif, saling memperkuat (*reinforced*) dan memperkaya (*enriched*) antar-mata pelajaran dan jenjang pendidikan (organisasi horizontal dan vertikal).

2. Kompetensi Inti (KI)

Kompetensi Inti pada Kurikulum 2013 merupakan merupakan tingkat kemampuan untuk mencapai Standar Kompetensi Lulusan (SKL) yang harus dimiliki seorang siswa pada setiap tingkat kelas.

Rumusan Kompetensi inti terdiri atas

a. Kompetensi Inti-1 (KI-1) untuk kompetensi inti sikap spiritual.

b. Kompetensi Inti-2 (KI-2) untuk kompetensi inti sikap sosial.

c. Kompetensi Inti-3 (KI-3) untuk kompetensi inti pengetahuan.

d. Kompetensi Inti-4 (KI-4) untuk kompetensi inti keterampilan.

Kompetensi inti berfungsi sebagai unsur pengorganisasi (*organizing element*) kompetensi dasar. Sebagai unsur pengorganisasi, kompetensi inti merupakan pengikat untuk organisasi vertikal dan organisasi horizontal kompetensi dasar. Organisasi vertikal kompetensi dasar adalah keterkaitan kompetensi dasar satu kelas dengan kelas di atasnya sehingga memenuhi prinsip belajar yaitu terjadi suatu akumulasi yang berkesinambungan antarkompetensi yang dipelajari siswa. Organisasi horizontal adalah keterkaitan antara kompetensi dasar satu mata pelajaran dengan kompetensi dasar dari mata pelajaran yang berbeda dalam satu kelas yang sama sehingga terjadi proses saling memperkuat.

Uraian tentang Kompetensi Inti untuk jenjang SMP/MTs/SMPLB/PAKET B Kelas VIII sebagai berikut.

a. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.

b. Menunjukan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.

c. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.

d. Mengolah, menyajikan dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

3. Kompetensi Dasar (KD)

Kompetensi dasar pada Kurikulum 2013 berisi kemampuan dan materi pelajaran untuk suatu mata pelajaran pada masing-masing satuan pendidikan yang mengacu pada kmpetensi inti. Rumusan Kompetensi Dasar dikembangkan dengan memerhatikan karakteristik siswa, kemampuan awal, serta ciri dari suatu mata pelajaran. Penumbuhan dan pengembangan kompetensi sikap dilakukan sepanjang proses pembelajaran berlangsung, dan dapat digunakan sebagai pertimbangan guru dalam mengembangkan karakter peserta didik lebih lanjut.

Penjabaran lengkap mengenai kompetensi dasar mata pelajaran matematika per jenjang kelas sesuai dengan lampiran Permendikbud Nomor 24 Tahun 2016 tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Pelajaran pada Kurikulum 2013 pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah adalah sebagai berikut.

KELAS: VIII

Kompetensi Inti	Kompetensi Dasar
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.	3.1 Membuat generalisasi pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek. 3.2 Menjelaskan kedudukan titik dalam bidang koordinat Kartesius yang dihubungkan dengan masalah kontekstual. 3.3 Mendeskripsikan dan menyatakan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi (kata-kata, tabel, grafik, diagram, dan persamaan). 3.4 Menganalisis fungsi linear (sebagai persamaan garis lurus) dan menginterpretasikan grafiknya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual kontekstual. 3.5 Menjelaskan sistem persamaan linear dua variabel dan penyelesaiannya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual. 3.6 MeMenjelaskan dan membulatkan teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras.

Kompetensi Inti	Kompetensi Dasar
	3.7 Menjelaskan sudutpusat, sudut keliling, panjang busur, dan luas juring lingkaran, serta hubungannya 3.8 Menjelaskan garis singgung persekutuan luar dan persekutuan dalam dua lingkaran dan cara melukisnya 3.9 Membedakan dan menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar (kubus, balok, prisma, dan limas) 3.10 Menganalisis data berdasarkan distribusi data, nilai rata-rata, median, modus, dan sebaran data untuk mengambil kesimpulan, membuat keputusan, dan membuat prediksi 3.11 Menjelaskan peluang empirik dan teoretik suatu kejadian dari suatu percobaan.
4. Mengolah, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.	4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek. 4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kedudukan titik dalam bidang koordinat Kartesius. 4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi. 4.4 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan fungsi linear sebagai persamaan garis lurus. 4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel. 4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras.

Kompetensi Inti	Kompetensi Dasar
	4.7 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sudut pusat, sudut keliling, panjang busur, dan luas juring lingkaran, serta hubungannya. 4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan garis singgung persekutuan luar dan persekutuan dalam dua lingkaran. 4.9 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar (kubus, balok, prima dan limas), serta gabungannya. 4.10 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan distribusi data, nilai rata-rata, median, modus, dan sebaran data untuk mengambil kesimpulan, membuat keputusan, dan membuat prediksi. 4.11 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan peluang empirik dan teoretik suatu kejadian dari suatu percobaan.

4. Struktur KI dan KD Matematika Kelas VIII

Pengelompokan materi Matematika SMP kelas VIII terdiri atas Empat Kompetensi Inti (KI) yang kemudian dijabarkan menjadi 22 Kompetensi Dasar (KD) itu merupakan bahan kajian yang akan ditransformasikan dalam kegiatan pembelajaran selama satu tahun dalam dua semester yang terurai dalam 32 minggu. Sesuai dengan sistem semester, maka 32 minggu itu dibagi menjadi dua semester, semester pertama dan semester kedua. Setiap semester terbagi menjadi 16 minggu. Sehingga alokasi waktu yang tersedia adalah 5 × 40 menit × 32 minggu/tahun atau 5 × 40 menit × 16 minggu/semestar.

Untuk efektivitas dan optimalisasi pelaksanaan pembelajaran pihak pemerintah melalui Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan menerbitkan buku teks pelajaran untuk mata pelajaran Matematika kelas VIII. Berdasarkan jumlah KD terutama yang terkait dengan penjabaran KI ke-3, buku teks pelajaran Matematika Kelas VIII disusun menjadi sepuluh bab, yaitu:

1. Bab I : Pola Bilangan
2. Bab II : Koordinat Kartesiusn
3. Bab III : Relasi dan Fungsi
4. Bab IV : Persamaan Garis Lurus
5. Bab V : Sistem Persamaan Linear Dua Variabel
6. Bab VI : Teorema Pythagoras
7. Bab VII: Lingkaran
8. Bab VIII: Bangun Ruang Sisi Datar
9. Bab IX: Statistika
10. Bab X: Peluang

Berdasarkan alokasi waktu yang tersedia selama satu tahun, maka penjabaran dalam setiap kompetensi dasar sebagai berikut.

Tabel 1.1 Alokasi Waktu setiap Kompetensi Dasar

Semester	Bab	Jumlah Pertemuan
I (Satu)	I	5
	II	7
	III	8
	IV	10
	V	10
Jumlah		40
Semester	**Bab**	**Jumlah Pertemuan**
II (Dua)	VI	10
	VII	10
	VIII	10
	IX	5
	X	5
Jumlah		40

B. Karakteristik Mata Pelajaran Matematika

1. Hakikat Mata Pelajaran Matematika

Matematika merupakan ilmu universal yang berguna bagi kehidupan manusia dan juga mendasari perkembangan teknologi modern, serta mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin dan memajukan daya pikir manusia. Perkembangan pesat di bidang teknologi informasi dan komunikasi dewasa ini dilandasi oleh perkembangan matematika di bidang teori bilangan, aljabar, analisis, teori peluang, dan matematika diskrit. Untuk menguasai dan mencipta teknologi di masa depan, diperlukan penguasaan dan pemahaman atas matematika yang kuat sejak dini.

Mata pelajaran matematika perlu diberikan kepada semua siswa mulai dari sekolah dasar, untuk membekali siswa dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, inovatif dan kreatif, serta kemampuan bekerja sama. Kompetensi tersebut diperlukan agar siswa dapat memiliki kemampuan memperoleh, mengelola, dan memanfaatkan informasi untuk hidup lebih baik pada keadaan yang selalu berubah, tidak pasti, dan sangat kompetitif. Dalam melaksanakan pembelajaran matematika, diharapkan bahwa siswa harus dapat merasakan kegunaan belajar matematika.

Dalam pembelajaran, pemahaman konsep sering diawali secara induktif melalui pengamatan pola atau fenomena, pengalaman peristiwa nyata atau intuisi. Proses induktif-deduktif dapat digunakan untuk mempelajari konsep matematika. Dengan demikian, cara belajar secara deduktif dan induktif digunakan dan sama-sama berperan penting dalam matematika. Dari cara kerja matematika tersebut diharapkan akan terbentuk sikap kritis, kreatif, jujur, dan komunikatif pada siswa.

Pendidikan matematika dapat diartikan sebagai proses perubahan baik kognitif, afektif, dan psikomotor kearah kedewasaan sesuai dengan kebenaran logika. Ada beberapa karakteristik matematika, antara lain sebagai berikut:

a. Objek yang dipelajari abstrak.

   Sebagian besar yang dipelajari dalam matematika adalah angka atau bilangan yang secara nyata tidak ada atau merupakan hasil pemikiran otak manusia.

b. Kebenarannya berdasarkan logika.

   Kebenaran dalam matematika adalah kebenaran secara logika bukan empiris. Artinya kebenarannya tidak selalu dapat dibuktikan melalui eksperimen seperti dalam ilmu fisika atau biologi. Contohnya nilai tidak dapat dibuktikan dengan kalkulator, tetapi secara logika ada jawabannya sehingga bilangan tersebut dinamakan bilangan imajiner (khayal).

c. Pembelajarannya secara bertingkat dan kontinu.
   Pemberian atau penyajian materi matematika disesuaikan dengan tingkatan pendidikan dan dilakukan secara terus-menerus. Artinya dalam mempelajari matematika harus secara berulang melalui latihan-latihan soal.
d. Ada keterkaitan antara materi yang satu dengan yang lainnya.
   Materi yang akan dipelajari harus memenuhi materi prasyarat sebelumnya. Contohnya ketika akan mempelajari tentang volume atau isi suatu bangun ruang, maka harus menguasai tentang materi luas dan keliling bidang datar.
e. Menggunakan bahasa simbol.
   Dalam matematika penyampaian materi menggunakan simbol-simbol yang telah disepakati dan dipahami secara umum. Misalnya penjumlahan menggunakan simbol "+" sehingga tidak terjadi dualisme jawaban.
f. Diaplikasikan dalam bidang ilmu lain.
   Materi matematika banyak digunakan atau diaplikasikan dalam bidang ilmu lain. Misalnya materi fungsi digunakan dalam ilmu ekonomi untuk mempelajari fungsi permintan dan fungsi penawaran.

Berdasarkan karakteristik tersebut, maka matematika merupakan suatu ilmu yang penting dalam kehidupan bahkan dalam perkembangan ilmu pengetahuan. Hal ini yang harus dipahami oleh guru dan ditekankan kepada siswa sebelum mempelajari matematika.

Perkembangan matematika, bermula dari kepekaan serta kesadaran ataupun kepedulian manusia untuk memahami fenomena-fenomena empiris yang ditemui dalam kehidupan keseharian. Bermunculanlah konsep-konsep dasar yang selanjutnya mengalami perluasan (ekspansi), pembenaran (*justification*), pembenahan serta generalisasi atau formalisasi.

Konsep matematika disajikan dengan bahasa yang jelas dan spesifik. Bahasa matematika (yang digunakan dalam matematika) sangat efisien dan merupakan alat yang ampuh untuk menyatakan konsep-konsep matematika, merekonstruksi konsep atau menata suatu penyelesaian secara sistematis setelah terlaksananya eksplorasi, dan terutama untuk komunikasi. Bahasa matematika ini tidak ambigu namun singkat dan jelas. Hal ini sangat diperlukan terutama dalam menyusun suatu definisi ataupun teorema.

Dengan belajar matematika diharapkan siswa dapat memperoleh manfaat berikut:

a. Cara berpikir matematika itu sistematis, melalui urutan-urutan yang teratur dan tertentu. Dengan belajar matematika, otak kita terbiasa untuk memecahkan masalah secara sistematis. Sehingga bila diterapkan dalam kehidupan nyata, kita bisa menyelesaikan setiap masalah dengan lebih mudah.

b. Cara berpikir matematika itu secara deduktif. Kesimpulan ditarik dari hal-hal yang bersifat umum. Bukan dari hal-hal yang bersifat khusus, sehingga kita menjadi terhindar dengan cara berpikir menarik kesimpulan secara "kebetulan".
c. Belajar matematika melatih kita menjadi manusia yang lebih teliti, cermat, dan tidak ceroboh dalam bertindak. Bukankah begitu? Coba saja, masih ingatkah teman-teman saat mengerjakan soal-soal matematika? Kita harus memerhatikan benar-benar berapa angkanya, berapa digit nol di belakang koma, bagaimana grafiknya, bagaimana dengan titik potongnya dan lain sebagainya. Jika kita tidak cermat dalam memasukkan angka, melihat grafik, atau melakukan perhitungan, tentunya bisa menyebabkan akibat yang fatal. Jawaban soal yang kita peroleh menjadi salah dan kadang berbeda jauh dengan jawaban yang sebenarnya.
d. Belajar matematika juga mengajarkan kita menjadi orang yang sabar dalam menghadapi semua hal dalam hidup ini. Saat kita mengerjakan soal dalam matematika yang penyelesaiannya sangat panjang dan rumit, tentu kita harus bersabar dan tidak cepat putus asa. Jika ada langkah yang salah, coba untuk diteliti lagi dari awal. Jangan-jangan ada angka yang salah, jangan-jangan ada perhitungan yang salah. Namun, jika kemudian kita bisa mengerjakan soal tersebut, ingatkah bagaimana rasanya? Rasa puas dan bangga (tentunya jika dikerjakan sendiri).
e. Yang tidak kalah penting, sebenarnya banyak penerapan matematika dalam kehidupan nyata. Tentunya dalam dunia ini, menghitung uang, laba dan rugi, masalah pemasaran barang, dalam teknik, bahkan hampir semua ilmu di dunia ini pasti menyentuh matematika.

2. Fungsi dan Tujuan Mata Pelajaran Matematika

Kecakapan atau kemahiran matematika merupakan bagian dari kecakapan hidup yang harus dimiliki siswa terutama dalam pengembangan penalaran, komunikasi, dan pemecahan masalah-masalah yang dihadapi dalam kehidupan siswa sehari-hari. Matematika selalu digunakan dalam segala segi kehidupan, semua bidang studi memerlukan keterampilan matematika yang sesuai, merupakan sarana komunikasi yang kuat, singkat dan jelas, dapat digunakan untuk menyajikan informasi dalam berbagai cara, meningkatkan kemampuan berpikir logis, ketelitian dan kesadaran keruangan, memberikan kepuasan terhadap usaha memecahkan masalah yang menantang, mengembangkan kreatifitas dan sebagai sarana untuk meningkatkan kesadaran terhadap perkembangan budaya.

Terdapat kaitan antara penguasaan matematika dengan ketinggian, keunggulan dan kelangsungan hidup suatu peradaban. Penguasaan matematika tidak cukup hanya dimiliki oleh sebagian orang dalam suatu peradaban. Setiap individu perlu memiliki penguasaan matematika pada tingkat tertentu. Penguasaan individual demikian pada dasarnya bukanlah penguasaan terhadap matematika sebagai ilmu, melainkan penguasaan akan kecakapan matematika (*mathematical literacy*) yang diperlukan untuk dapat memahami dunia di sekitarnya serta untuk berhasil dalam kehidupan atau kariernya. Kecakapan matematika yang ditumbuhkan pada siswa merupakan sumbangan mata pelajaran matematika kepada pencapaian kecakapan hidup yang ingin dicapai melalui kurikulum matematika.

Mata pelajaran matematika bertujuan agar siswa dapat:

a. Memahami konsep matematika.

   Memahami konsep matematika mencakup kompetensi dalam menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan menggunakan konsep maupun algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: (a) menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari, (b) mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan dipenuhi tidaknya persyaratan yang membentuk konsep tersebut, (c) mengidentifikasi sifat-sifat operasi atau konsep, (d) menerapkan konsep secara logis, (e) memberikan contoh atau contoh kontra (bukan contoh) dari konsep yang dipelajari, (f) menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematis (tabel, grafik, diagram, gambar, sketsa, model matematika, atau cara lainnya), (g) mengaitkan berbagai konsep dalam matematika maupun di luar matematika, (h) mengembangkan syarat perlu dan/atau syarat cukup suatu konsep.

   Termasuk dalam kecakapan ini adalah melakukan algoritma atau prosedur, yaitu kompetensi yang ditunjukkan saat bekerja dan menerapkan konsep-konsep matematika seperti melakukan operasi hitung, melakukan operasi aljabar, melakukan manipulasi aljabar, dan keterampilan melakukan pengukuran dan melukis/menggambarkan/merepresentasikan konsep keruangan. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: (a) menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur/algoritma, (b) memodifikasi atau memperhalus prosedur, (c) mengembangkan prosedur, (d) menggunakan matematika dalam konteks matematika seperti melakukan operasi matematika yang standar ataupun tidak standar (manipulasi aljabar) dalam menyelesaikan masalah matematika.

b. Menggunakan pola sebagai dugaan dalam penyelesaian masalah, dan mampu membuat generalisasi berdasarkan fenomena atau data yang ada. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: (a) mengajukan dugaan (*conjecture*), (b) menarik simpulan dari suatu pernyataan, (c) memberikan alternatif bagi suatu argumen, (d) menemukan pola pada suatu gejala matematis.

c. Menggunakan penalaran pada sifat, melakukan manipulasi matematika baik dalam penyederhanaan, maupun menganalisa komponen yang ada dalam pemecahan masalah dalam konteks matematika maupun di luar matematika (kehidupan nyata, ilmu, dan teknologi) yang meliputi kemampuan memahami masalah, membangun model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh termasuk dalam rangka memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari (dunia nyata). Masalah ada yang bersifat rutin maupun yang tidak rutin. Masalah tidak rutin adalah masalah baru bagi siswa, dalam arti memiliki tipe yang berbeda dari masalah-masalah yang telah dikenal siswa. Untuk menyelesaikan masalah tidak rutin, tidak cukup bagi siswa untuk meniru cara penyelesaian masalah-masalah yang telah dikenalnya, melainkan ia harus melakukan usaha-usaha tambahan, misalnya dengan melakukan modifikasi pada cara penyelesaian masalah yang telah dikenalnya, atau memecah masalah tidak rutin itu ke dalam beberapa masalah yang telah dikenalnya, atau merumuskan ulang masalah tidak rutin itu menjadi masalah yang telah dikenalnya. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: (a) memahami masalah, (b) mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah, (c) menyajikan suatu rumusan masalah secara matematis dalam berbagai bentuk, (d) memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah, (e) menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah, (f) menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah, (g) menyelesaikan masalah.

d. Mengomunikasikan gagasan, penalaran serta mampu menyusun bukti matematika dengan menggunakan kalimat lengkap, simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: (a) memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan, (b) menduga dan memeriksa kebenaran dugaan (*conjecture*), (c) memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen dengan penalaran induksi, (d) menurunkan atau membuktikan rumus dengan penalaran deduksi, (e) menduga dan memeriksa kebenaran dugaan (*conjecture*).

e. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah. Indikator-indikator pencapaian kecakapan ini, meliputi: (a) memiliki rasa ingin tahu yang tinggi, (b) bersikap penuh perhatian dalam belajar matematika, (c) bersikap antusias dalam belajar matematika, (d) bersikap gigih dalam menghadapi permasalahan, (e) memiliki penuh percaya diri dalam belajar dan menyelesaikan masalah.

f. Memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya, seperti taat azas, konsisten, menjunjung tinggi kesepakatan, toleran, menghargai pendapat orang lain, santun, demokrasi,

ulet, tangguh, kreatif, menghargai kesemestaan (konteks lingkungan), kerjasama, adil, jujur, teliti, cermat, bersikap luwes dan terbuka, memiliki kemauan berbagi rasa dengan orang lain.

g. Melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika.

h. Menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan-kegiatan matematika. Kecakapan atau kemampuan-kemampuan tersebut saling terkait erat, yang satu memperkuat sekaligus membutuhkan yang lain. Sekalipun tidak dikemukakan secara eksplisit, kemampuan berkomunikasi muncul dan diperlukan di berbagai kecakapan, misalnya untuk menjelaskan gagasan pada Pemahaman Konseptual, menyajikan rumusan dan penyelesaian masalah, atau mengemukakan argumen pada penalaran.

3. Ruang Lingkup Mata Pelajaran Matematika pada Jenjang SMP/MTs

Muatan Matematika pada SMP/MTs/SMPLB/PAKET B yang dimuat dalam Standar Isi pada Permendikbud Nomor 21 Tahun 2016 adalah sebagai berikut.

Tingkat Kompetensi	Kelas	Kompetensi	Lingkup Materi
4	VII- VIII	• Menunjukkan sikap logis, kritis, analitis, cermat dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam menyelesaikan masalah. • Memiliki rasa ingin tahu, percaya diri, dan ketertarikan pada matematika. • Memiliki rasa percaya pada daya dan kegunaan matematika, yang terbentuk melalui pengalaman belajar. • Memiliki sikap terbuka, santun, objektif dalam interaksi kelompok maupun aktivitas sehari-hari.	• Bilangan Rasional • Aljabar (pengenalan) • Geometri (termasuk transformasi) • Statistika dan Peluang • Himpunan

Tingkat Kompetensi	Kelas	Kompetensi	Lingkup Materi
		• Memiliki kemampuan mengomunikasikan gagasan matematika dengan jelas. • Mengidentifikasi pola dan menggunakannya untuk menduga perumuman/aturan umum dan memberikan prediksi. • Memahami konsep bilangan rasional dilengkapi operasi dan urutan. • Mengenal bentuk aljabar sederhana (linear, kuadrat). • Memanfaatkan interpretasi geometri fungsi kuadrat dalam menyelesaikan persamaan. • Memahami konsep himpunan dan operasinya serta fungsi dan menyajikan (diagram, tabel, grafik). • Memahami bangun datar berdasarkan sifat-sifat atau fitur-fitur (banyak sisi, keteraturan, ukuran), dan transformasi yang menghubungkannya. • Memberi estimasi penyelesaian masalah dan membandingkannya dengan hasil perhitungan. • Menjelaskan dan memvisualisasikan pecahan yang ekuivalen.	

Tingkat Kompetensi	Kelas	Kompetensi	Lingkup Materi
		• Membandingkan, memberi interpretasi berbagai metoda penyajian data. • Memahami konsep peluang empirik. • Menggunakan simbol dalam pemodelan, mengidentifikasi informasi, menggunakan strategi lain bila tidak berhasil	

* *Tingkat Kompetensi merupakan kriteria capaian kompetensi yang bersifat generik yang harus dipenuhi oleh siswa pada setiap tingkat kelas dalam rangka pencapaian Standar Kompetensi Lulusan.*

C. Pembelajaran Matematika Kelas VIII

1. Petunjuk Penggunaan Buku

Untuk menyiapkan sebuah buku yang digunakan dalam proses pembelajaran, maka buah pikiran pengarang harus diturunkan dari Kompetensi Dasar yang tertuang dalam kurikulum sehingga buku akan memberi makna kepada siswa yang mempelajarinya. Buku Siswa Matematika kelas VIII kurikulum 2013 tidak hanya memuat definisi, rumus, atau soal saja, tetapi juga berisi aktivitas yang memandu siswa untuk membangun pengetahuannya. Pada buku ini disajikan masalah-masalah yang membutuhkan pemikiran tingkat tinggi (*high order thinking*). Beberapa dari masalah tersebut sudah diberikan beserta prosedur penyelesaiannya, beberapa disajikan petunjuk untuk memecahkannya saja yang diharapkan akan dipecahkan oleh siswa. Pada setiap bab disajikan minimal satu tugas projek yang menuntut siswa bekerja dalam kelompok dalam waktu yang relatif tidak sebentar untuk menyelesaikannya.

Konsep umum pada setiap bab terdiri atas (1) Pengantar Bab, (2) Peta Konsep, (3) Tokoh matematika, (4) Isi materi, (5) Tugas Projek dan (6) Merangkum.

a. Pengantar Bab terdiri atas kata kunci, Kompetensi Dasar, deskripsi materi, dan pengalaman belajar yang diharapkan akan didapatkan siswa setelah pembelajaran.

Bab 3

Relasi dan Fungsi

Sumber: mtsraudlatul-hasanah.blogspot.co.id

Perhatikan gambar sekelompok siswa yang sedang menerima pelajaran di suatu kelas. Setiap siswa menempati kursinya masing-masing. Tidak ada seorang siswa menempati lebih dari satu kursi. Akan tetapi satu kursi panjang dapat ditempati oleh lebih dari satu siswa. Dengan demikian, ada keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati. Menurut kalian, apakah hal ini termasuk relasi atau mungkin sudah merupakan fungsi?

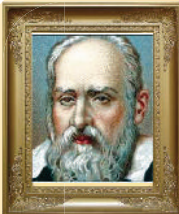
Kalian akan mengetahui keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati apabila kalian mempelajari Bab 3 ini, karena pada bab 3 ini akan disajikan tentang hubungan antara dua himpunan Selamat melakukan aktivitas pembelajaran.

Kata Kunci

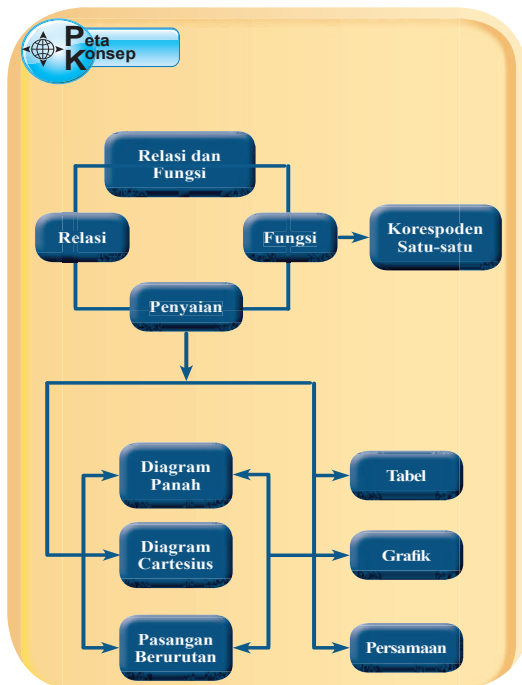
- *Himpunan,*
- *Relasi,*
- *Diagram Panah,*
- *Tabel,*
- *Fungsi,*
- *Grafik ,*
- *Himpunan Berurutan,*
- *Korespondesni Satu-satu*

Kompetensi Dasar

3.3 *Mendeskripsikan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi (kata-kata, tabel, grafik, diagram, dan persamaan)*

4.3 *Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi*

Pengalaman Belajar

1. *Menjelaskan dengan kata-kata dan menyatakan masalah sehari-hariyang berkaitan dengan relasi dan fungsi;*
2. *Mendefinisikan relasi dan fungsi;*
3. *Memahami perbedaan antara relasi dan bukan relasi*
4. *Mengamati fungsi dan bukan fungsi*
5. *Memahami bentuk penyajian relasi dan fungsi;*
6. *Menggambar grafik fungsi pada koordinat Cartesius.*

b. Peta konsep berisi diagram keterkaitan antarmateri pada Bab.

c. Narasi Tokoh, Tokoh Matematika dipilih sesuai dengan materi yang akan dibahas pada bab tertentu. Selain menjelaskan sejarah dan keterkaitan tokoh tersebut terhadap materi yang akan dibahas, juga membahas hikmah yang bisa dicontoh dari tokoh tersebut.

Galileo
(1564 - 1642)

Galileo

Galileo dipandang sebagai salah seorang pakar awal tentang Fungsi. Karyanya juga menunjukkan bahwa beliau orang yang mula-mula mengangkat konsep pemetaan antar himpunan. Pada tahun 1638, beliau mempelajari masalah tentang dua lingkaran yang konsentris (memiliki pusat yang sama) dengan pusat di O. Diameter lingkaran pertama dua kali lebih panjang dari diameter lingkaran kedua.

Secara kasat mata, banyaknya titik pada lingkaran pertama mestinya lebih banyak bahkan mungkin dua kali lebih banyak dari banyaknya titik pada lingkaran kedua. Tapi, dia mampu membuat pemetaan atau fungsi yang menunjukkan bahwa banyaknya titik pada kedua lingkaran itu sama.

Galileo termasuk orang yang tidak mau begitu saja menerima suatu kenyataan. Dia selalu mempertanyakan kebenaran suatu fenomena. Bahkan dia berani mengambil sikap yang berlainan dengan sikap kebanyakan orang pada jamannya. Bahkan dia juga berani berbeda pendapat dengan para pemimpin yang berkuasa. Dia mengenalkan teori Heliosentrisnya yang mengatakan bumilah yang mengitari matahari, bukan matahari yang mengitari bumi. Sayangnya, dia tidak mampu meyakinkan secara ilmiah kebenaran pendapatnya sehingga dia dihukum.

Beberapa hikmah yang mungkin bisa kita petik antara lain:

1. Kita harus jeli melakukan pengamatan terhadap fenomena yang ada di sekitar kita.

d. Isi materi berupa kegiatan-membelajarkan yang menuntut siswa secara aktif untuk terlibat dalam pembelajaran sehingga siswa akan mendapatkan pengalaman yang diharapkan. Pada setiap awal membelajarkan berisi konteks atau masalah terkait dengan kegiatan. Masalah yang disajikan ada yang diberikan beserta pemecahannya, ada yang dilengkapi dengan petunjuk pemecahan masalah, dan ada yang dibiarkan berupa masalah untuk dipecahkan siswa. Pada setiap membelajarkan mengikuti pendekatan ilmiah, yaitu mengamati, menanya, menggali informasi, menalar, dan mengomunikasikan yang disajikan dengan ikon-ikon tertentu. Berikut penjelasan dari setiap ikon tersebut.

1)

Pengalaman belajar pada membelajarkan Ayo Kita Amati dapat dilakukan dengan cara membaca, mendengar, menyimak, melihat (tanpa atau dengan alat) objek-objek matematika tertentu terkait masalah atau topik kegiatan. Hasil pengamatan dapat berupa definisi, aksioma, postulat, teorema, sifat, grafik dan lain sebagainya. Pengalaman belajar mengamati ini diharapkan dapat memfasilitasi siswa dalam mengembangkan dan melatih kesungguhan, ketelitian, dan kemampuan mencari informasi.

2)

Setelah terjadi proses mengamati, pengalaman belajar peserta didik berikutnya yang difasilitasi guru adalah pengalaman belajar menanya. Pengalaman belajar tersebut dimaknai sebagai menanya dan mempertanyakan terhadap hal-hal yang diamati. Terjadinya kegiatan 'menanya' oleh siswa dapat disebabkan oleh karena belum dipahaminya hal-hal yang diamati, atau dapat pula karena ingin mendapatkan informasi tambahan tentang hal-hal yang diamati. Agar proses menanya oleh siswa semakin hari berjalan semakin lancar dan berkualitas, guru dapat memfasilitasi dengan pancingan pertanyaan-pertanyaan yang berfungsi menggiring siswa untuk mempertanyakan hal-hal yang diamati.

3)

Setelah terjadi proses menanya, pengalaman belajar siswa berikutnya adalah menggali informasi. Pada buku siswa disajikan dua jenis informasi, yaitu informasi langsung dan tidak langsung. Pertama, informasi disajikan secara langsung, sehingga menuntut siswa untuk cermat dalam memahami informasi yang disajikan. Kedua, informasi disajikan dengan mengajak siswa melakukan suatu aktivitas yang mengarah pada informasi yang ingin dicapai, untuk itu siswa harus aktif dalam mengikuti panduan buku siswa dan guru. Selain informasi yang diperoleh dari buku siswa, diharapkan siswa juga aktif membaca informasi sumber lain, mengamati objek/kejadian/aktivitas, atau melakukan wawancara dengan nara sumber. Dari membelajarkan mengumpulkan informasi ini data-data yang selanjutnya siap diolah, dihubungkan antara data yang satu dengan yang lainnya (diasosiasikan), dianalisis, dan dinalar.

4)

Setelah mengalami proses mengamati, menanya, dan menggali informasi, maka pengalaman belajar pokok berikutnya adalah mengolah informasi atau mengasosiasikan. Membelajarkan mengolah informasi dimaknai sebagai mengolah informasi yang sudah dikumpulkan baik terbatas dari hasil membelajarkan mengumpulkan/eksperimen mau pun hasil dari membelajarkan mengamati dan Membelajarkan mengumpulkan informasi. Sedangkan proses pengolahan informasi dapat terjadi dari yang bersifat menambah keluasan dan kedalaman sampai kepada yang bersifat mencari solusi dari berbagai sumber yang memiliki pendapat yang berbeda atau bahkan bertentangan. Pada buku siswa, membelajarkan menalar disajikan dalam bentuk pertanyaan-pertanyaan yang diharapkan akan terjawab oleh siswa setelah melalui membelajarkan mengamati hingga menggali informasi. Hasil dari membelajarkan menalar ini berupa jawaban, pernyataan, atau simpulan.

5)

Setelah mengalami proses mengamati, menanya, mengumpulkan, dan mengolah informasi, maka pengalaman belajar pokok berikutnya adalah mengomunikasikan yang dimaknai sebagai membelajarkan menyampaikan hasil pengamatan, atau simpulan yang diperoleh berdasarkan hasil analisis secara tertulis, lisan, ataupun dengan media. Tujuan dari membelajarkan berbagi adalah melatih siswa untuk berani menyampaikan ide kepada orang lain. Dengan adanya membelajarkan berbagi, diharapkan akan tumbuh pada diri siswa sikap empati, saling menghargai, dan menghormati perbedaan orang lain.

e. Tugas Projek

Setelah selesai proses pembelajaran pada bab tertentu, siswa diajak untuk menerapkan pengetahuan mereka tentang materi matematika kelas VIII. Bimbing siswa untuk menyiapkan dan menyelesaikan tugas projek. Setelah siswa menyelesaikan tugas projek, minta beberapa siswa untuk menjelaskan hasil pekerjaanya di depan kelas. Suruh siswa lainnya untuk menanggapi pekerjaan temannya. Pajang hasil pekerjaan siswa di mading kelas atau sekolah.

f. Merangkum

Berisi pertanyaan-pertanyan yang mengarahkan siswa untuk membuat rangkuman tentang materi yang telah dipelajari dalam satu bab.

2. Model-Model Pembelajaran

Model pembelajaran yang mendukung penerapan pendekatan saintifik di antaranya adalah Model Pembelajaran Berbasis Penemuan (*Discovery Learning*), Model Pembelajaran Berbasis Masalah (*Problem Based Learning*), dan Model Pembelajaran Berbasis Projek (*Project Based Learning)*.

a. Pembelajaran Berbasis Penemuan (*Discovery Learning*)

1) Definisi dan Konsep

(a) Definisi

Discovery mempunyai prinsip yang sama dengan inkuiri (*inquiry*) dan *Problem Solving*. Tidak ada perbedaan yang prinsipil pada ketiga istilah ini. Pada *Discovery Learning* lebih menekankan pada ditemukannya konsep atau prinsip yang sebelumnya tidak diketahui, masalah yang diperhadapkan kepada siswa semacam masalah yang direkayasa oleh guru. Pada inkuiri masalahnya bukan hasil rekayasa, sehingga siswa harus mengerahkan seluruh pikiran dan keterampilannya untuk mendapatkan temuan-temuan di dalam masalah itu melalui proses penelitian. *Problem Solving* lebih memberi tekanan pada kemampuan menyelesaikan masalah. Pada *Discovery Learning* materi yang akan disampaikan tidak disampaikan dalam bentuk final, tetapi siswa didorong untuk mengidentifikasi apa yang ingin diketahui dilanjutkan dengan mencari informasi sendiri kemudian mengorgansasi atau membentuk (konstruktif) apa yang mereka ketahui dan mereka pahami dalam suatu bentuk akhir.

Penggunaan *Discovery Learning*, ingin mengubah kondisi belajar pasif menjadi aktif dan kreatif. Mengubah pembelajaran *teacher oriented* ke *student oriented*. Merubah modus *Ekspository* (siswa hanya menerima informasi secara keseluruhan dari guru) ke modus *Discovery* (siswa menemukan informasi sendiri).

(b) Konsep

Dalam proses belajar, Bruner mementingkan partisipasi aktif dari tiap siswa dan mengenal dengan baik adanya perbedaan kemampuan. Untuk menunjang proses belajar diperlukan lingkungan yang memfasilitasi rasa ingin tahu siswa pada tahap eksplorasi. Lingkungan ini dinamakan *Discovery Learning*

Environment, yaitu lingkungan di mana siswa dapat melakukan eksplorasi, penemuan-penemuan baru yang belum dikenal atau pengertian yang mirip dengan yang sudah diketahui. Lingkungan seperti ini bertujuan agar siswa dalam proses belajar dapat berjalan dengan baik dan lebih kreatif.

Dalam *Discovery Learning* bahan ajar tidak disajikan dalam bentuk akhir. Siswa dituntut untuk melakukan berbagai kegiatan menghimpun informasi, membandingkan, mengkategorikan, menganalisis, mengintegrasikan, mereorganisasikan bahan, serta membuat kesimpulan-kesimpulan. Bruner mengatakan bahwa proses belajar akan berjalan dengan baik dan kreatif jika guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk menemukan suatu konsep, teori, aturan, atau pemahaman melalui contoh-contoh yang ia jumpai dalam kehidupannya (Budiningsih, 2005:41). Pada akhirnya yang menjadi tujuan dalam *Discovery Learning* menurut Bruner adalah hendaklah guru memberikan kesempatan kepada siswanya untuk menjadi seorang *problem solver*, seorang *scientist*, historia, atau ahli matematika. Melalui kegiatan tersebut siswa akan menguasainya, menerapkan, serta menemukan hal-hal yang bermanfaat bagi dirinya.

2) Langkah-langkah Operasional Implementasi dalam Proses Pembelajaran.
   Langkah-langkah dalam mengaplikasikan model *discovery learning* di kelas adalah sebagai berikut.

   (a) Perencanaan

   Perencanaan pada model ini meliputi hal-hal sebagai berikut.

   (i) Menentukan tujuan pembelajaran.
   (ii) Melakukan identifikasi karakteristik siswa (kemampuan awal, minat, gaya belajar, dan sebagainya)
   (iii) Memilih materi pelajaran.
   (iv) Menentukan topik-topik yang harus dipelajari siswa secara induktif (dari contoh-contoh generalisasi).
   (v) Mengembangkan bahan-bahan belajar yang berupa contoh-contoh, ilustrasi, tugas, dan sebagainya untuk dipelajari siswa.
   (vi) Mengatur topik-topik pelajaran dari yang sederhana ke kompleks, dari yang konkret ke abstrak, atau dari tahap enaktif, ikonik, sampai ke simbolik.
   (vii) Melakukan penilaian proses dan hasil belajar siswa.

(b) Pelaksanaan

Menurut Syah (2004) dalam mengaplikasikan metode *Discovery Learning* di kelas, ada beberapa prosedur yang harus dilaksanakan dalam kegiatan belajar mengajar secara umum sebagai berikut.

Stimulation (stimulasi/pemberian rangsangan)

Pertama-tama pada tahap ini pelajar dihadapkan pada sesuatu yang menimbulkan kebingungannya dan timbul keinginan untuk menyelidiki sendiri. Guru dapat memulai kegiatan pembelajaran dengan mengajukan pertanyaan, anjuran membaca buku, dan aktivitas belajar lainnya yang mengarah pada persiapan pemecahan masalah. Stimulasi pada tahap ini berfungsi untuk menyediakan kondisi interaksi belajar yang dapat mengembangkan dan membantu siswa dalam mengeksplorasi bahan. Dengan demikian seorang Guru harus menguasai teknik-teknik dalam memberi stimulus kepada siswa agar tujuan mengaktifkan siswa untuk mengeksplorasi dapat tercapai.

Problem statement (pernyataan/ identifikasi masalah)

Setelah dilakukan *stimulation* guru memberi kesempatan kepada siswa untuk mengidentifikasi sebanyak mungkin masalah yang relevan dengan bahan pelajaran, kemudian salah satunya dipilih dan dirumuskan dalam bentuk hipotesis (jawaban sementara atas pertanyaan masalah)

Data collection (pengumpulan data)

Pada saat siswa melakukan eksperimen atau eksplorasi, guru memberi kesempatan kepada para siswa untuk mengumpulkan informasi sebanyak-banyaknya yang relevan untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis. Data dapat diperoleh melalui membaca literatur, mengamati objek, wawancara dengan narasumber, melakukan uji coba sendiri, dan sebagainya.

Data processing (pengolahan data)

Menurut Syah (2004:244) pengolahan data merupakan kegiatan mengolah data dan informasi yang telah diperoleh para siswa baik melalui wawancara, observasi, dan sebagainya, lalu ditafsirkan.

Verification (pembuktian)

Pada tahap ini siswa melakukan pemeriksaan secara cermat untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis yang telah ditetapkan, dihubungkan dengan hasil *data processing*. Berdasarkan hasil pengolahan dan tafsiran, atau informasi yang ada, pernyataan atau hipotesis yang telah dirumuskan terdahulu itu kemudian dicek: terjawab atau tidak, terbukti atau tidak.

Generalization (menarik kesimpulan/generalisasi)

Tahap generalisasi/menarik kesimpulan adalah proses menarik sebuah kesimpulan yang dapat dijadikan prinsip umum dan berlaku untuk semua kejadian atau masalah yang sama, dengan memperhatikan hasil verifikasi. Berdasarkan hasil verifikasi maka dirumuskan prinsip-prinsip yang mendasari generalisasi.

3) Sistem Penilaian

Dalam model pembelajaran *discovery*, penilaian dapat dilakukan dengan menggunakan baik tes maupun nontes. Penilaian dapat berupa penilaian pengetahuan, keterampilan, sikap, atau penilaian hasil kerja siswa.Jika bentuk penilainnya berupa penilaian pengetahuan, maka dalam model pembelajaran *discovery* dapat menggunakan tes tertulis. Jika bentuk penilaiannya menggunakan penilaian proses, sikap, atau penilaian hasil kerja siswa, maka pelaksanaan penilaian dapat menggunakan contoh-contoh format penilaian sikap seperti yang ada pada uraian penilaian proses dan hasil belajar pada materi berikutnya.

b. Model Pembelajaran Berbasis Masalah (*Problem Based Learning*)

Problem Based Learning (PBL) adalah model pembelajaran yang dirancang agar siswa mendapat pengetahuan penting, yang membuat mereka mahir dalam memecahkan masalah, dan memiliki model belajar sendiri serta memiliki kecakapan berpartisipasi dalam tim. Proses pembelajarannya menggunakan pendekatan yang sistemik untuk memecahkan masalah atau menghadapi tantangan yang nanti diperlukan dalam kehidupan sehari-hari.

1) Konsep

Pembelajaran berbasis masalah merupakan sebuah model pembelajaran yang menyajikan masalah kontekstual sehingga merangsang siswa untuk belajar. Dalam kelas yang menerapkan pembelajaran berbasis masalah, siswa bekerja dalam tim untuk memecahkan masalah dunia nyata (*real world*). Pembelajaran berbasis masalah merupakan suatu model pembelajaran yang menantang siswa untuk "belajar bagaimana belajar", bekerja secara berkelompok untuk mencari solusi dari permasalahan dunia nyata. Masalah yang diberikan ini digunakan untuk mengikat siswa pada rasa ingin tahu pada pembelajaran yang dimaksud. Masalah diberikan kepada siswa sebelum siswa mempelajari konsep atau materi yang berkenaan dengan masalah yang harus dipecahkan.

Ada lima strategi dalam menggunakan model pembelajaran berbasis masalah (PBL) yaitu sebagai berikut:

a) Permasalahan sebagai kajian.

b) Permasalahan sebagai penjajakan pemahaman.

c) Permasalahan sebagai contoh.

d) Permasalahan sebagai bagian yang tak terpisahkan dari proses

e) Permasalahan sebagai stimulus aktivitas autentik.

Peran guru, siswa, dan masalah dalam pembelajaran berbasis masalah dapat digambarkan sebagai berikut.

Guru sebagai Pelatih	**Siswa sebagai *Problem Solver***	**Masalah sebagai Awal Tantangan dan Motivasi**
○ *Asking about thinking* (bertanya tentang pemikiran). ○ Memonitor pembelajaran. ○ *Probbing* (menantang siswa untuk berpikir). ○ Menjaga agar siswa terlibat. ○ Mengatur dinamika kelompok. ○ Menjaga berlangsungnya proses.	○ Peserta yang aktif. ○ Terlibat langsung dalam pembelajaran. ○ Membangun pembelajaran.	○ Menarik untuk dipecahkan. ○ Menyediakan kebutuhan yang ada hubungannya dengan pelajaran yang dipelajari.

2) Model PBL mengacu pada hal-hal sebagai berikut.

a) Kurikulum: PBL tidak seperti pada kurikulum tradisional, karena memerlukan suatu strategi sasaran di mana projek sebagai pusat.

b) *Responsibility*: PBL menekankan *responsibility* dan *answerability* para siswa ke diri dan panutannya.

c) Realisme: kegiatan siswa difokuskan pada pekerjaan yang serupa dengan situasi yang sebenarnya. Aktivitas ini mengintegrasikan tugas autentik dan menghasilkan sikap profesional.

d) *Active-learning*: menumbuhkan isu yang berujung pada pertanyaan dan keinginan siswa untuk menemukan jawaban yang relevan sehingga dengan demikian telah terjadi proses pembelajaran yang mandiri.

e) Umpan Balik: diskusi, presentasi, dan evaluasi terhadap para siswa menghasilkan umpan balik yang berharga. Ini mendorong ke arah pembelajaran berdasarkan pengalaman.

f) Keterampilan Umum: PBL dikembangkan tidak hanya pada keterampilan pokok dan pengetahuan saja, tetapi juga mempunyai pengaruh besar pada keterampilan yang mendasar seperti pemecahan masalah, kerja kelompok, dan *self-management*.

g) *Driving Questions*: PBL difokuskan pada permasalahan yang memicu siswa berbuat menyelesaikan permasalahan dengan konsep, prinsip, dan ilmu pengetahuan yang sesuai.

h) *Constructive Investigations*: sebagai titik pusat, projek harus disesuaikan dengan pengetahuan para siswa.

i) *Autonomy*: projek menjadikan aktivitas siswa sangat penting.

3) **Prinsip Proses Pembelajaran PBL**

Prinsip-prinsip PBL yang harus diperhatikan meliputi konsep dasar, pendefinisian masalah, pembelajaran mandiri, pertukaran pengetahuan, dan penilaiannya

Konsep Dasar (*Basic Concept*)

Pada pembelajaran ini fasilitator dapat memberikan konsep dasar, petunjuk, referensi, atau *link* dan *skill* yang diperlukan dalam pembelajaran tersebut. Hal ini dimaksudkan agar siswa lebih cepat mendapatkan 'peta' yang akurat tentang arah dan tujuan pembelajaran. Konsep yang diberikan tidak perlu detail, diutamakan dalam bentuk garis besar saja, sehingga siswa dapat mengembangkannya secara mandiri dan mendalam.

Pendefinisian Masalah (*Defining the Problem*)

Dalam langkah ini fasilitator menyampaikan skenario atau permasalahan dan dalam kelompoknya siswa melakukan berbagai kegiatan. Pertama, *brainstorming* dengan cara semua anggota kelompok mengungkapkan pendapat, ide, dan tanggapan terhadap skenario secara bebas, sehingga dimungkinkan muncul berbagai macam alternatif pendapat. Kedua, melakukan seleksi untuk memilih pendapat yang lebih fokus. Ketiga, menentukan permasalahan dan melakukan pembagian tugas dalam kelompok untuk mencari referensi penyelesaian dari isu permasalahan yang didapat. Fasilitator memvalidasi pilihan-pilihan yang diambil siswa yang akhirnya diharapkan memiliki gambaran jelas tentang apa saja yang mereka ketahui, apa saja yang mereka tidak ketahui, dan pengetahuan apa saja yang diperlukan untuk menjembataninya.

Pembelajaran Mandiri (*Self Learning*)

Setelah mengetahui tugasnya, setiap siswa mencari berbagai sumber yang dapat memperjelas isu yang sedang diinvestigasi, misalnya dari artikel tertulis di perpustakaan, halaman *web*, atau bahkan pakar dalam bidang yang relevan. Tujuan utama tahap investigasi, yaitu: (1) agar siswa mencari informasi dan mengembangkan pemahaman yang relevan dengan permasalahan yang telah didiskusikan di kelas, dan (2) informasi dikumpulkan untuk dipresentasikan di kelas, relevan, dan dapat dipahami.

Pertukaran Pengetahuan (*Exchange knowledge*)

Setelah mendapatkan sumber untuk keperluan pendalaman materi secara mandiri, pada pertemuan berikutnya siswa berdiskusi dalam kelompoknya. Guru dapat membantu untuk mengklarifikasi capaiannya dan merumuskan solusi dari permasalahan kelompok. Langkah selanjutnya presentasi hasil dalam kelas dengan mengakomodasi masukan dari pleno, menentukan kesimpulan akhir, dan dokumentasi akhir. Untuk memastikan setiap siswa mengikuti langkah ini maka dilakukan dengan mengikuti petunjuk.

4) **Langkah-Langkah Pelaksanaan Pembelajaran Berbasis Masalah**

Fase-Fase	Perilaku Guru
Fase 1 Orientasi siswa kepada masalah	• Menjelaskan tujuan pembelajaran, menjelaskan logistik yang dibutuhkan. • Memotivasi siswa untuk terlibat aktif dalam pemecahan masalah yang dipilih.
Fase 2 Mengorganisasikan siswa	Membantu siswa mendefinisikan dan mengorganisasikan tugas belajar yang berhubungan dengan masalah tersebut.
Fase 3 Membimbing penyelidikan individu dan kelompok	Mendorong siswa untuk mengumpulkan informasi yang sesuai, melaksanakan eksperimen untuk mendapatkan penjelasan dan pemecahan masalah.
Fase 4 Mengembangkan dan menyajikan hasil karya	Membantu siswa dalam merencanakan dan menyiapkan karya yang sesuai seperti laporan, Model dan berbagi tugas dengan teman.
Fase 5 Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah	Mengevaluasi hasil belajar tentang materi yang telah dipelajari/meminta kelompok presentasi hasil kerja.

Fase 1: Mengorientasikan Siswa pada Masalah

Pembelajaran dimulai dengan menjelaskan tujuan pembelajaran dan aktivitas-aktivitas yang akan dilakukan. Dalam penggunaan PBL, tahapan ini sangat penting. Guru harus menjelaskan dengan rinci apa yang harus dilakukan oleh siswa. Guru juga menjelaskan cara mengevaluasi proses pembelajaran. Ada empat hal yang perlu dilakukan dalam proses ini, yaitu sebagai berikut.

1) Tujuan utama pengajaran tidak untuk mempelajari sejumlah besar informasi baru, tetapi lebih kepada belajar menyelidiki masalah-masalah penting dan menjadi siswa mandiri.

2) Permasalahan dan pertanyaan yang diselidiki tidak mempunyai jawaban mutlak “benar“. Sebuah masalah yang rumit atau kompleks mempunyai banyak penyelesaian dan seringkali bertentangan.
3) Selama tahap penyelidikan, siswa didorong untuk mengajukan pertanyaan dan mencari informasi.
4) Selama tahap analisis dan penjelasan, siswa akan didorong untuk menyatakan ide-idenya secara terbuka dan penuh kebebasan.

Fase 2: Mengorganisasikan Siswa untuk Belajar

Di samping mengembangkan keterampilan memecahkan masalah, pembelajaran PBL juga mendorong siswa belajar berkolaborasi. Pemecahan suatu masalah sangat membutuhkan kerja sama dan *sharing* antaranggota. Oleh sebab itu, guru dapat memulai kegiatan pembelajaran dengan membentuk kelompok-kelompok siswa. Tiap kelompok akan memilih dan memecahkan masalah yang berbeda.

Fase 3: Membantu Penyelidikan Mandiri dan Kelompok

Penyelidikan adalah inti dari PBL. Meskipun setiap situasi permasalahan memerlukan teknik penyelidikan yang berbeda, tetapi pada umumnya tentu melibatkan karakter yang identik, yakni pengumpulan data dan eksperimen, berhipotesis dan penjelasan, serta memberikan pemecahan. Pengumpulan data dan eksperimentasi merupakan aspek yang sangat penting. Pada tahap ini, guru harus mendorong siswa untuk mengumpulkan data dan melaksanakan eksperimen (mental maupun aktual) sampai mereka betul-betul memahami dimensi situasi permasalahan. Tujuannya adalah agar siswa mengumpulkan cukup informasi untuk menciptakan dan membangun ide mereka sendiri.

Fase 4: Mengembangkan dan Menyajikan Artefak (Hasil Karya) dan Memamerkannya

Tahap penyelidikan diikuti dengan menciptakan artefak (hasil karya) dan pameran. Artefak lebih dari sekedar laporan tertulis, tetapi bisa suatu *video tape* (menunjukkan situasi masalah dan pemecahan yang diusulkan), model (perwujudan secara fisik dari situasi masalah dan pemecahannya), program komputer, atau sajian multimedia. Tentunya kecanggihan artefak sangat dipengaruhi tingkat berpikir siswa. Langkah selanjutnya adalah memamerkan hasil karyanya dan guru berperan sebagai organisator pameran. Akan lebih baik jika dalam pemeran ini melibatkan siswa lainnya, guru-guru, orang tua, dan pihak lain yang dapat menjadi “penilai” atau memberikan umpan balik.

Fase 5: Analisis dan Evaluasi Proses Pemecahan Masalah

Fase ini dimaksudkan untuk membantu siswa menganalisis dan mengevaluasi proses mereka sendiri dan keterampilan penyelidikan dan intelektual yang mereka gunakan. Selama fase ini guru meminta siswa untuk merekonstruksi pemikiran dan aktivitas yang telah dilakukan selama proses kegiatan belajarnya.

5) **Penilaian Pembelajaran Berbasis Masalah**

Penilaian pembelajaran dengan PBL dilakukan dengan *authentic assesment*. Penilaian dapat dilakukan dengan portfolio yang merupakan kumpulan sistematis dari pekerjaan-pekerjaan siswa yang dianalisis untuk melihat kemajuan belajar dalam kurun waktu tertentu dalam kerangka pencapaian tujuan pembelajaran. Penilaian dalam pendekatan PBL dilakukan dengan cara evaluasi diri (*self-assessment*) dan *peer-assessment*.

(1) *Self-assessment*. Penilaian yang dilakukan oleh siswa itu sendiri terhadap usaha-usahanya dan hasil pekerjaannya dengan merujuk pada tujuan yang ingin dicapai (*standard*) oleh siswa itu sendiri dalam belajar.

(2) *Peer-assessment*. Penilaian di mana pebelajar berdiskusi untuk memberikan penilaian terhadap upaya dan hasil penyelesaian tugas-tugas yang telah dilakukannya sendiri maupun oleh teman dalam kelompoknya.

Penilaian yang relevan dalam PBL antara lain berikut ini.

(1) Penilaian kinerja siswa

Pada penilaian kinerja ini, siswa diminta untuk unjuk kerja atau mendemonstrasikan kemampuan melakukan tugas-tugas tertentu, seperti menulis karangan, melakukan suatu eksperimen, menginterpretasikan jawaban pada suatu masalah, memainkan suatu lagu, atau melukis suatu gambar.

(2) Penilaian portofolio siswa

Penilaian portofolio adalah penilaian berkelanjutan yang didasarkan pada kumpulan informasi yang menunjukkan perkembangan kemampuan siswa dalam suatu periode tertentu. Informasi perkembangan siswa dapat berupa hasil karya terbaik siswa selama proses belajar, pekerjaan hasil tes, piagam penghargaan, atau bentuk informasi lain yang terkait kompetensi tertentu dalam suatu mata pelajaran.

(3) Penilaian potensi belajar

Penilaian yang diarahkan untuk mengukur potensi belajar siswa yaitu mengukur kemampuan yang dapat ditingkatkan dengan bantuan guru atau teman-temannya yang lebih maju. PBL yang memberi tugas-tugas pemecahan masalah memungkinkan siswa untuk mengembangkan dan mengenali potensi kesiapan belajarnya.

(4) Penilaian usaha kelompok

Menilai usaha kelompok seperti yang dlakukan pada pembelajaran kooperatif dapat dilakukan pada PBL. Penilaian usaha kelompok mengurangi kompetisi merugikan yang sering terjadi, misalnya membandingkan siswa dengan temannya. Penilaian dan evaluasi yang sesuai dengan model pembelajaran berbasis masalah adalah menilai pekerjaan yang dihasilkan oleh siswa sebagai hasil pekerjaan mereka dan mendiskusikan hasil pekerjaan secara bersama-sama.

c. Model Pembelajaran Berbasis Projek (*Project Based Learning)*

1) Pengertian

Pembelajaran Berbasis Projek atau *Project Based Learning* (PBL) adalah model pembelajaran yang melibatkan siswa dalam suatu kegiatan (projek) yang menghasilkan suatu produk. Keterlibatan siswa mulai dari merencanakan, membuat rancangan, melaksanakan, dan melaporkan hasil kegiatan berupa produk dan laporan pelaksanaanya.

Model pembelajaran ini menekankan pada proses pembelajaran jangka panjang, siswa terlibat secara langsung dengan berbagai isu dan persoalan kehidupan sehari-hari, belajar bagaimana memahami dan menyelesaikan persoalan nyata, bersifat interdisipliner, dan melibatkan siswa sebagai pelaku mulai dari merancang, melaksanakan dan melaporkan hasil kegiatan (*student centered*).

Dalam pelaksanaannya, PBL bertitik tolak dari masalah sebagai langkah awal sebelum mengumpulkan data dan informasi dengan mengintegrasikan pengetahuan baru berdasarkan pengalamannya dalam beraktivitas secara nyata. Pembelajaran Berbasis Projek dirancang untuk digunakan sebagai wahana pembelajaran dalam memahami permasalahan yang komplek dan melatih serta mengembangkan kemampuan siswa dalam melakukan insvestigasi dan melakukan kajian untuk menemukan solusi permasalahan.

Pembelajaran Berbasis Projek dirancang dalam rangka: (1) Mendorong dan membiasakan siswa untuk menemukan sendiri (*inquiry*), melakukan penelitian/pengkajian, menerapkan keterampilan dalam merencanakan (*planning skills*), berfikir kritis (*critical thinking*), dan penyelesaian masalah (*problem-solving skills*) dalam menuntaskan suatu kegiatan/projek. (2) Mendorong siswa untuk menerapkan pengetahuan, keterampilan, dan sikap tertentu ke dalam berbagai konteks (*a variety of contexts*) dalam menuntaskan kegiatan/projek yang dikerjakan. (3) Memberikan peluang kepada siswa untuk belajar menerapkan interpersonal skills dan berkolaborasi dalam suatu tim sebagaimana orang bekerjasama dalam sebuah tim dalam lingkungan kerja atau kehidupan nyata.

Mengingat bahwa masing-masing siswa memiliki gaya belajar yang berbeda, maka Pembelajaran Berbasis Projek memberikan kesempatan kepada para siswa untuk menggali konten (materi) dengan menggunakan berbagai cara yang bermakna bagi dirinya, dan melakukan eksperimen secara kolaboratif. Pembelajaran Berbasis Projek merupakan investigasi mendalam tentang sebuah topik dunia nyata, hal ini akan berharga bagi atensi dan usaha siswa.

Pembelajaran Berbasis Projek memiliki karakteristik berikut ini.

a) Siswa membuat keputusan tentang sebuah kerangka kerja;
b) Adanya permasalahan atau tantangan yang diajukan kepada siswa;
c) Siswa mendesain proses untuk menentukan solusi atas permasalahan atau tantangan yang diajukan;
d) Siswa secara kolaboratif bertanggungjawab untuk mengakses dan mengelola informasi untuk memecahkan permasalahan;
e) Proses evaluasi dijalankan secara kontinyu;
f) Siswa secara berkala melakukan refleksi atas aktivitas yang sudah dijalankan;
g) Produk akhir aktivitas belajar akan dievaluasi secara kualitatif; dan
h) Situasi pembelajaran sangat toleran terhadap kesalahan dan perubahan.

Peran guru dalam Pembelajaran Berbasis Projek sebaiknya sebagai fasilitator, pelatih, penasehat dan perantara untuk mendapatkan hasil yang optimal sesuai dengan daya imajinasi, kreasi, dan inovasi dari siswa.

Beberapa hambatan dalam implementasi metode Pembelajaran Berbasis Projek antara lain banyak guru merasa nyaman dengan kelas tradisional, di mana guru memegang peran utama di kelas. Ini merupakan suatu transisi yang sulit, terutama bagi guru yang kurang atau tidak menguasai teknologi.

Untuk itu disarankan menggunakan *team teaching* dalam proses pembelajaran, dan akan lebih menarik lagi jika suasana ruang belajar tidak monoton. Beberapa contoh perubahan lay-out ruang kelas, seperti: *traditional class* (teori), *discussion group* (pembuatan konsep dan pembagian tugas kelompok), *lab tables* (saat mengerjakan tugas mandiri), *circle* (presentasi). Atau buatlah suasana belajar bebas dan menyenangkan.

2) Fakta Empirik Keberhasilan

Kelebihan dan kekurangan pada penerapan Pembelajaran Berbasis Projek dapat dijelaskan sebagai berikut.

Keuntungan Pembelajaran Berbasis Projek

a) Meningkatkan motivasi belajar siswa untuk belajar, mendorong kemampuan mereka untuk melakukan pekerjaan penting, dan mereka perlu untuk dihargai.
b) Meningkatkan kemampuan pemecahan masalah.
c) Membuat siswa menjadi lebih aktif dan berhasil memecahkan problem-problem yang kompleks.
d) Meningkatkan kolaborasi.
e) Mendorong siswa untuk mengembangkan dan mempraktikkan keterampilan komunikasi.
f) Meningkatkan keterampilan siswa dalam mengelola sumber.
g) Memberikan pengalaman kepada siswa tentang pembelajaran dan praktik dalam mengorganisasi projek, serta membuat alokasi waktu dan sumber-sumber lain seperti perlengkapan untuk menyelesaikan tugas.
h) Menyediakan pengalaman belajar yang melibatkan siswa secara kompleks dan dirancang untuk berkembang sesuai dunia nyata.
i) Melibatkan para siswa untuk belajar mengambil informasi dan menunjukkan pengetahuan yang dimiliki, kemudian diimplementasikan dengan dunia nyata.
j) Membuat suasana belajar menjadi menyenangkan, sehingga baik siswa maupun pendidik menikmati proses pembelajaran.

Kelemahan Pembelajaran Berbasis Projek

a) Siswa yang memiliki kelemahan dalam penelitian atau percobaan dan pengumpulan informasi akan mengalami kesulitan.

b) Kemungkinan adanya siswa yang kurang aktif dalam kerja kelompok.

c) Ketika topik yang diberikan kepada tiap-tiap kelompok berbeda, dikhawatirkan siswa tidak bisa memahami topik secara keseluruhan.

Untuk mengatasi kelemahan dari pembelajaran berbasis projek di atas seorang pendidik harus dapat mengatasi dengan cara memfasilitasi siswa dalam menghadapi masalah, membatasi waktu siswa dalam menyelesaikan projek, meminimalis dan menyediakan peralatan sederhana yang terdapat di lingkungan sekitar, memilih lokasi penelitian yang mudah dijangkau sehingga tidak membutuhkan banyak waktu dan biaya, serta menciptakan suasana pembelajaran yang menyenangkan sehingga instruktur dan siswa merasa nyaman dalam proses pembelajaran.

Pembelajaran Berbasis Projek ini juga menuntut siswa untuk mengembangkan keterampilan seperti kolaborasi dan refleksi. Menurut studi penelitian, Pembelajaran Berbasis Projek membantu siswa untuk meningkatkan keterampilan sosial mereka, sering menyebabkan absensi berkurang, dan lebih sedikit masalah disiplin di kelas. Siswa juga menjadi lebih percaya diri berbicara dengan kelompok orang, termasuk orang dewasa.

Pelajaran berbasis projek juga meningkatkan antusiasme untuk belajar. Ketika anak-anak bersemangat dan antusias tentang materi yang mereka pelajari, mereka sering mendapatkan lebih banyak terlibat dalam subjek dan kemudian memperluas minat mereka untuk mata pelajaran lainnya.

a. Langkah-Langkah Operasional dan Penilaiannya

Langkah langkah Pelaksanaan Pembelajaran Berbasis Projek

Langkah langkah pelaksanaan Pembelajaran Berbasis Projek dapat dijelaskan sebagai berikut.

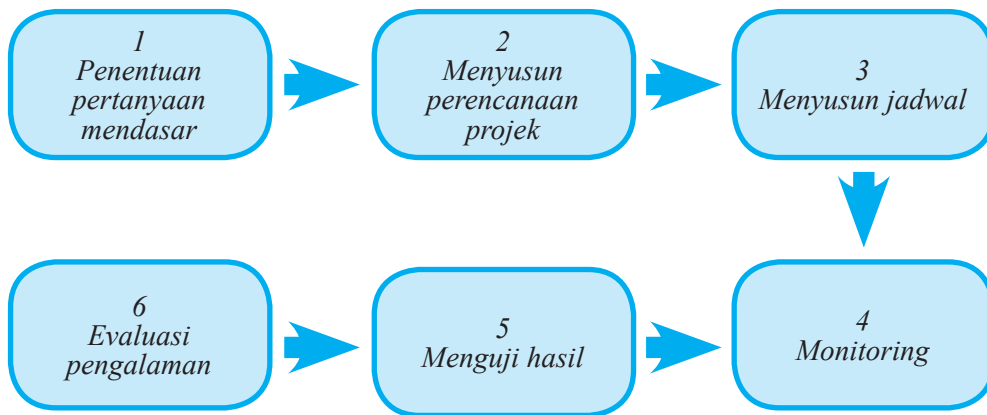



Diagram 1.1 Langkah-Langkah Pelaksanaan Pembelajaran Berbasis Projek

Penjelasan Langkah-Langkah Pembelajaran Berbasis Projek sebagai berikut.

1) Penentuan Pertanyaan Mendasar (*Start With the Essential Question*)

   Pembelajaran dimulai dengan pertanyaan esensial, yaitu pertanyaan yang dapat memberi penugasan siswa dalam melakukan suatu aktivitas. Topik yang diambil sesuai dengan realitas dunia nyata dan dimulai dengan sebuah investigasi mendalam. Guru berusaha agar topik yang diangkat relevan untuk para siswa.

2) Mendesain Perencanaan Projek (*Design a Plan for the Project*)

   Perencanaan dilakukan secara kolaboratif antara pengajar dan siswa. Dengan demikian siswa diharapkan akan merasa "memiliki" atas projek tersebut. Perencanaan berisi tentang aturan main, pemilihan aktivitas yang dapat mendukung dalam menjawab pertanyaan esensial, dengan cara mengintegrasikan berbagai subjek yang mungkin, serta mengetahui alat dan bahan yang dapat diakses untuk membantu penyelesaian projek.

3) Menyusun Jadwal (*Create a Schedule*)

   Guru dan siswa secara kolaboratif menyusun jadwal aktivitas dalam menyelesaikan projek. Aktivitas pada tahap ini antara lain: (1) membuat *timeline* untuk menyelesaikan projek, (2) membuat *deadline* penyelesaian projek, (3) membawa siswa agar merencanakan cara yang baru, (4) membimbing siswa ketika mereka membuat cara yang tidak berhubungan dengan projek, dan (5) meminta siswa untuk membuat penjelasan (alasan) tentang pemilihan suatu cara.

4) Memonitor siswa dan kemajuan projek (*Monitor the Students and the Progress of the Project*)

Guru bertanggung jawab untuk melakukan monitor terhadap aktivitas siswa selama menyelesaikan projek. Monitoring dilakukan dengan cara menfasilitasi siswa pada setiap roses. Dengan kata lain guru berperan menjadi mentor bagi aktivitas siswa. Agar mempermudah proses monitoring, dibuat sebuah rubrik yang dapat merekam keseluruhan aktivitas yang penting.

5) Menguji Hasil (*Assess the Outcome*)

Penilaian dilakukan untuk membantu guru dalam mengukur ketercapaian standar, berperan dalam mengevaluasi kemajuan setiap siswa, memberi umpan balik tentang tingkat pemahaman yang sudah dicapai siswa, dan membantu guru dalam menyusun strategi pembelajaran berikutnya.

6) Mengevaluasi Pengalaman (*Evaluate the Experience*)

Pada akhir proses pembelajaran, pengajar dan siswa melakukan refleksi terhadap aktivitas dan hasil projek yang sudah dijalankan. Proses refleksi dilakukan baik secara individu maupun kelompok. Pada tahap ini siswa diminta untuk mengungkapkan perasaan dan pengalamannya selama menyelesaikan projek. Guru dan siswa mengembangkan diskusi dalam rangka memperbaiki kinerja selama proses pembelajaran, sehingga pada akhirnya ditemukan suatu temuan baru (*new inquiry*) untuk menjawab permasalahan yang diajukan pada tahap pertama pembelajaran.

b. Penilaian Pembelajaran Berbasis Projek

Penilaian pembelajaran dengan model Pembelajaran Berbasis Projek harus diakukan secara menyeluruh terhadap sikap, pengetahuan, dan keterampilan yang diperoleh siswa dalam melaksanakan pembelajaran berbasis projek. Penilaian Pembelajaran Berbasis Projek dapat menggunakan teknik penilaian yang dikembangkan oleh Pusat Penilaian Pendidikan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan yaitu penilaian projek atau penilaian produk. Penilaian tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut.

1) Pengertian

Penilaian projek merupakan kegiatan penilaian terhadap suatu tugas yang harus diselesaikan dalam periode/waktu tertentu. Tugas tersebut berupa suatu investigasi sejak dari perencanaan, pengumpulan data, pengorganisasian, serta pengolahan dan penyajian data. Penilaian projek dapat digunakan untuk mengetahui pemahaman, kemampuan mengaplikasikan, kemampuan penyelidikan, dan kemampuan menginformasikan siswa pada mata pelajaran tertentu secara jelas.

Penilaian projek dilakukan mulai dari perencanaan, proses pengerjaan, sampai hasil akhir projek. Untuk itu, guru perlu menetapkan hal-hal atau tahapan yang perlu dinilai, seperti penyusunan disain, pengumpulan data, analisis data, dan penyiapan laporan tertulis. Laporan tugas atau hasil penelitian juga dapat disajikan dalam bentuk poster. Pelaksanaan penilaian dapat menggunakan alat/instrumen penilaian berupa daftar cek ataupun skala penilaian.

Pada penilaian projek setidaknya ada tiga hal yang perlu dipertimbangkan.

(a) Kemampuan pengelolaan

Kemampuan siswa dalam memilih topik, mencari informasi, mengelola waktu pengumpulan data, serta penulisan laporan.

(b) Relevansi

Kesesuaian dengan mata pelajaran dengan mempertimbangkan tahap pengetahuan, pemahaman, dan keterampilan dalam pembelajaran.

(c) Keaslian

Projek yang dilakukan siswa harus merupakan hasil karyanya, dengan mempertimbangkan kontribusi guru berupa petunjuk dan dukungan terhadap projek siswa.

2) Teknik Penilaian Projek

Penilaian projek dilakukan mulai dari perencanaan, proses pengerjaan, sampai hasil akhir projek. Untuk itu, guru perlu menetapkan hal-hal atau tahapan yang perlu dinilai, seperti penyusunan disain, pengumpulan data, analisis data, dan penyiapan laporan tertulis. Laporan tugas atau hasil penelitian juga dapat disajikan dalam bentuk poster. Pelaksanaan penilaian dapat menggunakan alat/instrumen penilaian berupa daftar cek atau skala penilaian.

Penilaian Projek dilakukan mulai dari perencanaan, proses pengerjaan, sampai dengan akhir projek. Untuk itu guru perlu memperhatikan hal-hal atau tahapan yang perlu dinilai. Pelaksanaan penilaian dapat juga menggunakan *rating scale* dan *checklist*.

3) Peran Guru dan Siswa

Peran guru pada Pembelajaran Berbasis Projek meliputi: a) Merencanakan dan mendesain pembelajaran, b) Membuat strategi pembelajaran, c) Membayangkan interaksi yang akan terjadi antara guru dan siswa, d) Mencari keunikan siswa, e) Menilai siswa dengan cara transparan dan berbagai macam penilaian, serta f) Membuat portofolio pekerjaan siswa.

Peran siswa pada Pembelajaran Berbasis Projek meliputi : (a) Menggunakan kemampuan bertanya dan berpikir, (b) Melakukan riset sederhana, (c) Mempelajari ide dan konsep baru, (d) Belajar mengatur waktu dengan baik, (e) Melakukan kegiatan belajar sendiri/kelompok, f) Mengaplikasikan hasil belajar lewat tindakan serta g) Melakukan interaksi sosial, antara lain wawancara, survei, atau observasi.

3. Pelaksanaan Pembelajaran

Tahap pertama dalam pembelajaran yaitu perencanaan pembelajaran yang diwujudkan dengan kegiatan penyusunan rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP), dan tahap selanjutnya adalah pelaksanaan pembelajaran. Tahap pelaksanaan pembelajaran meliputi kegiatan pendahuluan, inti dan penutup. Pada setiap tahap ada bebagai kegiatan yang harus dilakukan guru. Berikut adalah uraian kegiatan pendahuluan, inti, dan penutup.

a. Kegiatan Pendahuluan

Dalam kegiatan pendahuluan, kegiatan guru adalah:

1) mengondisikan suasana belajar yang menyenangkan;
2) mendiskusikan kompetensi yang sudah dipelajari dan dikembangkan sebelumnya berkaitan dengan kompetensi yang akan dipelajari dan dikembangkan;
3) menyampaikan kompetensi yang akan dicapai dan manfaatnya dalam kehidupan sehari-hari;
4) menyampaikan garis besar cakupan materi dan kegiatan yang akan dilakukan; dan
5) menyampaikan lingkup dan teknik penilaian yang akan digunakan.

b. Kegiatan Inti

Kegiatan inti merupakan proses pembelajaran untuk mencapai kompetensi, yang dilakukan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi siswa untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat dan perkembangan fisik serta psikologis siswa. Kegiatan inti menggunakan pendekatan saintifik yang disesuaikan dengan karakteristik mata pelajaran dan siswa. Guru memfasilitasi siswa untuk melakukan proses mengamati, menanya, mengumpulkan informasi/mencoba, menalar/mengasosiasi, dan mengomunikasikan. Dalam setiap kegiatan guru harus memperhatikan perkembangan sikap siswa pada kompetensi dasar dari KI-1 dan KI-2 antara lain mensyukuri karunia Tuhan, jujur, teliti, kerja sama, toleransi, disiplin, taat aturan, menghargai pendapat orang lain yang tercantum dalam silabus dan RPP.

Catatan: Dalam kegiatan ini guru bisa menggunakan pendekatan selain pendekatan saintifik

c. Kegiatan Penutup

Kegiatan penutup terdiri atas:

1) Kegiatan guru bersama siswa yaitu: (a) membuat rangkuman/simpulan pelajaran; (b) melakukan refleksi terhadap kegiatan yang sudah dilaksanakan; serta (c) memberikan umpan balik terhadap proses dan hasil pembelajaran.
2) Kegiatan guru yaitu: (a) melakukan penilaian; (b) merencanakan kegiatan tindak lanjut dalam bentuk pembelajaran remedi, program pengayaan, layanan konseling dan/atau memberikan tugas baik tugas individual maupun kelompok sesuai dengan hasil belajar siswa; serta (c) menyampaikan rencana pembelajaran pada pertemuan berikutnya.

D. Penilaian Matematika

1. Konsep Penilaian dalam Pembelajaran Matematika

Mengacu pada Permendikbud Nomor 53 Tahun 2015, penilaian merupakan proses pengumpulan informasi/data tentang capaian pembelajaran peserta didik dalam aspek sikap, aspek pengetahuan, dan aspek keterampilan yang dilakukan secara terencana dan sistematis yang dilakukan untuk memantau proses, kemajuan belajar, dan perbaikan hasil belajar melalui penugasan dan evaluasi hasil belajar. Penilaian yang dimaksud adalah penilaian hasil belajar oleh guru. Penilaian berfungsi untuk memantau kemajuan belajar, memantau

hasil belajar, dan mendeteksi kebutuhan perbaikan hasil belajar peserta didik secara berkesinambungan. Penilaian dilaksanakan untuk memenuhi fungsi formatif dan sumatif dalam penilaian. Penilaian bertujuan antara lain untuk (a) mengetahui tingkat penguasaan kompetensi, (b) menetapkan ketuntasan penguasaan kompetensi, (c) menetapkan program perbaikan atau pengayaan berdasarkan tingkat penguasaan kompetensi, dan (d) memperbaiki proses pembelajaran.

Penilaian yang dilakukan oleh guru meliputi aspek sikap, aspek pengetahuan, dan aspek keterampilan. Penjelasan ketiga aspek penilaian akan dibahas selanjutnya. Penilaian untuk aspek pengetahuan dan keterampilan dilakukan terhadap penguasaan tingkat kompetensi sebagai capaian pembelajaran.

2. Teknik dan Instrumen Penilaian

Penilaian menggunakan berbagai instrumen berupa tes, pengamatan, penugasan perseorangan atau kelompok, serta bentuk lain yang sesuai dengan karakteristik kompetensi dan tingkat perkembangan peserta didik. Mekanisme penilaian yang dapat dilakukan oleh guru meliputi:

a. perancangan strategi penilaian oleh guru dilakukan pada saat penyusunan rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP) berdasarkan silabus;
b. penilaian oleh guru dilakukan untuk memantau proses, kemajuan belajar, perbaikan hasil belajar melalui penugasan dan pengukuran pencapaian satu atau lebih Kompetensi Dasar;
c. penilaian aspek sikap dilakukan melalui observasi/pengamatan sebagai sumber informasi utama dan pelaporannya menjadi tanggung jawab wali kelas atau guru kelas;
d. hasil penilaian pencapaian sikap oleh guru disampaikan dalam bentuk predikat atau deskripsi;
e. penilaian aspek pengetahuan dilakukan melalui tes tertulis, tes lisan, dan penugasan sesuai dengan kompetensi yang dinilai;
f. penilaian keterampilan dilakukan melalui praktik, produk, projek, portofolio, dan/atau teknik lain sesuai dengan kompetensi yang dinilai;
g. hasil penilaian pencapaian pengetahuan dan keterampilan oleh guru disampaikan dalam bentuk angka dan/atau deskripsi; dan
h. peserta didik yang belum mencapai KKM harus mengikuti pembelajaran remedi.

Berikut uraian singkat mengenai pengertian dan teknik-teknik penilaian sikap, pengetahuan, dan keterampilan.

a. Penilaian Sikap

Berdasarkan Permendikbud No. 24 Tahun 2016 mengenai Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar, diketahui bahwa KD dari KI - 1 dan KI - 2 hanya ada pada mata pelajaran PAIB dan PPKn, sedangkan untuk mata pelajaran lainnya tidak dikembangkan menjadi KD.

Penilaian sikap pada mata pelajaran matematika dilakukan harus melalui perencanaan-perencanaan diawali dengan mengidentifikasi sikap pada KI - 1 dan KI - 2 serta sikap yang diharapkan oleh sekolah yang tercantum dalam KTSP. Sikap yang dinilai adalah sikap spiritual dan sikap sosial yang muncul secara alami selama pembelajaran.

1) Pengertian Penilaian Sikap

Penilaian sikap adalah kegiatan untuk mengetahui kecenderungan perilaku spiritual dan sosial siswa dalam proses pembelajaran. Sikap yang perlu dinilai dalam proses pembelajaran adalah sikap terhadap mata pelajaran, sikap terhadap guru, dan sikap terhadap proses pembelajaran.

2) Teknik Penilaian Sikap

Penilaian sikap dilakukan dengan teknik observasi dan teknik lain yang relevan.

Teknik penilaian observasi dapat menggunakan instrumen berupa lembar observasi atau bentuk jurnal. Teknk penilaian lain adalah penilaian diri dan antar teman

Tabel 2.2 Contoh lembar observasi sikap siswa dalam diskusi kelompok

No.	Tanggal	Nama Peserta Didik	Catatan Perilaku	Butir Sikap	Tindak Lanjut
1.					
2.					
3.					
4.					

No.	Tanggal	Nama Peserta Didik	Catatan Perilaku	Butir Sikap	Tindak Lanjut
5.					
6.					
7.					
8.					
9.					
10.					

b. Penilaian Pengetahuan

1) Pengertian penilaian pengetahuan

Penilaian pengetahuan adalah penilaian yang dilakukan untuk mengetahui penguasaan siswa yang meliputi baik pengetahuan faktual, konseptual, maupun prosedural, serta kecakapan berpikir tingkat rendah hingga tinggi. Penilaian pengetahuan dilakukan dengan berbagai teknik penilaian. Guru memilih teknik penilaian yang sesuai dengan karakteristik kompetensi yang akan dinilai. Penilaian dimulai dengan perencanaan yang dilakukan pada saat menyusun rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP).

Penilaian pengetahuan, selain untuk mengetahui apakah siswa telah mencapai KBM/KKM, juga untuk mengidentifikasi kelemahan dan kekuatan penguasaan pengetahuan siswa dalam proses pembelajaran (*diagnostic*). Hasil penilaian digunakan memberi umpan balik (*feedback*) kepada siswa dan guru untuk perbaikan mutu pembelajaran. Hasil penilaian pengetahuan yang dilakukan selama dan setelah proses pembelajaran dinyatakan dalam bentuk angka dengan rentang 0 – 100.

2) Teknik penilaian pengetahuan

Berbagai teknik penilaian pengetahuan dapat digunakan sesuai dengan karakteristik tiap-tiap KD. Teknik yang biasa digunakan antara lain tes tertulis, tes lisan, penugasan, dan portofolio. Teknik-teknik penilaian pengetahuan yang biasa digunakan disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 2.4 Teknik penilaian pengetahuan

Teknik	Bentuk Instrumen	Tujuan
Tes Tertulis	Benar-Salah, Menjodohkan, Pilihan Ganda, Isian/Melengkapi, Uraian	Mengetahui penguasaan pengetahuan siswa untuk perbaikan proses pembelajaran dan/atau pengambilan nilai.
Tes Lisan	Tanya jawab	Mengecek pemahaman siswa untuk perbaikan proses pembelajaran.
Penugasan	Tugas yang dilakukan secara individu ataupun kelompok	Memfasilitasi penguasaan pengetahuan (bila diberikan selama proses pembelajaran) atau mengetahui penguasaan pengetahuan (bila diberikan pada akhir pembelajaran).

Berikut disajikan uraian mengenai pengertian, langkah-langkah, dan contoh kisi-kisi dan butir instrumen tes tertulis, lisan, penugasan, dan portofolio dalam penilaian pengetahuan.

a) Tes tertulis

Tes tertulis adalah tes yang soal dan jawaban disajikan secara tertulis berupa pilihan ganda, isian, benar-salah, menjodohkan, atau uraian. Instrumen tes tertulis dikembangkan atau disiapkan dengan mengikuti langkah-langkah berikut.

(1) Menetapkan tujuan tes

Langkah pertama yang dilakukan adalah menetapkan tujuan penilaian: untuk keperluan mengetahui capaian pembelajaran, untuk memperbaiki proses pembelajaran, atau untuk kedua-duanya. Tujuan penilaian harian (PH) berbeda dengan tujuan penilaian tengah semester (PTS), dan tujuan untuk

penilaian akhir semester (PAS). Penilaian harian biasanya diselenggarakan untuk mengetahui capaian pembelajaran atau untuk memperbaiki proses pembelajaran. Sebaliknta PTS dan PAS umumnya untuk mengetahui capaian pembelajaran.

(2) Menyusun kisi-kisi

Kisi-kisi merupakan spesifikasi yang memuat kriteria soal yang akan ditulis. Kisi-kisi meliputi antara lain KD yang akan diukur, materi, indikator soal, bentuk soal, dan jumlah soal. Kisi-kisi disusun untuk memastikan butir-butir soal mewakili apa yang seharusnya diukur secara proporsional. Pengetahuan faktual, konseptual, dan prosedural dengan kecakapan berfikir tingkat rendah hingga tinggi akan terwakili secara memadai.

(3) Menulis soal berdasarkan kisi-kisi dan kaidah penulisan soal.

(4) Menyusun pedoman penskoran.

Untuk soal pilihan ganda, isian, menjodohkan, dan jawaban singkat disediakan kunci jawaban. Untuk soal uraian disediakan kunci/model jawaban dan rubrik.

Berikut ini contoh kisi-kisi (**Tabel 2.10**), soal dan pedoman penskorannnya (**Tabel 2.11**).

Tabel 2.10 Contoh kisi-kisi tes tertulis

Nama Sekolah : SMP Jaya Bangsaku
Kelas/Semester : VIII/Semester I
Tahun Pelajaran : 2016/2017
Mata Pelajaran : Matematika

No.	Kompetensi Dasar	Materi	Indikator Soal	Bentuk Soal	Jml Soal
1.	KD Pengetahuan Mendeskripsikan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi (kata-kata, tabel, grafik, diagram, dan persamaan)	Relasi dan Fungsi	Menunjukkan suatu relasi dengan diagram panah, diagram Cartesius, dan pasangan berurutan.	Uraian	1

No.	Kompetensi Dasar	Materi	Indikator Soal	Bentuk Soal	Jml Soal
			Menunjukkan suatu fungsi dengan himpunan pasangan berurutan, diagram panah, rumus fungsi, tabel, dan grafik. Menunjukkan hasil produk cartesius dari dua himpunan yang diketahui. Menjelaskan hubungan relasi dan fungsi. Membedakan antara fungsi dan bukan fungsi.		
					2
					2
					2
2.	KD			PG	
	...				

Contoh butir soal:

1. Diketahui himpunan $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ dan relasi dari A ke B menyatakan "kurang dari", nyatakan relasi tersebut dalam:
   a. Diagram panah
   b. Himpunan pasangan berurutan
   c. Diagram Kartesius
2. Pak Mahir mempunyai tiga anak bernama Budi, Ani, dan Anton. Pak Ridwan mempunyai dua anak: bernama Alex dan Rini. Pak Rudi mempunyai seorang anak bernama Suci.
   a. Nyatakan dalam diagram panah, relasi "ayah dari".
   b. Apakah relasi tersebut merupakan fungsi ? Jelaskan.
   c. Nyatakan dalam diagram panah, relasi "anak dari".
   d. Apakah relasi pada soal c merupakan fungsi ? Jelaskan.

3. Diketahui suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B yang dinyatakan dengan himpunan pasangan berurutan $\{(-2, 4), (-1, -3), (2, 6), (7, 10), (8, -5)\}$.
   a. Tulislah himpunan A dan B.
   b. Gambarlah koordinat Kartesius dari relasi tersebut.
   c. Apakah relasi itu merupakan fungsi? Jelaskan.
4. Fungsi f didefinisikan dengan rumus $f(x) = 5 - 3x$ dan diketahui daerah asalnya adalah $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
   a. Buatlah tabel dan himpunan pasangan berurutan dari fungsi tersebut.
   b. Gambarlah grafiknya.
5. Sebuah rumah mempunyai bak penampung air. Melalui sebuah pipa, air dialirkan dari bak penampungan ke dalam bak mandi. Volume air dalam bak mandi setelah 5 menit adalah 25 liter dan setelah 12 menit adalah 46 liter. Volume air dalam bak mandi setelah dialiri air selama t menit dinyatakan sebagai $V(t) = (V_0 + at)$ liter, dengan V_0 adalah volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan dan a adalah debit air yang dialirkan setiap menit.
   a. Tentukan volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan.
   b. Berapa volume air dalam bak mandi setelah 27 menit?

Tabel 2.11. Contoh pedoman penskoran soal uraian

Pedoman Penilaian

No Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
1.	Kemampuan menghitung	Mampu menguraikan jawaban soal dengan benar	25	25
		Ada sedikit kesalahan dalam menguraikan jawaban soal	5	
		Tidak ada jawaban	0	
2.	Kemampuan menghitung	Mampu menguraikan jawaban soal dengan benar	20	20
		Ada sedikit kesalahan dalam menguraikan jawaban soal	10	
		Tidak ada jawaban	0	

No Soal	Aspek Penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
3.	Kemampuan menghitung	Mampu menguraikan jawaban soal dengan benar	20	20
		Ada sedikit kesalahan dalam menguraikan jawaban soal	10	
		Tidak ada jawaban	0	
4.	Kemampuan menghitung	Mampu menguraikan jawaban soal dengan benar	20	20
		Ada sedikit kesalahan dalam menguraikan jawaban soal	10	
		Tidak ada jawaban	0	
5.	Kemampuan menghitung	Mampu menguraikan jawaban soal dengan benar	20	20
		Ada sedikit kesalahan dalam menguraikan jawaban soal	10	
		Tidak ada jawaban	0	
Skor maksimal =			**100**	**100**
Skor minimal =			**0**	**0**

b) Tes lisan

Tes lisan berupa pertanyaan-pertanyaan yang diberikan guru secara lisan dan siswa merespon pertanyaan tersebut secara lisan. Selain bertujuan mengecek penguasaan pengetahuan untuk perbaikan pembelajaran, tes lisan dapat menumbuhkan sikap berani berpendapat, percaya diri, dan kemampuan berkomunikasi secara efektif. Dengan demikian, tes lisan dilakukan pada saat proses pembelajaran berlangsung. Tes lisan juga dapat digunakan untuk melihat ketertarikan siswa terhadap pengetahuan yang diajarkan dan motivasi siswa dalam belajar.

Contoh pertanyaan pada tes lisan:

1. Apa yang dimaksud dengan relasi dan fungsi?
2. Bagaimana cara mengetahui suatu masalah merupakan fungsi?
3. Bagaiamana langkah-langkah menentukan persamaan fungsi?
4. Menurut kalian apa manfaat mempelajari relasi dan fungsi?

c) Penugasan

Penugasan adalah pemberian tugas kepada siswa untuk mengukur dan/atau memfasilitasi siswa memperoleh atau meningkatkan pengetahuan. Penugasan untuk mengukur pengetahuan dapat dilakukan setelah proses pembelajaran (*assessment of learning*). Sedangkan penugasan untuk meningkatkan pengetahuan diberikan sebelum dan/atau selama proses pembelajaran (*assessment for learning*). Tugas dapat dikerjakan baik secara individu maupun kelompok sesuai karakteristik tugas yang diberikan. Berikut ini contoh kisi-kisi tugas (**Tabel 2.12**), contoh tugas, dan contoh pedoman penskorannya (**Tabel 2.13**) untuk mengukur pencapaian pengetahuan.

Tabel 2.12 Contoh kisi-kisi tugas

Nama Sekolah : SMP Negeri 2013
Kelas/Semester : VIII/Semester I
Tahun pelajaran : 2016/2017
Mata Pelajaran : Matematika

No.	Kompetensi Dasar	Materi	Indikator	Teknik
1.	KD Pengetahuan Menjelaskan dan melakukan operasi pada bentuk aljabar (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian)	Penjumlahan dan pengurangan Bentuk aljabar	Menyelesaikan operasi penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar	Penugasan

Contoh tugas:

Temukan pada buku tertentu, di internet, atau membuat sendiri untuk menentukan banyaknya fungsi (pemetaan) yang mungkin dari himpunan A ke B

(a) Jika banyak anggota A dan B adalah sama

(b) Jika banyak anggota A dan B adalah berbeda

Tabel 2.13 Contoh pedoman penskoran tugas

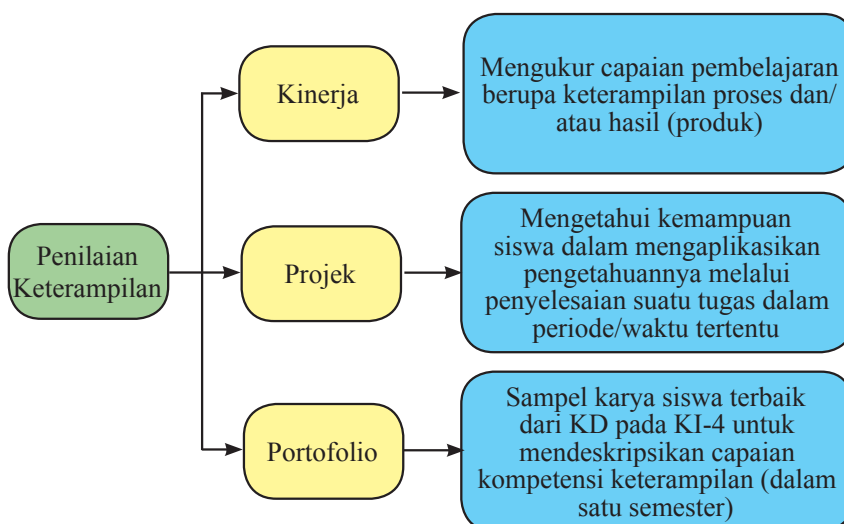
No.	Aspek yang dinilai	Skor
1.	Menjelaskan secara rinci cara-cara menemukan banyaknya fungsi dari dua himpunan.	0 - 2
2.	Menjelaskan secara tepat langkah-langkah menemukan banyaknya fungsi dari dua himpunan.	0 - 3
3.	Menjelaskan dengan cara yang paling mudah dimengerti oleh teman-temannya.	0 - 3
4.	Keruntutan bahasa.	0 - 2
Skor maksimum		**10**

c. Penilaian Keterampilan

1. Pengertian penilaian keterampilan

Penilaian keterampilan adalah penilaian yang dilakukan untuk mengetahui keterampilan siswa dalam menerapkan pengetahuan untuk melakukan tugas tertentu di dalam berbagai macam konteks sesuai dengan indikator pencapaian kompetensi. Penilaian keterampilan dapat dilakukan dengan berbagai teknik, antara lain penilaian kinerja, penilaian projek, dan penilaian portofolio. Teknik penilaian keterampilan yang digunakan dipilih sesuai dengan karakteristik KD pada KI-4.

2. Teknik penilaian keterampilan

Teknik penilaian keterampilan dapat digambarkan pada skema berikut.

Berikut disajikan uraian singkat mengenai teknik-teknik penilaian keterampilan tersebut yang mencakup pengertian, langkah-langkah, serta contoh instrumen dan rubrik penilaian.

a. *Penilaian kinerja*

Penilaian kinerja adalah penilaian untuk mengukur capaian pembelajaran yang berupa keterampilan proses dan/atau hasil (produk). Dengan demikian, aspek yang dinilai dalam penilaian kinerja adalah kualitas proses mengerjakan/melakukan suatu tugas atau kualitas produknya atau kedua-duanya. Contoh keterampilan proses adalah keterampilan melakukan tugas/tindakan dengan menggunakan alat dan/atau bahan dengan prosedur kerja tertentu, sementara produk adalah sesuatu (bisanya barang) yang dihasilkan dari penyelesaian sebuah tugas.

Contoh penilaian kinerja yang menekankan aspek proses adalah berpidato, membaca karya sastra, menggunakan peralatan laboratorium sesuai keperluan, memainkan alat musik, bermain bola, bermain tenis, berenang, koreografi, atau menari. Contoh penilaian kinerja yang mengutamakan aspek produk adalah membuat gambar grafik, menyusun karangan, atau menyulam. Contoh penilaian kinerja yang mempertimbangkan baik proses maupun produk adalah memasak nasi goreng atau memanggang roti.

Langkah-langkah umum penilaian kinerja adalah:

1) menyusun kisi-kisi;
2) mengembangkan/menyusun tugas yang dilengkapi dengan langkah-langkah, bahan, dan alat;
3) menyusun rubrik penskoran dengan memperhatikan aspek-aspek yang perlu dinilai;
4) melaksanakan penilaian dengan mengamati siswa selama proses penyelesaian tugas dan/atau menilai produk akhirnya berdasarkan rubrik;
5) mengolah hasil penilaian dan melakukan tindak lanjut.

Berikut ini contoh kisi-kisi penilaian kinerja (**Tabel 2.14**), soal/tugas, pedoman penskoran (**Tabel 2.15**), dan rubrik penilaian kinerja (**Tabel 2.16)**.

Tabel 2.14 Contoh kisi-kisi penilaian kinerja

Nama Sekolah : SMP Negeri 2013
Kelas/Semester : VIII/Semester I
Tahun pelajaran : 2016/2017
Mata Pelajaran : Matematika

No.	Kompetensi Dasar	Materi	Indikator	Teknik Penilaian
1.	KD Keterampilan Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar (kubus, balok, prima dan limas), serta gabungannya	Bangun Ruang Sisi Datar	Menghitung luas permukaan bangun ruang sisi datar gabungan	Kinerja

Contoh tugas penilaian kinerja:

Menghitung Luas Permukaan Kubus dan Balok

Untuk menghitung luas permukaan kubus dan balok pada benda nyata, lakukan kegiatan berikut ini.

Bahan-bahan yang dibutuhkan:

1. pensil,
2. penggaris,
3. gunting, dan
4. lem/perekat.

Perhatikan gambar berikut ini atau ambillah dua kotak kue atau kardus kecil berbentuk kubus dan balok (kotak kue atau kardus kecil yang diambil harus berbeda dengan kelompok lain), kemudian amatilah.

1. Irislah beberapa rusuk pada bangun berbentuk balok sehingga apabila dibuka dan direbahkan pada bidang datar akan membentuk bangun datar, dan didapat jaring-jaring balok.

Sumber: matematohir.wordpress.com

(a)

2. Selanjutnya irislah beberapa rusuk dengan pola irisan yang berbeda pada bangun berbentuk kubus sehingga apabila dibuka dan direbahkan pada bidang datar akan membentuk bangun datar, dan didapat jaring-jaring kubus.
3. Bandingkan kedua bentuk jaring-jaring tersebut, kemudian ukurlah dan hitunglah luasnya.
4. Jaring-jaring kubus dan balok tersebut kemudian ditempelkan pada kertas asturo/lainnya; lalu hiasilah dengan sebaik mungkin. Selanjutnya pasang pada papan pajangan.

Sumber: matematohir.wordpress.com

(b)

Tabel 2.15 Contoh rubrik penskoran penilaian kinerja

No.	Aspek yang Dinilai	Skor				
		0	1	2	3	4
1.	Menyiapkan alat dan bahan yang diperlukan.					
2.	Menghitung luas permukaan kubus dan balok pada benda nyata.					
3.	Membuat laporan.					
Jumlah						
Skor Maksimum		9(2 + 4 + 3)				

Pada contoh penilaian kinerja dengan di atas, penilaian diberikan dengan memperhatikan baik aspek proses maupun produk. Sebagaimana terlihat pada rubrik penilaian (**Tabel 2.15**), ada 3 (tiga) butir aspek yang dinilai, yaitu keterampilan siswa dalam menyiapkan alat dan bahan (proses), keterampilan siswa dalam menentukan luas permukaankubus dan balok (proses), dan kualitas laporan (produk).

Guru dapat menetapkan bobot penskoran yang berbeda-beda antara aspek satu dan lainnya yang dinilai dengan memerhatikan karakteristik KD atau keterampilan yang dinilai. Pada contoh di atas, keterampilan proses diberi bobot lebih tinggi dibandingkan produknya (laporan).

Tabel 2.16 Contoh rubrik penilaian kinerja

No.	Indikator	Rubrik
1.	Menyiapkan alat dan bahan	2 = Menyiapkan seluruh alat dan bahan yang diperlukan. 1 = Menyiapkan sebagian alat dan bahan yang diperlukan. 0 = Tidak menyiapkan alat dan bahan
2.	Menghitung luas permukaan kubus dan balok pada benda nyata	4 = Melakukan empat langkah kerja dengan tepat. 3 = Melakukan tiga langkah kerja dengan tepat. 2 = Melakukan dua langkah kerja dengan tepat. 1 = Melakukan satu langkah kerja dengan tepat. 0 = Tidak melakukan langkah kerja. Langkah Kerja: 1) Irislah beberapa rusuk pada bangun berbentuk balok sehingga apabila dibuka dan direbahkan pada bidang datar akan membentuk bangun datar, dan didapat jaring-jaring balok.
		2) Selanjutnya irislah beberapa rusuk dengan pola irisan yang berbeda pada bangun yang berbentuk kubus sehingga apabila dibuka dan direbahkan pada bidang datar akan membentuk bangun datar dan didapat jaring-jaring kubus.

No.	Indikator	Rubrik
		3) Bandingkan kedua bentuk jaring-jaring tersebut, kemudian ukurlah dan hitunglah luasnya. 4) Jaring-jaring kubus dan balok tersebut kemudian ditempelkan pada kertas asturo/lainnya; lalu hiasilah dengan sebaik mungkin. Selanjutnya pasang pada papan pajangan.
3	Membuat laporan	3 = Memenuhi 3 kriteria 2 = Memenuhi 2 kriteria 1 = Memenuhi 1 kriteria 0 = Tidak memenuhi kriteria Kriteria laporan: 1. Memenuhi sistematika laporan (judul, tujuan, alat dan bahan, prosedur, data pengamatan, pembahasan, kesimpulan). 2. Data, pembahasan, dan simpulan benar. 3. Komunikatif.

$$\textbf{Nilai} = \frac{\textbf{Skor Perolehan}}{\textbf{9}} \times \textbf{100}$$

b. Penilaian projek

Penilaian projek adalah suatu kegiatan untuk mengetahui kemampuan siswa dalam mengaplikasikan pengetahuannya melalui penyelesaian suatu tugas dalam periode/waktu tertentu. Penilaian projek dapat dilakukan untuk mengukur satu atau beberapa KD dalam satu atau beberapa mata pelajaran.Tugas tersebut berupa rangkaian kegiatan mulai dari perencanaan, pengumpulan data, pengorganisasian data, pengolahan dan penyajian data, serta pelaporan.

Pada penilaian projek setidaknya ada 4 (empat) hal yang perlu dipertimbangkan yaitu:

1) Pengelolaan

   Kemampuan siswa dalam memilih topik, mencari informasi, dan mengelola waktu pengumpulan data, serta penulisan laporan.

2) Relevansi

   Topik, data, dan produk sesuai dengan KD.

3) Keaslian

   Produk (misalnya laporan) yang dihasilkan siswa merupakan hasil karyanya, dengan mempertimbangkan kontribusi guru berupa petunjuk dan dukungan terhadap projek siswa.

4) Inovasi dan kreativitas

   Pada hasil projek siswa terdapat unsur-unsur kebaruan dan menemukan sesuatu yang berbeda dari biasanya.

Berikut ini contoh kisi-kisi (**Tabel 2.17**), tugas, dan rubrik (**Tabel 2.18**) penilaian projek.

Tabel 2.17 Contoh kisi-kisi penilaian projek

Nama Sekolah : SMP Negeri 2013

Kelas/Semester : VIII/Semester I

Tahun pelajaran : 2016/2017

Mata Pelajaran : Matematika

No.	Kompetensi Dasar	Materi	Indikator	Teknik Penilaian
1.	KD Keterampilan Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar (kubus, balok, prima dan limas), serta gabungannya	Bangun Ruang Sisi Datar	• Menyelesaikan masalah yang melibatkan kubus, balok, prisma, atau limas. • Menghitung luas permukaan bangun ruang sisi datar gabungan. • Menghitung volume bangun ruang sisi datar gabungan.	Projek

Contoh Projek

Gunakan pengetahuan kalian tentang materi bangun ruang sisi datar dan materi lainnya pada kegiatan projek ini. Kemudian coba pikirkan dan tuliskan di tempat yang disediakan berikut jawaban dari pertanyaan-pertanyaan ini:

1. Supaya rencana mengkreasi bahan kardus ini baik dan unik, kira-kira apa yang harus kita perbuat? (Bahan kardus apa yang harus kita sediakan? Alat-alat apa yang harus kita siapkan? Bagaimana langkah-langkah mengkreasi bahan dari kardus? Berapa biaya yang di butuhkan untuk mengkreasi bahan kardus ini?
2. Agar tugas kalian ini mendapatkan hasil yang memuaskan, kira-kira strategi apa yang harus kalian perbuat? Bagaimana bentuk strateginya? Apalagi yang harus diperbuat?
3. Apakah pelajaran kita saat ini (tentang bentuk-bentuk bangun datar) bisa kalian manfaatkan? Yang mana? Mengapa?

Tabel 2.18 Contoh rubrik penskoran projek

Aspek yang Dinilai	Skor				
	0	1	2	3	4
1. Kemampuan merencanakan.					
2. Kemampuan menggunakan batang lidi secara tepat berdasarkan instruksi pada tugas projek.					

Aspek yang Dinilai	Skor				
	0	1	2	3	4
3. Kemampuan menemukan macam-macam segiempat dan segitiga yang dibuat dari lidi.					
4. Kemampuan menjelaskan cara menemukan bentuk segiempat dan segitiga melalui lidi.					
5. Poster (Produk).					
Skor maksimum	**15**				

Catatan:

Guru dapat menetapkan bobot yang berbeda-beda antara aspek satu dan lainnya pada penskoran (sebagaimana contoh rubrik penskoran di atas) dengan memperhatikan karakteristik KD atau keterampilan yang dinilai.

Tabel 2.19 Contoh rubrik penilaian projek

No.	Indikator	Rubrik
1.	Kemampuan perencanaan.	3 = Perencanaan (jadwal pelaksanaan, pembagian tugas, serta mendaftar alat dan bahan yang dibutuhkan) lengkap 2 = Perencanaan hanya 2 dari 3 aspek (jadwal pelaksanaan, pembagian tugas, serta mendaftar alat dan bahan yang dibutuhkan) yang tepat 1 = Perencanaan hanya 1 dari 3 aspek (jadwal pelaksanaan, pembagian tugas, serta mendaftar alat dan bahan yang dibutuhkan) yang tepat 0 = Tidak ada perencanaan

No.	Indikator	Rubrik
2.	Kemampuan pelaksanaan	3 = Mampu membuat sketsa, memotong bahan, dan merangkai bahan menjadi bentuk bangun ruang dengan benar. 2 = Mampu membuat sketsa, memotong bahan dengan benar. 1 = Mampu membuat sketsa bangun ruang dengan benar. 0 = Pelaksanaan tidak benar.
3.	Kemampuan pelaporan	4 = memenuhi 4 unsur (estetika, sistematika, isi, bahasa/ simbol) dengan tepat. 3 = memenuhi 3 dari 4 unsur (estetika, sistematika, isi, bahasa/simbol) dengan tepat. 2 = memenuhi 2 dari 4 unsur (estetika, sistematika, isi, bahasa/simbol) dengan tepat. 1 = memenuhi 1 dari 4 unsur (estetika, sistematika, isi, bahasa/simbol) dengan tepat.. 0 = Tidak ada gambar.

$$\textbf{Nilai} = \frac{\textbf{Skor Perolehan}}{\textbf{10}} \times \textbf{100}$$

c) Penilaian portofolio

Seperti pada penilaian pengetahuan, portofolio untuk penilaian keterampilan merupakan kumpulan sampel karya terbaik dari KD pada KI-4. Portofolio setiap siswa disimpan dalam suatu folder (map) dan diberi tanggal pengumpulan oleh guru. Portofolio dapat disimpan dalam bentuk cetakan dan/atau elektronik. Pada akhir suatu semester kumpulan sampel karya tersebut digunakan sebagai sebagai bahan untuk mendeskripsikan pencapaian keterampilan secara deskriptif. Portofolio keterampilan tidak diskor lagi dengan angka.

Berikut adalah contoh ketentuan dalam penilaian keterampilan dengan portofolio:

(1) Karya asli siswa.

(2) Karya yang dimasukkan dalam portofolio disepakati oleh siswa dan guru.

(3) Guru menjaga kerahasiaan portofolio.

(4) Guru dan siswa mempunyai rasa memiliki terhadap dokumen portofolio.

(5) Karya yang dikumpulkan sesuai dengan KD. Setiap pembelajaran KD dari KI-4 berakhir, karya terbaik dari KD tersebut (bila ada) dimasukkan ke dalam portofolio.

Penilaian hendaknya mengacu pada prinsip-prinsip sebagai berikut.

a. *sahih*, berarti penilaian didasarkan pada data yang mencerminkan kemampuan yang diukur;

b. *objektif*, berarti penilaian didasarkan pada prosedur dan kriteria yang jelas, tidak dipengaruhi subjektivitas penilai;

c. *adil*, berarti penilaian tidak menguntungkan atau merugikan peserta didik karena berkebutuhan khusus serta perbedaan latar belakang agama, suku, budaya, adat istiadat, status sosial ekonomi, dan gender;

d. *terpadu*, berarti penilaian oleh guru merupakan salah satu komponen yang tak terpisahkan dari kegiatan pembelajaran;

e. *terbuka*, berarti prosedur penilaian, kriteria penilaian, dan dasar pengambilan keputusan dapat diketahui oleh pihak yang berkepentingan;

f. *menyeluruh dan berkesinambungan*, berarti penilaian oleh guru mencakup semua aspek kompetensi dengan menggunakan berbagai teknik penilaian yang sesuai, untuk memantau perkembangan kemampuan peserta didik;

g. *sistematis*, berarti penilaian dilakukan secara berencana dan bertahap dengan mengikuti langkah-langkah baku;

h. *beracuan kriteria*, berarti penilaian didasarkan pada ukuran pencapaian kompetensi yang ditetapkan. Dalam hal ini, kriteria yang dimaksudkan adalah Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM). KKM mengacu pada standar kompetensi kelulusan, dengan mempertimbangkan karakteristik siswa dan karakteristik materi pelajaran; dan
i. *akuntabel*, berarti penilaian dapat dipertanggungjawabkan, baik dari segi teknik, prosedur, maupun hasilnya.

E. Remedial dan Pengayaan

Pembelajaran remedial dan pengayaan dilaksanakan untuk kompetensi pengetahuan dan keterampilan. Pembelajaran remedial diberikan kepada siswa yang belum mencapai KBM/KKM, sementara pengayaan diberikan kepada siswa yang telah mencapai atau melampaui KBM/KKM. Pembelajaran remedial dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

1. Pemberian pembelajaran ulang dengan metode dan media yang berbeda, menyesuaikan dengan gaya belajar siswa.
2. Pemberian bimbingan secara perorangan.
3. Pemberian tugas-tugas atau latihan secara khusus, dimulai dengan tugas-tugas atau latihan sesuai dengan kemampuannya.
4. Pemanfaatan tutor sebaya, yaitu siswa dibantu oleh teman sekelas yang telah mencapai KBM/KKM.

Pembelajaran remedial diberikan segera setelah siswa diketahui belum mencapai KBM/KKM berdasarkan hasil PH, PTS, atau PAS. Pembelajaran remedial pada dasarnya difokuskan pada KD yang belum tuntas dan dapat diberikan berulang-ulang sampai mencapai KBM/KKM dengan waktu hingga batas akhir semester. Apabila hingga akhir semester pembelajaran remedial belum bisa membantu siswa mencapai KBM/KKM, pembelajaran remedial bagi siswa tersebut dapat dihentikan. Nilai KD yang dimasukkan ke dalam pengolahan penilaian akhir semester adalah penilaian setinggi-tingginya sama dengan KBM/KKM yang ditetapkan oleh sekolah untuk mata pelajaran tersebut. Apabila belum/tidak mencapai KBM/KKM, nilai yang dimasukkan adalah nilai tertinggi yang dicapai setelah mengikuti pembelajaran remedial. Guru tidak dianjurkan untuk memaksakan untuk memberi nilai tuntas kepada siswa yang belum mencapai KBM/KKM.

Selanjutnya pembelajaran pengayaan dapat dilakukan melalui kegiatan berikut:

1. Belajar kelompok, yaitu sekelompok siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan bersama pada dan/atau di luar jam pelajaran.
2. Belajar mandiri, yaitu siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan sendiri/individual.
3. Pembelajaran berbasis tema, yaitu memadukan beberapa konten pada tema tertentu sehingga siswa dapat mempelajari hubungan antara berbagai disiplin ilmu.

Pengayaan biasanya diberikan segera setelah siswa diketahui telah mencapai KBM/KKM berdasarkan hasil PH. Mereka yang telah mencapai KBM/KKM berdasarkan hasil PTS dan PAS umumnya tidak diberi pengayaan. Pembelajaran pengayaan biasanya hanya diberikan sekali, tidak berulang kali sebagaimana pembelajaran remedial. Pembelajaran pengayaan umumnya tidak diakhiri dengan penilaian.

Petunjuk Khusus

Bagian Petunjuk Khusus ini berisikan tentang panduan secara detail bagi guru dalam melaksanakan kegiatan pembelajaran berdasarkan materi sebagai berikut :

Semester I

Bab 1 Pola Bilangan

Bab 2 Himpunan

Bab 3 Bentuk Aljabar

Bab 4 Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Bab 5 Perbandingan

Semester II

Bab 6 Aritmetika Sosial

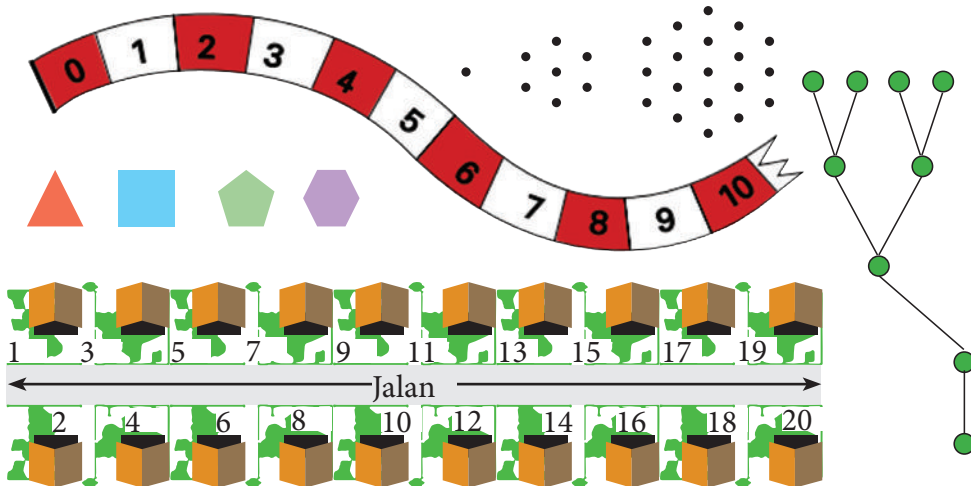
Bab 7 Garis dan Sudut

Bab 8 Segiempat dan Segitiga

Bab 9 Statistika

Bab 10 Peluang

Bab 1

Pola Bilangan

A. Narasi Awal Bab

Banyak hal dalam kegiatan di sekitar kita yang berhubungan dengan pola bilangan. Misal pola penataan rumah, pola penataan kamar hotel, pola penataan kursi dalam suatu stadion, pola nomor buku di perpustakaan, dan lain sebagainya. Dengan memahami pola bilangan, kalian bisa menata banyak hal dengan lebih teratur. Setelah memahami materi tentang pola bilangan, diharapkan kalian akan peka terhadap pola-pola dalam kehidupan di sekitar kalian. Kalau kalian pernah mengikuti soal tentang Tes Potensi Akademik, kalian akan melihat banyak soal terkait pola bilangan. Hal itu berarti pola bilangan juga menjadi tolok ukur dalam menentukan kemampuan akademik seseorang. Oleh karena itu, materi pola bilangan ini penting untuk dipahami.

B. Kata Kunci

- *Pola*
- *Bilangan*
- *Konfigurasi objek*

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mengolah, menyaji dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut

3.1 Membuat generalisasi dari pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek.

4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pola pada barisan bilangan dan barisan konfigurasi objek.

1. Siswa mampu menentukan suku selanjutnya dari suatu barisan bilangan dengan cara menggeneralisasi pola bilangan sebelumnya.
2. Siswa mampu menggeneralisasi pola barisan bilangan menjadi suatu persamaan.
3. Siswa mengenal macam-macam barisan bilangan.

F.
Peta
Konsep

Pola Bilangan
Menggeneralisasi Pola dan Barisan Bilangan Menggunakan Tabel
Menggeneralisasi Pola dari Suatu Konfigurasi Objek
Menyatakan Barisan Bilangan Menjadi Persamaan

Leonardo da Pisa
(1175 - 1250 M)

Leonardo da Pisa atau **Leonardo Pisano**, lebih dikenal dengan sebutan **Fibonacci**, adalah matematikawan Italia yang dikenal sebagai penemu bilangan Fibonacci. Leonardo berperan dalam mengenalkan sistem penulisan dan perhitungan bilangan Arab ke dunia Eropa.

Bapak dari Leonardo, Guilielmo (William) mempunyai nama panggilan *Bonacci* yang artinya "bersifat baik" atau "sederhana". Setelah meninggal, Leonardo sering disebut dengan nama Fibonacci (dari kata *filius Bonacci*, anak dari Bonacci). William memimpin sebuah pos perdagangan (beberapa catatan menyebutkan beliau adalah perwakilan dagang untuk Pisa) di Bugia, Afrika Utara (sekarang Bejaia, Aljazair). Sebagai anak muda, Leonardo berkelana ke sana untuk menolong ayahnya. Di sanalah Leonardo belajar tentang sistem bilangan Arab.

Melihat sistem bilangan Arab lebih sederhana dan efisien dibandingkan bilangan Romawi, Fibonacci kemudian berkelana ke penjuru daerah Mediterania untuk belajar kepada matematikawan Arab yang terkenal pada masa itu. Leonardo baru pulang kembali sekitar tahun 1200-an. Pada tahun 1202, di usia 27, ia menuliskan ilmu yang telah dipelajari dalam buku *Liber Abaci* atau Buku Perhitungan. Buku ini menunjukkan kepraktisan sistem bilangan Arab dengan cara menerapkannya ke dalam pembukuan dagang, konversi berbagai ukuran dan berat, perhitungan bunga, pertukaran uang, dan berbagai aplikasi lainnya. Buku ini disambut baik oleh kaum terpelajar Eropa, dan menghasilkan dampak yang penting kepada pemikiran Eropa, meski penggunaannya baru menyebar luas setelah ditemukannya percetakan sekitar tiga abad berikutnya.

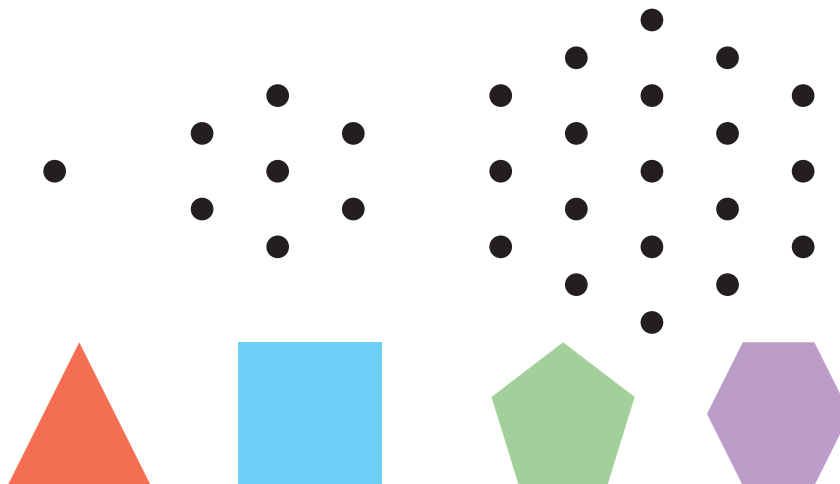
Hikmah yang bisa diambil

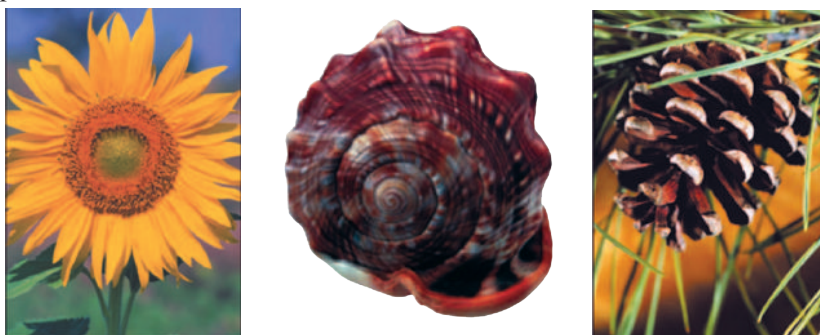
1. Sebelum orang mengenal angka arab yang kita gunakan, orang zaman dahulu sudah mengenal sistem bilangannya sendiri. Kelemahan sistem-sistem bilangan yang ditemukan zaman dahulu adalah susah untuk dioperasikan dan tidak efisien dalam penulisan. Dengan diperkenalkannya sistem bilangan arab yang kita gunakan hingga sekarang, orang lebih mudah untuk melakukan perhitungan matematika dan lebih efisien dalam penulisan.

2. Mari mencontoh sikap Leonardo yang giat untuk mempelajari tentang ilmu hitung sistem bilangan arab hingga jauh meninggalkan tempat tinggalnya. Leonardo dikenal banyak orang hingga sekarang karena dia bisa memberikan manfaat kepada orang banyak, yang masih kita rasakan hingga saat ini.

H. Proses Pembelajaran

Kegiatan 1.1 *Menentukan Persamaan dari Suatu Barisan Bilangan*

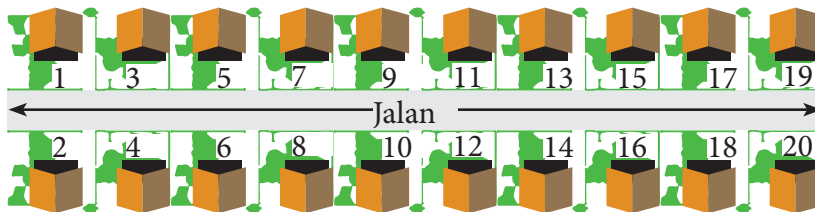
Untuk memulai kegiatan ini, guru bisa menunjukkan beberapa bentuk geometri atau konfigurasi objek yang memiliki pola atau keteraturan bentuk. Berikut ini contoh konfigurasi objek dan bentuk geometri yang memiliki pola.

Gambar 1.1 Berbagai bentuk pola

Guru juga bisa menyajikan benda-benda di sekitar yang memiliki pola. Berikut ini beberapa contoh.

Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.2 Berbagai bentuk pola pada kehidupan sehari-hari

Guru menggali kepekaan siswa tentang keteraturan yang terdapat pada benda-benda tersebut.

Silakan guru menyajikan benda atau bentuk lain yang berpola agar siswa lebih peka terhadap pola.

Guru menjelaskan manfaat pola dalam kehidupan sehari-hari. Misal dalam penataan alamat rumah sebagai berikut.

Gambar 1.3 Penataan nomor rumah

Pada contoh ini, guru mengajak siswa untuk mengenal pola barisan bilangan yang sederhana, yaitu ganjil dan genap.

Pada contoh ini guru mengajak siswa untuk melihat pola barisan bilangan dengan beda dua antara bilangan yang berwarna pita sama. Guru meminta siswa untuk melengkapi barisan bilangan yang masih kosong. Kemudian melalui pengamatan dan mengumpulkan informasi siswa diajak untuk menyimpulkan pola barisan bilangan terebut. Untuk menguji kebenaran simpulan siswa, guru bisa mengecek dengan menyebutkan suatu bilangan yang cukup besar, kemudian meminta siswa untuk menyebutkan warna pita bilangan tersebut.

Pada contoh pola ini, guru mengajak siswa untuk melihat keteraturan dari kumpulan bilangan. Dengan mengetahui pola bilangan tersebut, siswa bisa menjumlahkan dengan lebih mudah.

Pada contoh pola ini, guru mengajak siswa untuk mengamati pola barisan bilangan yang terbentuk dari banyaknya pengunjung tiap 5 menit. Guru mengajak siswa untuk mengamati pertambahan pengunjung tiap 5 menit. Dengan memerhatikan pola

tersebut, diharapkan siswa bisa membuat dugaan tentang banyaknya pengunjung pada waktu tertentu.

Pada contoh pola ini, guru mengajak siswa untuk menemukan 3 bilangan genap yang jumlahnya sama dengan 60. Untuk menemukannya, siswa diajak untuk mengamati pola bilangan yang lebih kecil, kemudian membuat suatu kesimpulan untuk bilangan yang lebih besar.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 1.1

1. 28, 30, 32
2. 48, 50, 52
3. 98, 100, 102
4. 13, 15, 17
5. 43, 45, 47
6. 103, 105, 107
7. Tidak mungkin
8. Tidak mungkin

Contoh 1.6

Pada contoh pola ini, guru mengajak siswa untuk mengamati pola dan menyatakan dalam bentuk persamaan. Pola barisan ini relatif lebih sulit untuk ditentukan polanya daripada pola-pola sebelumnya. Oleh karena itu, guru harus mengarahkan siswa untuk lebih cermat mengamati proses menemukan persamaan melalui mengumpulkan informasi dengan bilangan-bilangan yang kecil.

Pada contoh pola ini, siswa diajak untuk mengamati pola barisan bilangan yang diperoleh dengan dua cara berbeda. Namun hasilnya sama-sama benar.

Pada contoh ini, guru mengajak siswa untuk mengamati susunan persegi ubin (persegi satuan). Guru mengajak siswa untuk melihat keterkaitan antara banyak ubin biru dengan ubin putih. Setelah mengamati pola-pola dengan jumlah ubin sedikit, siswa diajak untuk bisa menggeneralisasi yang lainnya.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 1.2
Tanda (-) sebagai latihan

1. 84
2. 104
3. 124
4. 1.604
5. 2.004
6. -
7. -
8. -
9. -
10. -

Pada contoh ini, guru mengajak siswa untuk mengamati pola perubahan warna lampu hias. Dengan pengamatan tersebut diharapkan siswa mampu menggeneralisasi pola menyalanya lampu warna hijau, kuning, dan merah pada lampu hias tersebut.

Pada contoh ini, guru meminta siswa untuk mengamati pola cabang pohon yang terus bercabang dengan teratur. Melalui pengamatan tersebut, guru memperkenalkan barisan bilangan geometri.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 1.3

Ayo Kita Berlatih 1.3

a. 2^9

b. 2^{19}

c. 2^{39}

d. 2^{99}

e. 2^{199}

Contoh 1.11

Pada contoh ini, guru meminta siswa untuk mengamati cara menentukan angka satuan pada bilangan berpangkat besar. Untuk menentukan angka satuannya, dilakukan dengan cara mengamati pola pada bentuk pangkat yang lebih kecil.

Contoh 1.12

Pada contoh ini, guru memperkenalkan kepada siswa tentang barisan bilangan Fibonachi.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 1.4

Tanda (-) sebagai latihan

Ayo Kita Berlatih 1.4

1. Menentukan 3 bilangan selanjutnya

   a. 9, 11, 13

   b. 80, 75, 70

   c. 19, 17, 22

   d. 54, 162, 486

   e. 5; 2,5; 1,25

   f. –23, 27, –31

g. 324, 972, 2.916
h. 36, 49, 64
i. 34, 32, 42
j. 9, 13, 7
k. 1, 2, 3

2. Mengisi titik-titik kosong.
   a. 16, 22
   b. 84, 64
   c. 17, 15
   d. 80, 60
   e. 305
   f. 5, 8

3. Ambil satu bilangan
   a. 9
   b. 12 atau 32
   c. 1 atau 4
   d. 27
   e. 4

4. Menentukan dua suku berikutnya
   a. 24, 10
   b. 27, 38
   c. 41, 122
   d. 20, 3
   e. 81, 25

5. -

6. -

7. -

Kegiatan 1.2 Menentukan Persamaan dari Suatu Konfigurasi Objek

Di bawah ini siswa diajak untuk mengamati suatu konfigurasi objek. Setelah mengamati konfigurasi objek tersebut, siswa diajak untuk menggali informasi tentang pola bilangan yang terbentuk, sehingga pada akhirnya siswa bisa membuat persamaan pola bilangan yang di temukan.

Contoh 1.13

Pada contoh ini, guru meminta siswa untuk mengamati pola konfigurasi objek lingkaran yang disusun secara teratur. Susunan warna biru dan merah tersebut keduanya membentuk pola barisan bilangan segitiga. Melalui pengamatan pada konfigurasi yang sederhana diharapkan siswa akan memahami persamaan pola barisan bilangan segitiga sebagai berikut.

Pola barisan bilangan segitiga ke-n

$$U_n = \frac{1}{2} \times n \times (n + 1)$$

Contoh 1.14

Pada contoh ini, guru meminta siswa untuk mengamati jumlah dari konfigurasi objek. Diharapkan dengan melakukan pengamatan terhadap konfigurasi objek yang sederhana, siswa akan mampu menggeneralisasi pada pola ke-n, yaitu n^2.

Contoh 1.15

Pada contoh ini, guru meminta siswa untuk mengamati pola hasil penjumlahan bilangan kuadrat. Melalui pengamatan konfigurasi objek yang lebih sederhana, diharapkan siswa mampu menggeneralisasi dan menemukan jumlah hingga suku ke-n adalah

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + n^2 = S_n = \frac{1}{6} \times n \times (n + 1) \times (2 \times n + 1)$$

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 1.5

Tanda (-) sebagai latihan

Ayo Kita Berlatih 1.5

1. $U_n = 4n - 3$
2. $U_n = 2n^2 - 2n + 1$
3. -
4. -
5. -
6. -
7. -
8. -
9. -
10. -
11. -
12. -
13. -

Ayo Kita Berbagi

Guru meminta siswa untuk mempresentasikan hasil kerjanya di dalam kelas. Guru menjadi fasilitator dalam proses diskusi dan memberikan pengarahan, jika ditemukan kesalahan baik dalam presentasi maupun diskusi.

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang pola bilangan, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan Latihan 1.1 sampai Latihan 1.5. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Untuk mengetahui siswa yang sudah mampu mencapai kompetensi dasar pada kegiatan ini, guru bisa melihat cara siswa menyelesaikan soal-soal yang lebih sulit. Selanjutnya, guru bisa mengamati apakah siswa sudah mampu menyelesaikan soal-soal tersebut. Apabia terdapat siswa yang sudah mempu menyelesaikan soal-soal tersbut, minta siswa tersebut untuk berbagi ilmu dengan teman-teman yang lain.

Bagi siswa yang sudah mencapai indikator pembelajaran, dapat melanjutkan ke bagian Pengayaan. Pada kegiatan remidial guru ditantang untuk memberikan pemahaman kepada siswa yang belum mencapai kompetensi dasar. Berikut ini alternatif cara untuk memberikan remedi.

1. Meminta siswa untuk mempelajari kembali bagian yang belum tuntas.
2. Meminta siswa untuk membuat rangkuman materi yang belum tuntas.
3. Meminta siswa untuk bertanya kepada teman yang sudah tuntas tentang materi yang belum tuntas.
4. Memberikan lembar kerja untuk dikerjakan oleh siswa yang belum tuntas.

K. Pengayaan

Pembelajaran pengayaan diberikan kepada siswa yang telah mencapai atau melampaui KKM. Ada beberapa kegiatan yang dapat dirancang dan dilaksanakan oleh Guru dalam kaitannya dengan pengayaan, di antaranya melakukan kegiatan berikut.

1. Belajar kelompok, yaitu sekelompok siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan bersama pada dan/atau di luar jam pelajaran;
2. Belajar mandiri, yaitu siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan sendiri/individual;
3. Pembelajaran berbasis tema, yaitu memadukan beberapa konten pada tema tertentu sehingga siswa dapat mempelajari hubungan antara berbagai disiplin ilmu.

Pengayaan biasanya diberikan segera setelah siswa diketahui telah mencapai KKM berdasarkan hasil PH. Pembelajaran pengayaan umumnya tidak diakhiri dengan penilaian.

L. *Ayo Kita Mengerjakan Tugas Projek 1*

Carilah lima hal di sekitar kalian yang menerapkan pola bilangan.

Tentukan pola yang digunakan pada hal yang kalian temukan tersebut.

Sajikan hal yang terkait pola tersebut semenarik mungkin.

M. *Ayo Kita Merangkum 1*

Setelah siswa melakukan pengamatan tentang macam-macam pola barisan bilangan diharapkan siswa akan peka dan mempu menentukan pola dan persamaan suatu barisan bilangan atau konfigurasi objek.

Berikut penyelesaian Uji Kompetensi 1

A. Pilihan Ganda

1. A
2. D
3. B
4. A
5. C
6. B
7. A
8. A
9. D
10. D
11. B
12. A
13. C
14. B
15. C
16. D
17. C
18. A
19. D
20. D

B. Esai

1. 7, 19
2. 55
3. a. Gambar tersebut dilanjutkan hingga gambar 4 dengan pola yang sama. Lengkapi tabel di bawah ini.

Gambar	Banyak segitiga
1	2
2	8
3	18
4	32

   b. 98

   c. 5.000

4 Jika pola pada gambar berikut dilanjutkan terus menerus, maka gambar yang terbentuk pada persegi bertanda X adalah.

5. 9

6. 4

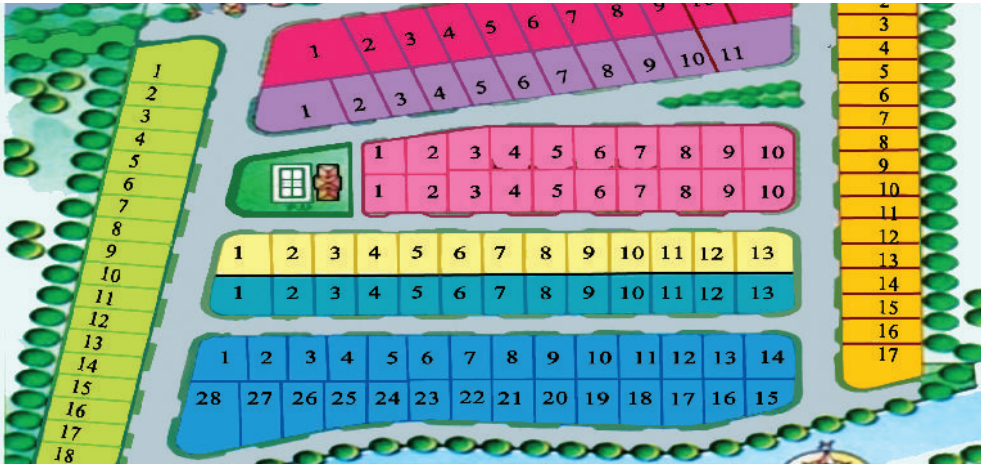
7. 83

8. $n + 2$

9. 10.004

10. 10.100

Bab 2

Koordinat Kartesius

Sumber: Kemdikbud

Denah Perumahan

A. Narasi Awal Bab

Jika kita melihat denah peta perumahan, kita akan melihat rumah sudah diatur sedemikian rupa tampak tertata rapi dan dengan jalan yang tersambung satu dengan lainnya seperti garis vertikal dan garis horizontal. Tentu semuanya itu mempunyai maksud dan tujuan agar lahan yang ada dapat dimanfaatkan dengan seefisien mungkin dan semua rumah dapat memiliki akses jalan yang cukup memadai. Jika kita cermati, peta perumahan tersebut menunjukkan bahwa setiap rumah memiliki posisi yang berbeda-beda terhadap titik tertentu yang biasanya disebut sitem koordinat. Agar siswa lebih mengerti tentang sistem koordinat tersebut, ayo kita pelajari sistem koordinat dengan baik

B. Kata Kunci

- *Titik asal*
- *Sumbu-X*
- *Sumbu-Y*
- *Garis-garis sejajar*
- *Garis-garis tegak lurus*
- *Garis-garis berpotongan*

C. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

D. Kompetensi Dasar

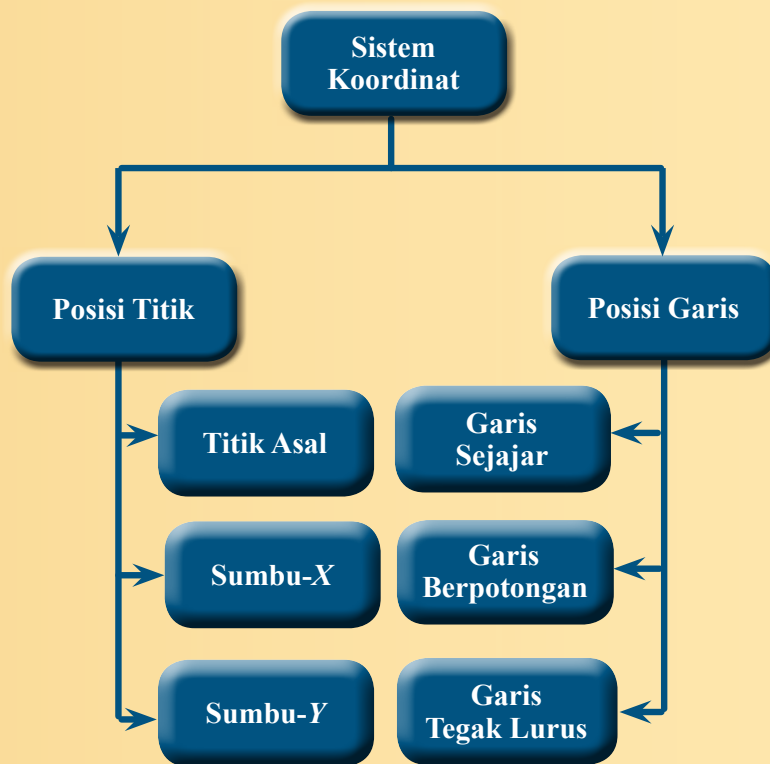
3.2 Menjelaskan kedudukan titik dalam bidang koordinat Kartesius yang dihubungkan dengan masalah kontekstual.

4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kedudukan titik dalam bidang koordinat Kartesius.

E. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menentukan kedudukan suatu titik terhadap sumbu-X dan sumbu-Y.
2. Menentukan kedudukan suatu titik terhadap titik asal (0,0).
3. Menentukan kedudukan suatu titik terhadap titik tertentu (a, b).
4. Menentukan kedudukan garis yang sejajar dengan sumbu-X.
5. Menentukan kedudukan garis yang sejajar dengan sumbu-Y.
6. Menentukan kedudukan garis yang tegak lurus dengan sumbu-X.
7. Menentukan kedudukan garis yang tegak lurus dengan sumbu-Y.
8. Menggambar dua garis yang sejajar.
9. Menggambar dua garis yang saling tegak lurus.
10. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kedudukan titik.
11. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kedudukan garis.

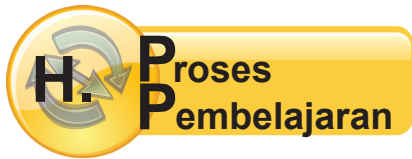
F.
Peta
Konsep

Sistem Koordinat
Posisi Titik
Posisi Garis
Titik Asal
Sumbu-X
Sumbu-Y
Garis Sejajar
Garis Berpotongan
Garis Tegak Lurus

Rene Descartes (1956 - 1650 M)

Descartes dikenal sebagai Renatus Cartesius dalam literatur berbahasa Latin, merupakan seorang filsuf dan matematikawan Prancis. Beliau mempersembahkan sumbangan yang penting yaitu penemuannya tentang geometri analitis, yang akhirnya dikenal sebagai pencipta "**Sistem koordinat Cartesius**", yang memengaruhi perkembangan kalkulus modern dan menyediakan jalan buat Newton menemukan Kalkulus. Beliau memberikan kontribusi yang besar dalam kemajuan di bidang matematika, sehingga dipanggil sebagai "Bapak Matematika Modern".

Descartes adalah salah satu pemikir paling penting dan berpengaruh dalam sejarah barat modern. Metodenya ialah dengan meragukan semua pengetahuan yang ada, yang kemudian mengantarkannya pada simpulan bahwa pengetahuan yang ia kategorikan ke dalam tiga bagian dapat diragukan, yaitu pengetahuan yang berasal dari pengalaman inderawi dapat diragukan, fakta umum tentang dunia semisal api itu panas dan benda yang berat akan jatuh juga dapat diragukan, serta prinsip-prinsip logika dan matematika juga ia ragukan. Dari keraguan tersebut, Descartes hendak mencari pengetahuan yang tidak dapat diragukan yang akhirnya mengantarkan pada premisnya *Cogito Ergo Sum* yang artinya **"aku berpikir, maka aku ada"**.

Hikmah yang dapat dipetik antara lain:

1. Keyakinan yang sempurna dan mutlak terhadap keberadaan adanya Tuhan, dan semua objek di dunia ini adalah ciptaan Tuhan.
2. Tidak mudah puas terhadap sesuatu yang sudah didapatkan, sehingga terus berpikir melakukan inovasi untuk menemukan sesuatu yang baru.
3. Manusia diciptakan oleh Tuhan dengan bentuk yang sempurna. Oleh karena itu, manusia harus menggunakan akal dan pikirannya untuk memanfaatkan lingkungan dengan sebaik-baiknya.
4. Saling membantu dan kerja sama sesama manusia agar terjadi interaksi yang positif dalam melakukan aktifitas dan belajar.

Pengantar

Dengan berdiskusi dan tanya jawab dibahas manfaat belajar bidang koordinat Kartesius dalam kehidupan sehari-hari. Salah satunya adalah untuk mencari alamat rumah yang belum diketahui dengan jelas seperti pada pengantar buku siswa. Dalam pengantar itu dijelaskan ada dua orang siswa untuk mencari alamat rumah gurunya dan ternyata yang menemukan adalah Udin, sedangkan Siti belum menemukan rumah Bu Badiah.

Udin dapat menemukan rumah gurunya karena dia menempuh jalan terpendek dari jalan Diponegoro dan jalan Sudirman sesuai dengan yang ditentukan gurunya. Siti belum menemukan karena jalan yang ditempuh terlalu panjang dan ada kemungkinan salah dalam menghitung jarak dari jalan Diponegoro dan jalan Sudirman. Siswa juga diminta menemukan manfaat lain penggunaan kordinat kartesius dalam kehidupan sehari-hari.

Permasalahan Kontekstual

Dengan menggunakan media dan alat peraga, guru dapat menggambar aliran sungai yang tidak beraturan melewati beberapa kota. Pada di bidang koordinat Kartesius kota identik dengan titik, dimulai dari kota A dengan koordinat (–8, 7) dan berakhir di kota K dengan koordinat (8, –8). Aliran sungai yang tidak beraturan dalam bidang koordinat Kartesius melewati titik-titik pada kuadran I, kuadran II, kuadran III, dan kuadran IV.

Siswa diminta untuk menuliskan koordinat titik-titik (kota-kota) yang dilewati aliran sungai yang tidak beraturan tersebut mulai dari awal sampai titik paling akhir.

Posisi Titik Terhadap Sumbu-X dan Sumbu-Y

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Papan tulis berpetak dan buku petak siswa.*
2. *Penggaris dan spidol atau kapur berwarna.*
3. *Format penilaian sikap dan keterampilan.*
4. *Alat peraga yang dapat membantu membuat koordinat Kartesius.*
5. *Gambar aliran sungai yang tidak beraturan pada bidang Koordinat Kartesius yang melewati beberapa titik pada kudran I, II, III, dan IV.*

Mintalah siswa untuk mencermati bidang koordinat Kartesius. Tunjukkan beberapa titik yang memiliki jarak sama dan jarak berbeda terhadap sumbu-X dan sumbu-Y.
Mintalah siswa mencermati titik-titik yang memiliki jarak yang sama dan jarak berbeda terhadap sumbu-X dan sumbu-Y pada kuadran yang berbeda.
Amati kembali titik-titik pada bidang koordinat Kartesius yang ada di buku siswa. Mintalah siswa untuk mengamati jarak titik-titik A, B, C, D, E, F, G, dan H terhadap sumbu-X dan sumbu-Y dan hubungannya dengan koordinat titik-titik tersebut.
Mintalah siswa untuk mencermati titik-titik yang memiliki jarak yang sama terhadap sumbu-X atau sumbu-Y tetapi memiliki koordinat yang berbeda, karena titik-titik tersebut berada pada kuadran yang berbeda.

Mintalah siswa untuk menuliskan pertanyaan yang terkait dengan jarak titik-titik dari sumbu-X dan sumbu-Y. Munculnya pertanyaan karena siswa belum mengerti atau memahami pada saat kegiatan mengamati. Sebagai pertanyaan pancingan, dapat menggunakan kata-kata yang ada di buku siswa. Adapun pertanyaan yang diharapkan adalah sebagai berikut.

1. Mengapa titik B memiliki jarak yang sama dari sumbu-X?
2. Bagaimana menentukan titik yang memiliki jarak 0 satuan dari sumbu-X atau sumbu-Y?

Mintalah siswa untuk mencermati perbedaan koordinat titik-titik yang berada di sebelah kanan dan sebelah kiri sumbu-Y dan mencermati pula apa perbedaan titik-titik yang berada di sebelah atas dan bawah sumbu-X. Untuk jarak suatu titik pada sumbu-Y tidak mengenal negatif, artinya jarak suatu titik di sebelah kanan dan di sebelah kiri sumbu-Y adalah sama.
Mintalah siswa mencermati koordinat titik-titik yang memiliki jarak yang sama dan tidak sama dengan sumbu-X dan sumbu-Y. Adapun alternatif jawaban kegiatan Menalar adalah sebagai berikut.

Tabel 2.1 Jarak titik terhadap sumbu-X dan sumbu-Y

No.	Koordinat titik	Jarak ke sumbu-X	Jarak ke sumbu-Y
1	$A(2, 6)$	6 satuan	2 satuan
2	$B(5, 5)$	5 satuan	5 satuan
3	$C(-4, 3)$	3 satuan	4 satuan
4	$D(-5, 6)$	6 satuan	5 satuan
5	$E(-3, 3)$	3 satuan	3 satuan
6	$F(-5, -6)$	6 satuan	5 satuan
7	$G(5, -4)$	4 satuan	5 satuan
8	$H(3, -6)$	6 satuan	3 satuan

Mintalah siswa untuk menukarkan jawabannya dengan temannya. Berilah sedikit penguatan dan bimbingan jika terjadi perbedaan jawaban siswa.

Siswa diminta untuk mengamati pembagian kuadran dalam koordinat Kartesius. Mintalah siswa untuk mencermati perbedaan dan persamaan titik P dan Q. Mintalah siswa untuk menentukan titik R di kuadran III dan titik S di kuadran IV pada bidang koordinat Kartesius. Siswa diminta untuk mengamati perbedaan dan persamaan koordinat dari titik R dan S.

Siswa diminta untuk merumuskan pertanyaan yang berkaitan dengan pembagian empat kuadran bidang Kartesius. Adapun pertanyaan yang diharapkan adalah:

1. Misalnya ada titik $S(-4, -6)$ terletak pada kuadran berapa titik tersebut?
2. Apa perbedaan koordinat suatu titik pada empat kuadran tersebut?
3. Mengapa pada kuadran IV koordinat x dan koordinat y bernilai negatif?
4. Jika suatu titik terletak pada garis y atau x, berada pada kuadran berapakah titik tersebut?

Siswa diminta untuk menentukan koordinat beberapa titik pada koordinat Kartesius dan jarak titik tersebut terhadap sumbu-X dan sumbu-Y. Alternatif jawaban kegiatan ini adalah:

Koordinat titik	Keterangan
$A(2, 6)$	Titik A berjarak 2 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 6 satuan dari sumbu-X . Titik A berada di kuadran I.
$B(3, 0)$	Titik B berjarak 3 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 0 satuan dari sumbu-X. Titik B berada di kuadran I atau kuadran IV.
$C(-2, 3)$	Titik C berjarak 2 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 3 satuan dari sumbu-X. Titik C berada di kuadran II.
$D(0, 4)$	Titik D berjarak 0 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 4 satuan dari sumbu-X. Titik D berada di kuadran I atau kuadran II.
$E(-5, 0)$	Titik E berjarak 5 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 0 satuan dari sumbu-X. Titik E berada di kuadran II atau kuadran III.
$F(-5, -3)$	Titik F berjarak 5 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 3 satuan dari sumbu-X. Titik F berada di kuadran III.
$G(5, -4)$	Titik G berjarak 5 satuan dari sumbu-Y dan berjarak 4 satuan dari sumbu-X. Titik G berada di kuadran IV.

1. Jawaban
   a. Cara menentukan suatu titik berada pada kuadran berapa pada bidang Kartesius adalah dengan melihat koordinat titik tersebut, yaitu:

Kuadran I : koordinat x postitf dan koordinat y positif
Kuadran II : koordinat x negatif dan koordinat y positif
Kuadran III : koordinat x negatif dan koordinat y negatf
Kuadran IV : koordinat x postitf dan koordinat y negatif

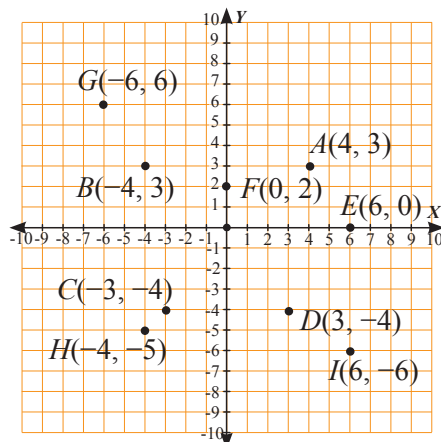
b. Titik $B(3, 0)$ berada pada sumbu-X dan terletak pada kuadran I atau kuadran IV titik E(–5, 0) berada pada sumbu-X dan terletak pada kuadran II atau kuadran III titik $D(0, 4)$ berada pada sumbu-Y dan terletak pada kuadran I atau kuadran II titik $H(0, –5)$ berada pada sumbu-Y dan terletak pada kuadran III atau kuadran IV

2. Gambar diserahkan kepada guru.

Siswa diminta untuk menukarkan hasil kegiatan menalar dan mendiskusikan jawabannya dengan teman sebangku jika ada perbedaan jawaban.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 2.1
Tanda (-) sebagai latihan

Perhatikan koordinat Kartesius di bawah ini:

1. Titik-titik yang mempunyai jarak yang sama terhadap sumbu-X adalah titik A dan B, C dan D, G dan I,
2. Titik-titik yang mempunyai jarak yang sama terhadap sumbu-Y adalah A dan B, C dan D, G dan I
3. -
4. -
5. -

Gambar 2.6 Titik-titik pada koordinat Kartesius

Posisi Titik terhadap Titik Asal (0, 0) dan Titik Tertentu (a, b)

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Siapkan papan tulis berpetak agar lebih mudah membuat koordinat Kartesius, dan kapur atau spidol berwarna.

Siswa diminta mengamati semua tempat terhadap titik pusat (0, 0) dan fokuskan pada koordinat masing-masing tempat. Siswa diminta mengamati semua tempat terhadap tanah lapang dan kolam dan fokuskan koordinat masing-masing tempat terhadap tanah lapang. Guru meminta siswa untuk mencermati langkah demi langkah alternatif penyelesaian untuk menentukan koordinat beberapa tempat terhadap pos utama. Guru meminta siswa membandingkan posisi titik terhadap titik pusat dan terhadap titik tertentu serta keterangan yang menunjukkan jarak tempat tertentu terhadap titik pusat dan tanah lapang serta kolam.

Apabila siswa mengalami kesulitan tentang posisi tempat terhadap tanah lapang dan kolam, berilah penjelasan secukupnya dan berikan contoh lain yang sejenis.

Guru meminta siswa membuat pertanyaan berdasarkan kasus yang ada di buku siswa. Siswa juga boleh membuat pertanyaan lain. Pertanyan yang diharapkan sebagai berikut:

1. Berapakah koordinat dari perumahan terhadap tenda 2 yang benar?
2. Mengapa tenda 1 dan tenda 3 tidak memiliki koordinat x atau koordinat x-nya nol?
3. Mengapa koordinat x tenda 3 terhadap tanah lapang bernilai positif, padahal tenda 3 berada di sebelah kiri sumbu-Y?

Guru meminta siswa membentuk kelompok untuk mengerjakan **Ayo Menalar**

Mintalah siswa untuk menggambar bidang koordinat Kartesius agar lebih mudah menentukan koordinat beberapa tempat terhadap tempat tertentu.

Berilah bimbingan bagi siswa yang belum bisa menentukan koordinat suatu titik tertentu terhadap titik tertentu.

Alternatif Jawaban pada Kegiatan Ayo Kita Menalar

No.	Posisi dari titik asal (0, 0)		Posisi terhadap		
	Objek	**Koordinat**	**Tenda 1 (2, 0)**	**Pos 1 (2, 5)**	**Pasar (4, 3)**
1.	Perumahan	(6, 5)	4 satuan ke kanan dan 5 satuan ke atas	4 satuan ke kanan dan 0 satuan ke atas	2 satuan ke kanan dan 2 satuan ke atas
2.	Pemakaman	(−5, −2)	7 satuan ke kiri dan 2 satuan ke bawah	7 satuan ke kiri dan 7 satuan ke bawah	9 satuan ke kiri dan 5 satuan ke bawah
3.	Pasar	(4, 3)	2 satuan ke kanan dan 3 satuan ke atas	2 satuan ke kanan dan 2 satuan ke bawah	0 satuan ke kanan dan 0 ke atas
4.	Hutan	(−8, 5)	10 satuan ke kiri dan 5 satuan ke atas	10 satuan ke kiri dan 0 satuan ke atas	12 satuan ke kiri dan 2 satuan ke bawah
5.	Tenda 1	(2, 0)	0 satuan ke kanan dan 0 satuan ke atas	0 satuan ke kiri dan 5 satuan ke bawah	2 satuan ke kiri dan 3 satuan ke bawah
6.	Tenda 2	(0, 2)	2 satuan ke kiri dan 2 satuan ke atas	2 satuan ke kiri dan 3 satuan ke bawah	4 satuan ke kiri dan 3 satuan ke bawah
7.	Pos 1	(2, 5)	0 satuan ke kanan dan 5 satuan ke bawah	0 satuan ke kanan dan 0 satuan ke atas	2 satuan ke kiri dan 2 satuan ke atas
8.	Pos 2	(−4, 4)	6 satuan ke kiri dan 4 satuan ke atas	0 satuan ke kanan dan 0 satuan ke atas	8 satuan ke kiri dan 1 satuan ke atas

Informasikan kepada siswa untuk mendikusikan dengan kelompok lain, dimana dalam kegiatan ini: Guru meminta siswa untuk menukarkan jawabannya dan mendiskusikan dengan teman sebangku.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 2.2
Tanda (-) sebagai latihan

1. a. -

   b. Titik-titik di kuadran I: *D*, *E*, *F*, *G*, *H*
   Titik-titik di kuadran II: *A*, *B*, *C*, *D*
   Titik-titik di kuadran III: *K*, *L*, *M*
   Titik-titik di kuadran IV: *H*, *I*, *J*

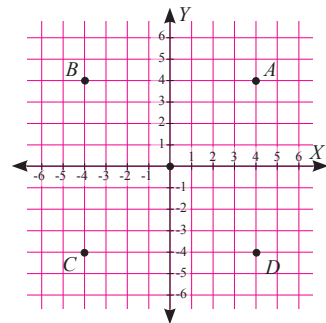
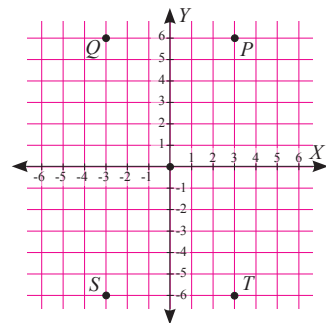
   b. Koordinat titik *A* terhadap titik *G* adalah (–13, 5)
   Koordinat titik *B* terhadap titik *G* adalah (–12, 2)
   Koordinat titik *C* terhadap titik *G* adalah (–9, 1)
   Koordinat titik *A* terhadap titik *G* adalah (–6, 0)

   c. Koordinat titik *E* terhadap titik *J* adalah (1, 9)
   Koordinat titik *F* terhadap titik *J* adalah (4, 10)
   Koordinat titik *G* terhadap titik *J* adalah (5, 7)
   Koordinat titik *H* terhadap titik *J* adalah (3, 5)

2. Koordinat titik *Q* terhadap titik *P* adalah (–1, 7)
   Koordinat titik *R* terhadap titik *P* adalah (0, 12)
   Koordinat titik *S* terhadap titik *P* adalah (–9, 9)
   Koordinat titik *T* terhadap titik *P* adalah (–7, –1)

3. a. -
   b. -
   c. -

4. -

5. 4 titik A, B, C, dan D yang berjarak sama terhadap sumbu-X dan sumbu-Y.

6. 4 titik P, Q, R, dan S yang jaraknya terhadap sumbu-X dua kali jarak terhadap sumbu-Y.

7. Banyak titik yang berjarak 3 satuan dari sumbu-X dan 5 satuan dari sumbu-Y ada 4 yaitu titik $A(5, 3)$, $B(–5, 3)$, $C(–5, –3)$, dan $D(5, –3)$

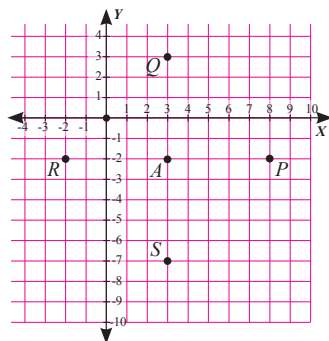
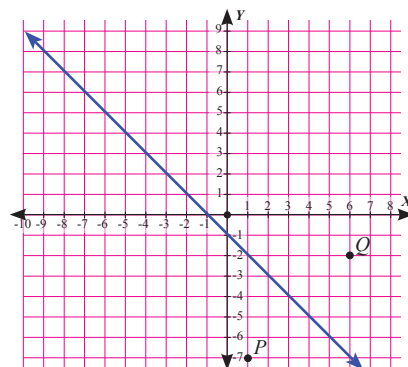
8. Diketahui koordinat titik-titik $A(2, 3)$, $B(6, 3)$, $C(6, 5)$, dan $D(2, 5)$

   a. Jika keempat titik tersebut dihubungkan, bangun yang terbentuk adalah persegi panjang.

   b. -

9. Diketahui $K(2, 0)$, $L(4, −4)$, $M(6, 0)$, dan N (..., ...) jika keempat titik tersebut dihubungkan akan membentuk belahketupat, maka koordinat titik N adalah (4, 4)

10. a.

b.

Memahami Posisi Garis terhadap Sumbu-X dan Sumbu-X

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Papan tulis berpetak untuk menggambar koordinat Kartesius, bila memungkinkan menggunakan komputer dan LCD.

Siswa diminta untuk mengamati tiga macam garis yang sejajar dengan sumbu-*X*, sejajar sumbu-*Y*, dan tidak sejajar dengan sumbu-*X* maupun sumbu-*Y*. Fokuskan pengamatan siswa pada persamaan dan perbedaan dari ketiga garis tersebut. Mintalah siswa untuk menemukan ciri-ciri dari garis sejajar, tegak lurus dan berpotongan dengan sumbu-*X* dan sumbu-*Y*.

Guru meminta siswa untuk membuat pertanyaan dari hasil pengamatannya. Berilah pancingan pertanyaan dan contoh pertanyaan yang membuat siswa termotivasi untuk membuat pertanyaan. Pertanyaan yang diharapkan adalah:

1. Apa ciri-ciri dari garis sejajar, tegak lurus, dan berpotongan dengan sumbu-*X* dan sumbu-*Y?*
2. Apakah garis sejajar dengan sumbu-*X* pasti tegak lurus sumbu-*Y?*
3. Apakah garis tegak lurus dengan sumbu-*X* pasti sejajar sumbu-*Y?*
4. Apakah mungkin membuat garis yang melalui satu titik yang tidak sejajar sumbu-*X* dan tidak sejajar sumbu-*Y?*
5. Apabila suatu garis memotong tidak tegak lurus dengan sumbu-*X*, bagaimana perpotongan garis tersebut dengan sumbu-*Y*?

Untuk dapat menjawab pertanyaan tersebut, siswa diminta mencari informasi dari buku siswa atau buku matematika lain atau membuat dugaan sendiri. Mintalah siswa untuk mencermati dan memahami **Contoh 2.1** dan **Contoh 2.2** dengan baik. Jika ada siswa yang masih mengalami kesulitan, berikan kesempatan kepada siswa yang sudah mengerti untuk menjelaskan kepada temannya.

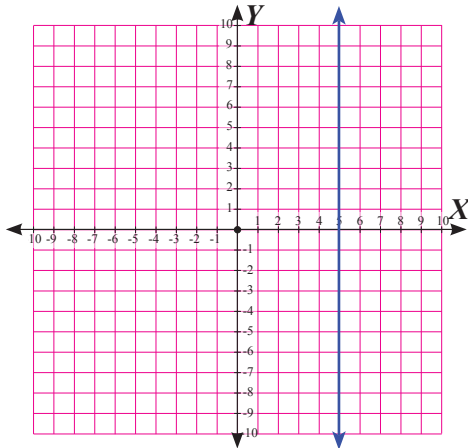
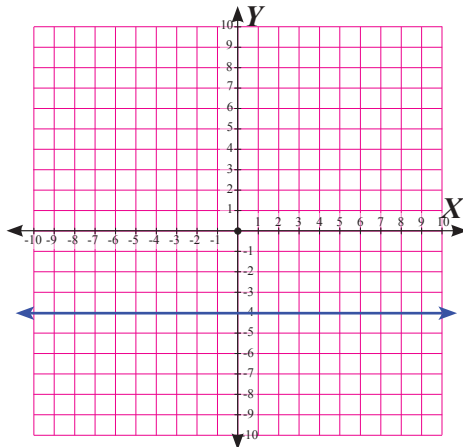
Mintalah siswa untuk mencermati kembali langkah demi langkah pada penyelesaian **Contoh 2.3**. Berikan soal yang sejenis, dan mintalah siswa untuk membuat prosedur dalam menyelesaikan soal tersebut. Siswa yang sudah bagus dalam membuat prosedur penyelesaiannya, mintalah untuk menjelaskan kepada semua temannya.

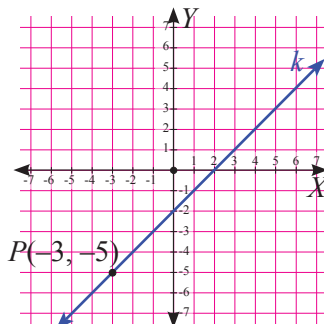
1. a. Garis melalui titik A sangatlah banyak, termasuk garis yang melalui titik (0, 0).
   b. Garis melalui titik B yang tegak lurus sumbu-X dan sejajar sumbu-Y hanya ada satu.
   c. Tidak ada garis yang sejajar dengan sumbu-X dan sekaligus sejajar dengan sumbu-Y.
   d. Garis melalui titik B yang sejajar sumbu-X dan tegak lurus sumbu-Y hanya ada satu.
   e. Garis melalui titik D yang memotong sumbu-X dan sumbu-Y pada satu titik yaitu garis yang melalui titik pusat (0, 0).
   f. Jika keempat titik tersebut dihubungkan, akan membentuk bangun persegi.
2. Diserahkan kepada guru.

Mintalah siswa mendiskusikan dengan teman sebangku tentang menggambar beberapa garis. Guru bersama siswa membuat kesimpulan bersama tentang garis sejajar, garis tegak lurus, dan garis yang memotong sumbu-X dan sumbu-Y.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 2.3

Tanda (-) sebagai latihan

1. Garis *l* yang tegak lurus pada sumbu-*X*, berada di sebelah kanan dan berjarak 5 satuan dari sumbu-*Y*.

2. Garis *m* yang tegak lurus pada sumbu-*Y*, berada di bawah dan berjarak 4 satuan dari sumbu-*X*.

3. Garis tersebut tegak lurus dengan sumbu-*Y* dan sejajar dengan sumbu-*X*

4. Garis k yang melalui titik $P(-3, -5)$ yang tidak sejajar sumbu-X dan sumbu-Y

5. Apabila dua garis l dan m memotong sumbu-X dan sumbu-Y tidak tegak lurus, bagaimanakah posisi garis l terhadap garis m?

   Kemungkinan yang terjadi adalah:
   a. Garis l dan m saling tegak lurus namun kedua garis tidak tegak lurus terhadap sumbu-X dan sumbu-Y.
   b. Garis l dan m berpotongan, namun tidak tegak lurus dan kedua garis tidak tegak lurus terhadap sumbu-X dan sumbu-Y.
   c. Garis l dan m sejajar namun kedua garis tidak tegak lurus terhadap sumbu-X dan sumbu-Y.
   d. Garis l dan m berimpit namun kedua garis tidak tegak lurus terhadap sumbu-X dan sumbu-Y.

6. -

I. Evaluasi Pembelajaran 2

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang koordinat Kartesius, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan **Latihan 2.1** sampai **Latihan 2.3**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Untuk mengetahui siswa yang sudah mampu mencapai kompetensi dasar pada kegiatan ini, guru bisa melihat bagaimana siswa menyelesaikan soal-soal dengan tingkatan lebih sulit. Selanjutnya, guru bisa mengamati siswa apakah siswa sudah mampu menyelesaikan soal-soal tersebut. Apabila terdapat siswa yang sudah mampu menyelesaikan soal-soal tersebut, minta siswa tersebut untuk berbagi degan teman-teman yang lain.

J. Remedial

Bagi siswa yang sudah mencapai ketuntasan pembelajaran, dapat melanjutkan ke bagian pengayaan, sedangkan bagi siswa yang belum tuntas diberikan remedial. Pada kegiatan remidial guru ditantang untuk memberikan pemahaman kepada siswa yang belum tuntas. Berikut ini alternatif cara untuk memberikan remedi.

a. Meminta siswa untuk mempelajari kembali bagian yang belum tuntas.
b. Meminta siswa untuk membuat rangkuman materi yang belum tuntas.
c. Meminta siswa untuk bertanya kepada teman yang sudah tuntas tentang materi yang belum tuntas.
d. Memberikan lembar kerja remedial untuk dikerjakan oleh siswa yang belum tuntas.

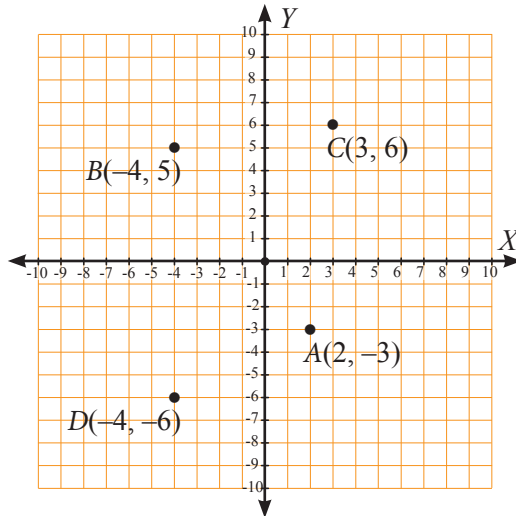
K. Pengayaan

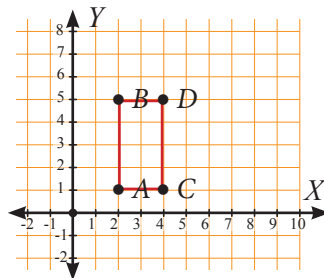
Bagi siswa yang sudah mencapai ketuntasan pembelajaran, diberikan pengayaan. Kegiatan pengayaan dapat berupa:

a. Meminta siswa untuk membuat dan mengumpulkan soal-soal pengayaan. misalnya soal olimpiade, soal TIMSS, dan soal PISA.
b. Meminta siswa untuk menyelesaikan soal-soal pengayaan yang sudah dibuat oleh guru maupun siswa.
c. Meminta siswa untuk mempelajari materi pengayaan yang diberikan oleh guru. contoh materi sebagai berikut

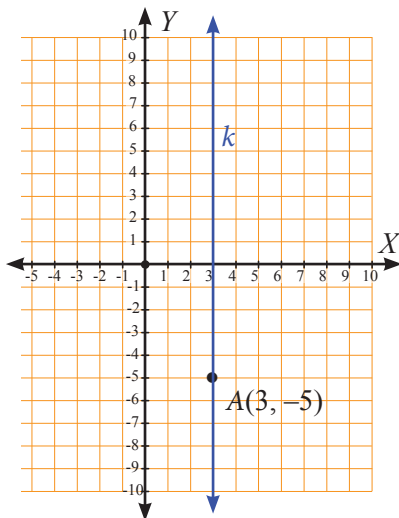
Soal-soal Latihan Pengayaan

1. Gambarlah titik $A(2, -3)$, $B(-4, 5)$, $C(3, 6)$, dan $D(-4, -6)$ pada koordinat Kartesius.

   jawab:

2. Gambarlah titik $A(2, 1)$, $B(2, 5)$, $C(4, 1)$, dan $D(4, 5)$ pada koordinat Kartesius. Bila 4 titik dihubungkan bangun apakah yang terbentuk?

   jawab: Persegi panjang

3. Gambarlah 4 titik *K, L, M*, dan *N* yang berjarak sama terhadap titik pusat (0, 0).
   jawab: -

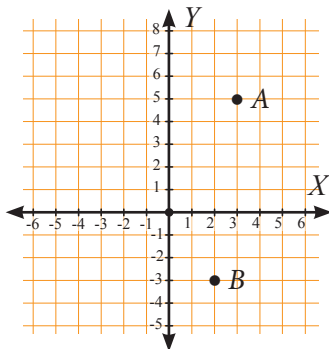
4. Gambarlah 4 titik *P, Q, R, S* yang berjarak sama terhadap titik $A(2, -3)$.
   jawab: -

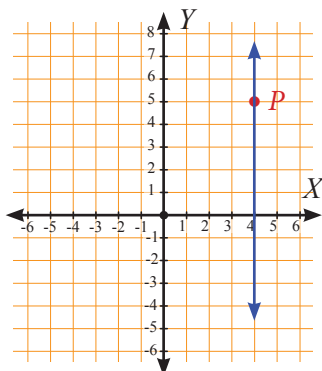
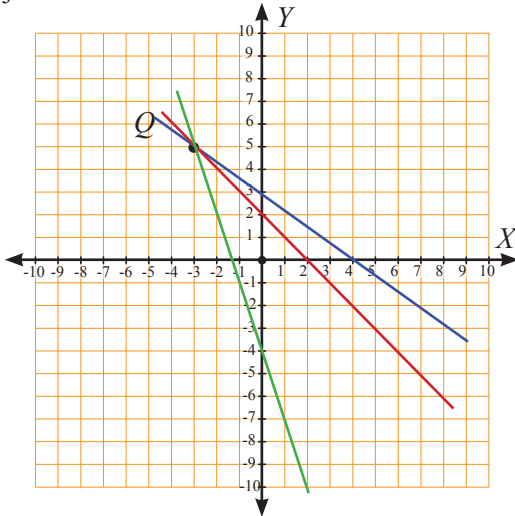
5. Gambarlah garis *k* yang melalui titik $A(3, -5)$ dan tegak lurus sumbu-*X*.

   jawab:

6. Gambarlah garis l yang melalui titik $B(–4, –1)$ dan tegak lurus sumbu-Y.
   jawab: -
7. Gambarlah garis m yang melalui titik $C(3, –5)$ dan tegak lurus sumbu-X.
   jawab: -
8. Gambarlah garis n melalui titik $D(–2, 5)$ yang tidak tegak lurus terhadap sumbu-X dan tidak tegak lurus terhadap sumbu-Y.
   jawab: -
9. Gambarlah garis melalui titik $A(4, –3)$ dan melalui titik $B(4, 3)$. Apakah garis tersebut sejajar atau tegak lurus terhadap sumbu-X? Coba jelaskan jawabanmu.
   jawab: -
10. Gambarlah garis m yang melalui titik $B(4, 3)$ dan tegak lurus terhadap garis yang melalui titik $P(3, –2)$ dan $Q(–2, 5)$.
    jawab: -
11. Gambarlah 4 titik yang memiliki jarak sama terhadap garis yang melalui titik $A(3, 5)$ dan tegak lurus terhadap sumbu-Y. Tentukan koordinat dari keempat titik tersebut.
    jawab: -
12. Gambarlah 4 titik yang memiliki jarak sama terhadap garis yang melalui titik $A(5, –3)$ dan $B(–3, 5)$. Tentukan koordinat dari keempat titik tersebut.
    jawab: -
13. Gambarlah garis k yang tegak lurus terhadap garis m yang melalui titik $A(4, 5)$ dan $B(5, 4)$.
    jawab: -

14. Gambarlah titik $A(–6, 5)$, $B(6, 6)$, $C(–5, 6)$, dan $D(3, –4)$ pada koordinat kartesius
    a. Coba hubungkan keempat titik tersebut. Apa yang terjadi?
    b. Coba gambar kembali keempat titik itu dengan syarat semua titik koordinat x-nya dikurangi 2 dan koordinat y-nya ditambah 2.

15. Gambarlah titik $A(–2, 3)$, $B(4, 3)$, $C(1, 2)$, dan $D(–5, –2)$
    a. Hubungkan keempat titik itu dan bangun apa yang terbentuk?
    b. Jika titik A absisnya ditambah 3 dan ordinatnya ditambah 1, titik B absisnya dikurangi 3 dan ordinatnya ditambah 2, titik C absisnya ditambah 2 dan ordinatnya dikurangi 2, dan titik C absisnya dikurangi 4 dan ordinatnya ditambah 1 maka akan ada 4 titik baru. Jika empat titik tadi dihubungkan, bangun apakah yang terbentuk?

16. Diketahui titik-titik pada koordinat di bawah.

Gambarlah titik sebanyak-banyaknya yang berjarak sama terhadap titik A dan B.
jawab: -

17. Gambarlah garis sebanyak-banyaknya pada koordinat kartesius yang memiliki jarak sama terhadap titik $P(4, 5)$ dan tegak lurus terhadap sumbu-X.
jawab:

18. Gambarlah 3 garis yang berpotongan dengan sumbu-X, sumbu-Y, dan melalui titik $Q(-3, 5)$.
jawab:

19. Gambarlah garis l yang melalui titik $K(6, -3)$ dan tegak lurus dengan sumbu-X. Apakah garis tersebut sejajar dengan sumbu-Y? Mengapa? Coba jelaskan alasanmu.

20. Jika garis k sejajar dengan garis m dan keduanya tegak lurus terhadap sumbu-Y, apakah kedua garis tersebut memilki jarak yang sama dengan sumbu x? Jelaskan jawabanmu.

Tugas Projek

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Pembelajaran projek memerlukan waktu seminggu untuk menyelesaikannya.
2. Siapkan buku-buku matematika di perpustakaan agar siswa tidak mengalami kesulitan untuk mencari buku tersebut.
3. Buatlah alur kerja yang sistematis, sehingga siswa bekerja sesuai dengan alur yang sudah ditentukan, namun tetap memperhatikan kreatifitas siswa.
4. Laporan siswa sebaiknya diketik dengan komputer.
5. Identifikasi kembali siswa-siswa yang masih belum mencapai ketuntasan dalam belajar, untuk dilakukan pembelajaran remidi.
6. Pada saat pembelajaran projek, siswa mencari informasi dan referensi di perpustakaan dan dilaksanakan selama 2 jam pelajaran.
7. Pastikan setiap siswa dalam kelompok mempunyai peran masing-masing yang saling mendukung.
8. Siswa diminta membuat laporan tertulis dan dikumpulkan minggu depan.
9. Berilah petunjuk jelas tentang sistematika laporan.

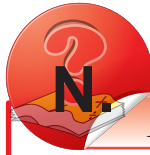
1. Bentuklah kelompok yang terdiri atas 3-4 siswa.
2. Carilah peta kota yang dilengkapi dengan tempat-tempat penting seperti rumah kalian, tempat ibadah, sekolah, puskesmas, pos kamling, toko, dan lain-lain. Tentukan suatu objek titik asal (0, 0).
3. Gambarkan dalam koordinat Kartesius.
4. Tentukan koordinat titik-titik yang menunjukkan loksi tempat-tempat penting tersebut.
5. Tentukan koordinat titik-titik rumah kalian.
6. Buat laporan dan paparkan hasilnya.

Alternatif jawaban kegiatan ini adalah

1. Jika suatu titik memiliki koordinat (a, b), maka a adalah jarak titik tersebut dari sumbu-Y dan b adalah jarak titik tersebut dari sumbu-X.

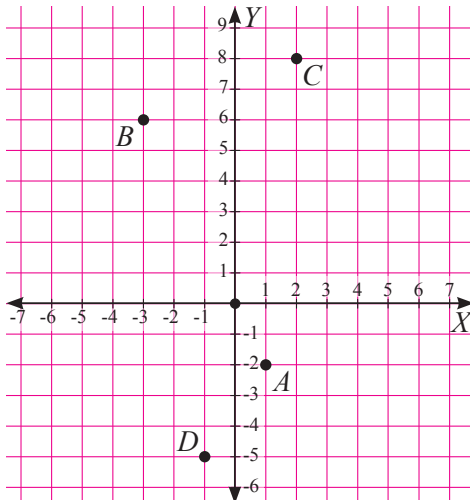
   Jika satu titik berada di kuadran I maka a dan b positif. Jika berada di kuadran II, nilai a negatif dan b positif. Jika di kuadran III nilai a dan b negatif. Jika di kuadran IV, nilai a positif dan b negatif.

   Titik tertentu (x, y) dipandang sebagai titik pusat (0, 0), sehingga untuk menentukan posisi titik tertentu (a, b) sama dengan menentukan posisi titik tersebut terhadap titik pusat (0, 0).
2. Jika suatu garis sejajar dengan sumbu-X, pasti garis tersebut tegak lurus terhadap sumbu-Y.
3. Jika suatu garis sejajar dengan sumbu-Y, pasti garis tersebut tegak lurus terhadap sumbu-X.
4. Jika suatu garis memotong tidak tegak lurus terhadap sumbu-X, pasti garis tersebut akan memotong tidak tegak lurus terhadap sumbu-Y.

Berikut penyelesaian Uji Kompetensi 1

A. Pilihan Ganda

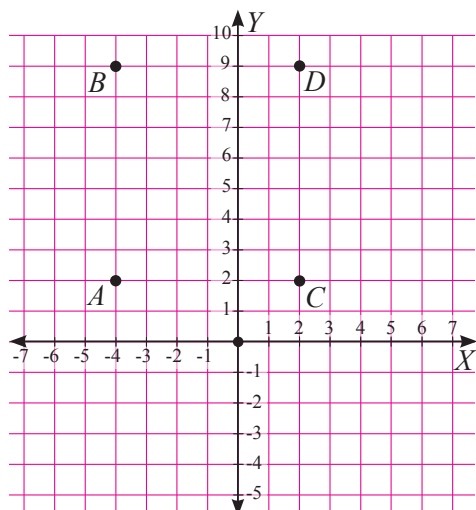
1. C	6. C	11. D	16. D
2. D	7. C	12. A	17. D
3. C	8. A	13. D	18. B
4. B	9. B	14. A	19. C
5. D	10. D	15. B	20. D

B. Esai

1.

a. Titik yang berada pada kuadran I adalah titik C
Titik yang berada pada kuadran II adalah titik B
Titik yang berada pada kuadran III adalah titik D
Titik yang berada pada kuadran IV adalah titik A

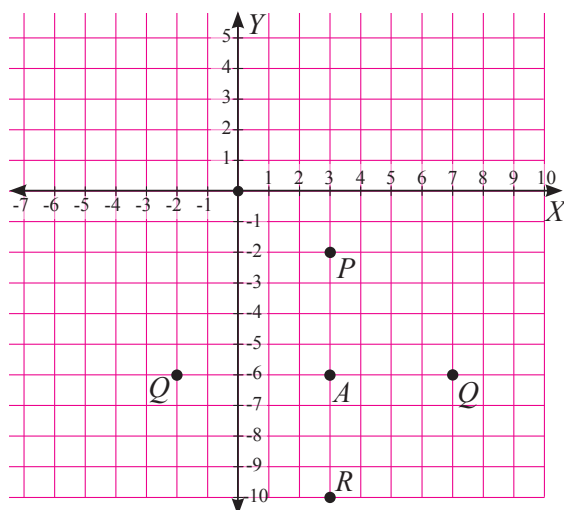
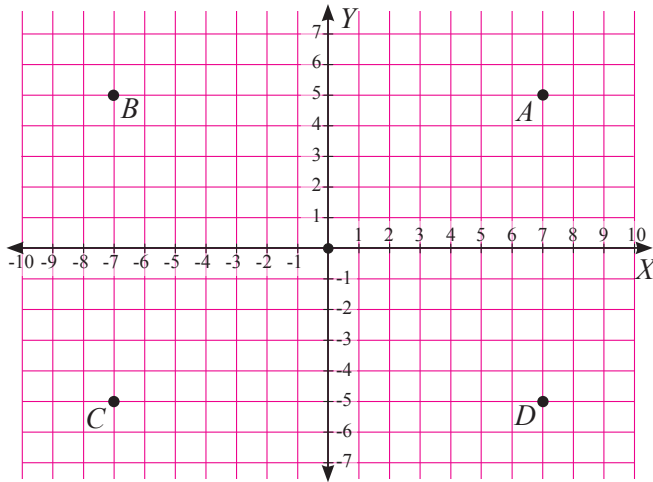
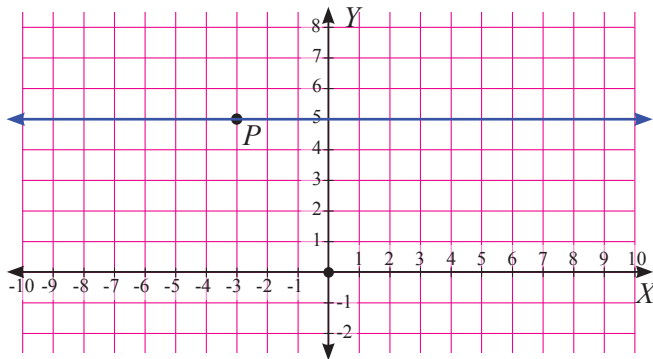
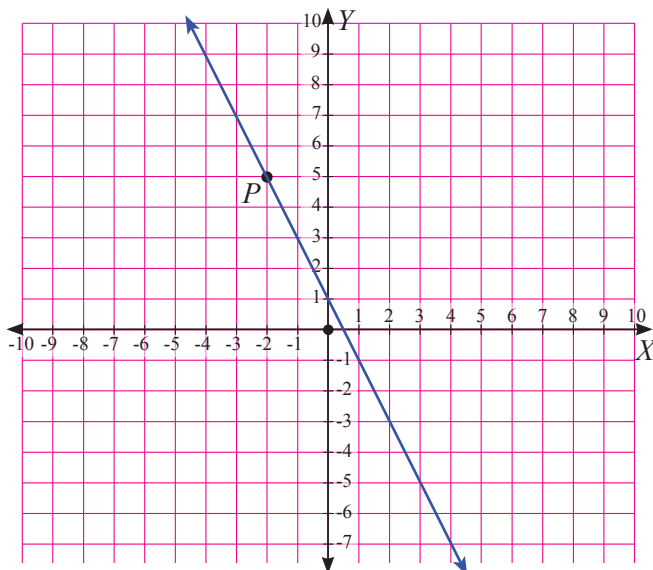
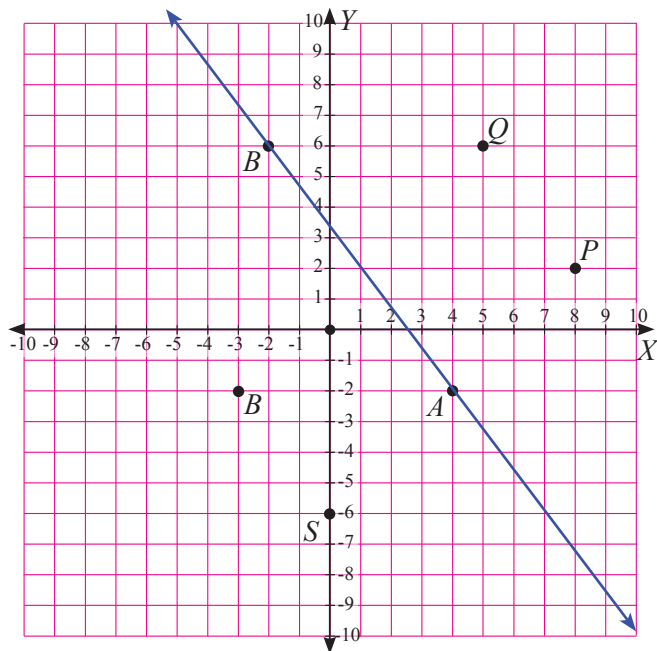
b. Jarak titik A terhadap sumbu-X adalah 2 satuan
Jarak titik B terhadap sumbu-X adalah 6 satuan
Jarak titik C terhadap sumbu-X adalah 8 satuan
Jarak titik D terhadap sumbu-X adalah 5 satuan

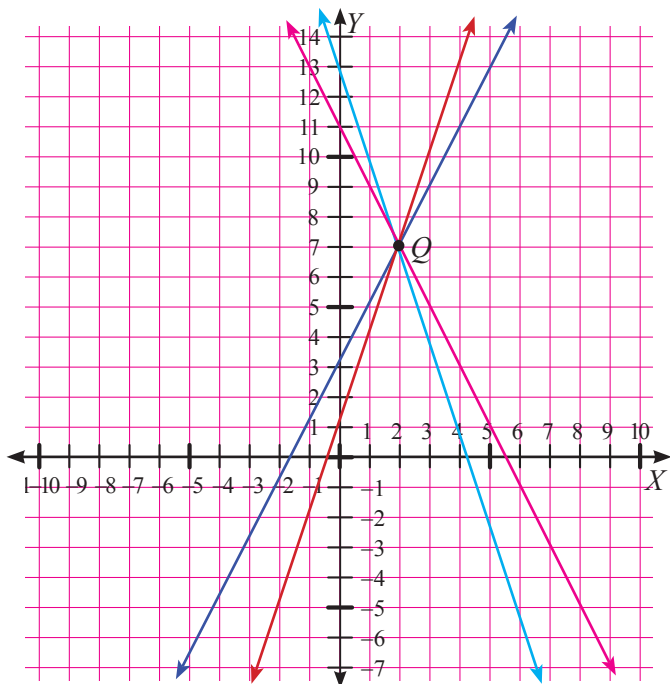
c. Jarak titik A terhadap sumbu-Y adalah 1
Jarak titik A terhadap sumbu-Y adalah 3
Jarak titik A terhadap sumbu-Y adalah 2
Jarak titik A terhadap sumbu-Y adalah 1

2.

a. Jarak titik A terhadap sumbu-X adalah 2 satuan
Jarak titik B terhadap sumbu-X adalah 9 satuan
Jarak titik C terhadap sumbu-X adalah 2 satuan
Jarak titik D terhadap sumbu-X adalah 9 satuan

b. Jarak titik A terhadap sumbu-Y adalah 4
Jarak titik A terhadap sumbu-Y adalah 4
Jarak titik A terhadap sumbu-Y adalah 2
Jarak titik A terhadap sumbu-Y adalah 2

c. Jarak titik A terhadap titik B adalah 7 satuan
Jarak titik C terhadap titik D adalah 7 satuan

3.

4. Ada 4 titik, yaitu titik $A(7, 5)$, $B(-7, 5)$, $C(-7, -5)$, dan $D(7, -5)$

5.

6.

7.

Koordinat titik $P(8, 2)$, $Q(5, 6)$, $R(-3, 2)$, $S(0, -6)$

8.

9. Garis k dan m bisa berjarak sama dan bisa berjarak tidak sama terhadap sumbu-X. Garis k dan m berjarak sama terhadap sumbu-X jika:

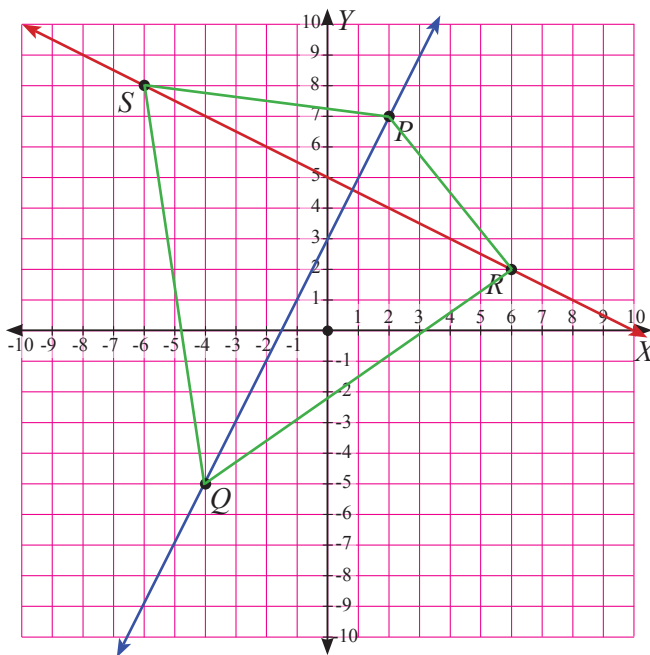
   a. kedua garis tersebut berimpit.

   b. salah satu dari garis k atau garis m berada di atas sumbu-X dan yang lain berada di bawah sumbu-X dan masing-masing berjarak tidak sama terhadap sumbu-X.

   Garis k dan m tidak berjarak sama terhadap sumbu-X jika:

   a. salah satu dari garis k atau garis m berada di atas sumbu-X dan yang lain berada di bawah sumbu-X dan masing-masing berjarak tidak sama terhadap sumbu-X.

   b. Kedua garis berada di atas atau di bawah sumbu-X dan masing-masing garis berjarak tidak sama terhadap sumbu-X.

10.

   Bangun yang terbentuk adalah bangun segiempat sembarang.

Bab 3

Relasi dan Fungsi

Sumber: mtsraudlatul-hasanah.blogspot.co.id

A. Narasi Awal Bab

Perlihatkan gambar sekelompok siswa yang sedang menerima pelajaran di suatu kelas. Setiap siswa menempati kursinya masing-masing. Tidak ada seorang siswa menempati lebih dari satu kursi. Akan tetapi satu kursi panjang dapat ditempati oleh lebih dari satu siswa. Dengan demikian, ada keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati. Menurut kalian, apakah hal ini termasuk relasi atau mungkin sudah merupakan fungsi?

Siswa diharapkan akan mengetahui keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati apabila mempelajari bab 3 ini, karena pada bab 3 ini akan disajikan tentang hubungan antara dua himpunan.

B. Kata Kunci

- *Himpunan*
- *Relasi*
- *Diagram panah*
- *Tabel*
- *Fungsi*
- *Grafik*
- *Himpunan berurutan*
- *Korespondesni satu-satu*

C. Kompetensi Inti

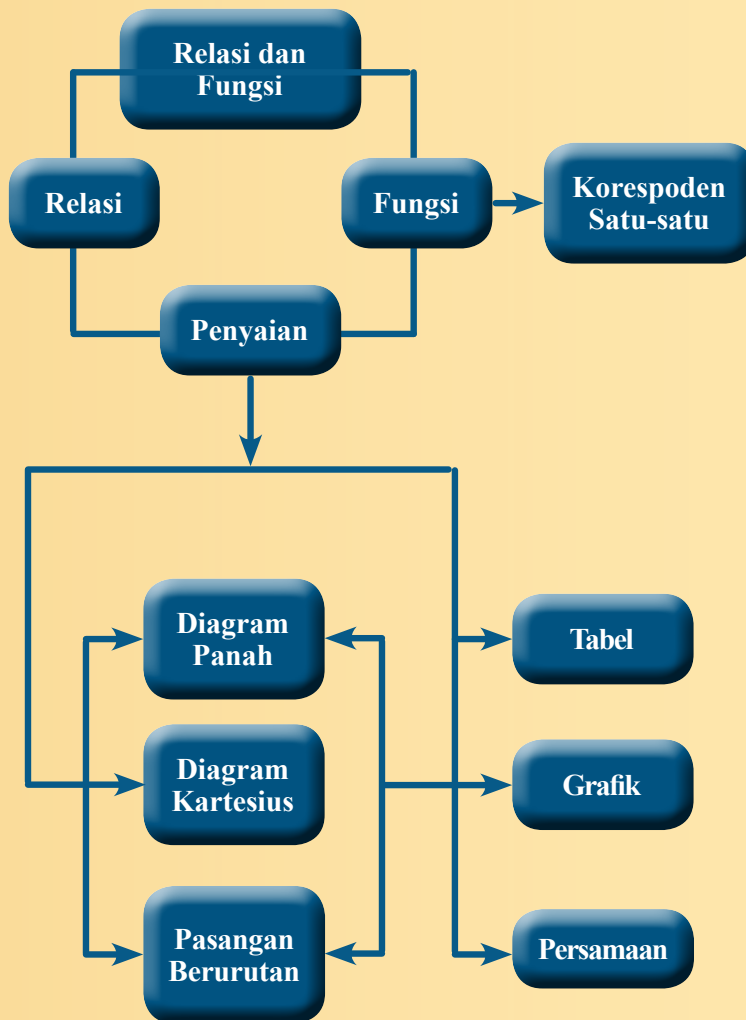
1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

D. Kompetensi Dasar

3.3 Mendeskripsikan dan menyatakan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi (kata-kata, tabel, grafik, diagram, dan persamaan).

4.3 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan relasi dan fungsi dengan menggunakan berbagai representasi.

E. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mendefiniskan relasi
2. Menemukan contoh relasi dalam kehidupan sehari-hari
3. Menunjukkan suatu relasi dengan diagram panah, diagram Kartesius, dan pasangan berurutan
4. Menunjukkan suatu fungsi dengan himpunan pasangan berurutan, dagram panah, rumus fungsi, tabel dan grafik
5. Menunjukkan hasil produk Kartesius dari dua himpunan yang diketahui
6. Menjelaskan hubungan relasi dan fungsi
7. Membedakan antara fungsi dan bukan fungsi
8. Menyatakan suatu relasi yang terkait dengan kejadian sehari-hari
9. Menyatakan suatu fungsi yang terkait dengan kejadian sehari-hari

F. Peta Konsep

Galileo
(1564 - 1642)

Galileo

Galileo dipandang sebagai salah seorang pakar awal tentang Fungsi. Karyanya juga menunjukkan bahwa beliau orang yang mula-mula mengangkat konsep pemetaan antar-himpunan. Pada tahun 1638, beliau mempelajari masalah tentang dua lingkaran konsentris (memiliki pusat yang sama) dengan pusat di O. Diameter lingkaran pertama dua kali lebih panjang dari diameter lingkaran kedua.

Secara kasat mata, banyaknya titik pada lingkaran pertama mestinya lebih banyak bahkan mungkin dua kali lebih banyak dari banyaknya titik pada lingkaran kedua. Tapi, dia mampu membuat pemetaan atau fungsi yang menunjukkan bahwa banyaknya titik pada kedua lingkaran itu sama.

Galileo termasuk orang yang tidak mau begitu saja menerima suatu kenyataan. Dia selalu mempertanyakan kebenaran suatu fenomena. Dia berani mengambil sikap yang berlainan dengan sikap kebanyakan orang pada zamannya. Bahkan, dia juga berani berbeda pendapat dengan para pemimpin yang berkuasa. Dia mengenalkan teori heliosentrisnya yang mengatakan bumilah yang mengitari matahari, bukan matahari yang mengitari bumi. Sayangnya, dia tidak mampu meyakinkan secara ilmiah kebenaran pendapatnya sehingga dia dihukum.

Beberapa hikmah yang mungkin bisa kita petik antara lain sebagai berikut:

1. Kita harus jeli melakukan pengamatan terhadap fenomena yang ada di sekitar kita.
2. Kita harus mau dan mampu mempertanyakan kebenaran fenomena yang ada. Kita tidak boleh hanya diam diri menerima kenyataan yang ada. Kita harus membiasakan diri kita untuk selalu menanya, misalnya: “Mengapa begini? Mengapa bukan begitu? Kalau dikondisikan begini, apa jadinya? Bagaimana kalau dibuat begini? Apa yang terjadi kalau diubah bagian ini?”
3. Kita harus teguh pada pendirian, kalau diyakini itu memang benar, tak terbantahkan. Tetapi, kita harus tetap terbuka dengan segala kritik dan saran demi perbaikan kesimpulan kita.
4. Kalau kita ingin selamat, di samping pandai, kita juga harus pintar mengomunikasikan ide dengan justifikasi yang lengkap, serta dilakukan secara sopan, santun, dan meyakinkan.

Berikut ini alternatif kegiatan proses pembelajaran pada topik relasi dan fungsi. Ibu/bapak guru dapat memodifikasinya dengan kondisi guru sendiri dan siswa di sekolah masing-masing. Guru dapat juga menggunakan cara yang sama sekali lain sesuai dengan kondisi guru sendiri, siswa, dan sekolah masing-masing.

Memahami Bentuk Penyajian Relasi

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Siswa diharapkan sudah membawa perlengkapan alat-alat tulis, seperti pulpoin, pensil, pengapus, penggaris, ketas berpetak, dan lain-lain.*
2. *Sediakan tabel-tabel yang diperlukan bagi siswa untuk mengisikan hasil kerjanya*
3. *Sediakan kertas HVS secukupnya*
4. *Bentuklah kelompok kecil siswa (2 – 3 orang) yang memungkinkan siswa belajar secara efektif dan efisien.*

Para siswa diperkenalkan dengan bagan silsilah suatu keluarga seperti pada **Gambar 3.1** di buku siswa. Informasikan kepada siswa bahwa bagan sisilah tersebut bisa dikelompokkan menjadi beberapa hubungan tergantung pada konteks yang sedang dibicara. Kemudian ajaklah siswa untuk memahami salah satu bentuk yang dapat dibuat seperti yang telah diuraikan pada buku siswa, yaitu hubungan "mempunyai anak". Contoh lain tentang "hubungan para suami dengan para istri", "hubungan golongan darah mereka" atau yang lainnya. Jika memungkinkan, selanjutnya intruksikan kepada seluruh siswa untuk membuat bagan keluarganya masing-masing. Buatlah bagan tersebut pada kertas asturo atau media lainnya, bila perlu hiaslah dengan baik sehingga membentuk model poster. Sebaiknya kertas asturo atau media lainya telah disediakan oleh guru sebanyak siswa dalam kelas. Berilah penilaian kepada siswa yang sedang melakukan aktifitas membuat bagan keluarganya masing-masing. Anjurkan kepada seluruh siswa agar bagan tersebut dapat ditempel di kamarnya masing-masing, di ruang tamu, atau di ruangan lainnya.

Ajaklah siswa untuk memahami **Masalah 3.1**, **Masalah 3.2**, dan **Masalah 3.3**. Himbaulah siswa untuk memerhatikan banyak siswa yang duduk dalam kelas dengan banyak kursi yang diduduki pada **Masalah 3.1**. Himbaulah siswa untuk memerhatikan menu favorit dan makanan yang dipesan oleh Abdur dan teman-temannya pada **Masalah 3.2**. Himbaulah siswa untuk memerhatikan kegemaran siswa dalam berolahraga pada **Masalah 3.3**. Kemudian ajaklah siswa untuk memperkirakan berapa banyak himpunan yang dapat dibuat.

Ajaklah siswa untuk mengamati **Tabel 3.1**. Fokus pengamatannya adalah kedua diagram panah dengan anak panahnya, mengapa dikatakan relasi atau bukan relasi. Kemudian ajaklah siswa untuk memberikan alasannya.

Berilah kesempatan kepada siswa untuk mendiskusikan tentang hubungan antara anggota himpunan A dengan anggota himpunan B, mengapa dikatakan relasi atau bukan relasi.

Ajaklah siswa untuk membuat pertanyaan tentang aturan relasi dan cara menyajikan relasi. Amati siswa yang sedang bekerja, kalau perlu berikan pertanyaan pancingan.

Informasikan kepada siswa bahwa untuk menjawab pertanyaan yang terdapat pada **Masalah 3.1, Masalah 3.2**, dan **Masalah 3.3**, terlebih dulu harus mendalami informasi tentang penyajian relasi yang biasa digunakan di dalam matematika. Ajaklah siswa untuk memerhatikan dengan seksama yang terdapat pada **Tabel 3.2**, yaitu tentang pengambilan data. Berilah kesempatan pada setiap kelompok siswa untuk mendiskusikan tentang cara menyajikan relasi dengan cara diagram panah dan diagram Kartesius. Arahkan siswa untuk membandingkan kedua cara tersebut. Ajaklah siswa untuk memerhatikan dengan cermat dari ketiga cara menyajikan relasi. Berilah kesempatan kepada siswa untuk mendiskusikannya tentang cara manakah yang paling mudah untuk digunakan.

Ajaklah siswa untuk mendiskusikan permasalahan yang terdapata pada kegiatan menalar. Perhatikan siswa yang sedang melakukan kegiatan menalar

Nomor 1a

Tabel 3.1 Apabila dinyatakan dalam Diagram Kartesius

No.	Diagram Panah	Himpunan Pasangan Berurutan	Diagram Kartesius
1.	A = {1, 2, 3, 4}, B = {a, b, c}; 1 → a, 2 → a, 3 → a, 4 → a	{(1, *a*); (2, *a*); (3, *a*); (4, *a*)}	Titik: (1, a), (2, a), (3, a), (4, a)
2.	A = {1, 2, 3, 4}, B = {a, b, c}; 1 → a, 1 → b, 1 → c	{(1, *a*); (1, *b*); (1, *c*)}	Titik: (1, a), (1, b), (1, c)
3.	A = {1, 2, 3, 4}, B = {a, b, c}; 1 → a, 2 → c	{(1, *a*); (2, *c*)}	Titik: (1, a), (2, c)

No.	Diagram Panah	Himpunan Pasangan Berurutan	Diagram Kartesius
4.		$\{(3, b); (3, c); (4, c)\}$	
5.		$\{(2, c); (3, c); (4, b); (4, c)\}$	
6.		$\{(4, a); (4, b); (4, c)\}$	
7.		$\{(2, b)\}$	
8.		$\{\ \}$	

"Dari ketiga cara yang dapat digunakan untuk menyatakan relasi, masing-masing cara mempunyai kelebihan dan kekurangan tergantung pada konteks yang sedang dibicarakan"

Nomor 1b

Pusatkan perhatian kita kepada empat hal berikut terhadap **Tabel 3.3**.

(i) Apakah anggota himpunan *A* selalu dipasangkan dengan anggota himpunan *B*?

Tidak selalu, karena ada satu contoh yang tidak mempunyai hubungan, yaitu nomor 8

(ii) Perhatikan contoh relasi nomor 8. Mengapa nomor 8 termasuk contoh relasi? Jelaskan

Nomor 8 dikatakan relasi, karena definisi relasi adalah sebagai berikut.

"Relasi dari himpunan *A* ke himpunan *B* adalah himpunan bagian dari *A cross B*"

Walaupun kedua himpunan tidak mempunyai hubungan apapun, karena himpunan kosong merupakan himpunan bagian dari semua himpunan.

(iii) Perhatikan contoh bukan relasi. Mengapa semua contoh tersebut bukan termasuk relasi? Jelaskan

Karena, himpunan pasangan berurutannya tidak berdasarkan pernyataan yang diketahui dan pasangan anggotanya salah satunya tidak ada pada himpunan *A* dan himpunan *B*.

(iv) Simpulkan apa yang dimaksud dengan relasi?

"Relasi dari himpunan *A* ke himpunan *B* adalah himpunan bagian dari *A cross B*"

Nomor 2

a) Diagram pada **Gambar 3.7a** bukan relasi, karena ada satu anggota yang bukan merupakan anggota dari himpunan *B* dipasangkan dengan anggota himpunan *A*, yaitu bilangan 5 dipasangkan dengan huruf *f*. Akan tetapi, "hubungan dari himpunan *A* ke himpunan *B* merupakan relasi"

b) Diagram pada **Gambar 3.7b** bisa dikatakan relasi. Walaupun kedua himpunan tersebut tidak ada satu anggota yang berpasangan di antara keduanya, akan tetapi diagram tersebut tetap dikatakan relasi. Relasinya adalah tidak mempunyai hubungan atau himpunan kosong

c) Diagram pada **Gambar 3.7c** juga bisa dikatakan relasi. Walaupun ada hubungan di luar kedua himpunan, akan tetapi tidak ada pengaruhnya terhadap kedua himpunan. Memang kedua himpunan tersebut tidak ada satu anggotapun yang memasangkan di antara keduanya, akan tetapi diagram tersebut tetap dikatakan relasi. Relasinya adalah tidak mempunyai hubungan atau himpunan kosong

Mintalah siswa untuk saling menukar hasil karyanya dengan teman sebangkunya, dan pastikan temannya yang menerima hasil karya tersebut memahami apa yang harus dilakukan. Pantau bagaimana mereka mengerjakan tugasnya.

Alternatif penyelesian **Masalah 3.2**

Ajaklah siswa untuk memerhatikan cara menyelesaikan **Masalah 3.2** dengan memerhatikan hubungan apa yang dapat dibuat dan terdiri dari berapa himpunan. Arahkan siswa untuk memerhatikan dua macam relasi yang telah diuraikan pada buku siswa. Berilah kesempatan kepada siswa untuk mendiskusikan tentang cara menyajikan relasi dengan tiga cara.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 3.1
Tanda (-) sebagai latihan

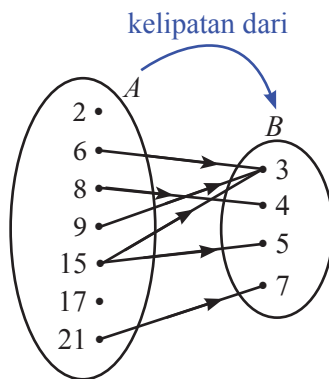
1. -

2. Setengah kali dari

3. -

4. a. nama relasi yang mungkin dari diagram tersebut adalah Ibu kota dari
   b. silakan diberikan tanda panah pada diagram di atas: jakarta → Indonesia, Malaysia → Kuala lumpur, Thailand → Bangkok, Filipina → Manila, dan India → New Delhi

5. -

6.

7. -

8. Himpunan pasangan berurutan yang dimaksud = {(1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 8), (2, 4), (2, 6), (2, 8), (3, 3), (3, 6), (4, 4), (4, 8), (5, 5), (6, 6)}

9. -

10. -

11. a. -

    b. Himpunan pasangan berurutan yang dimaksud = {(3, 4), (3, 5), (4, 5)}

    c. -

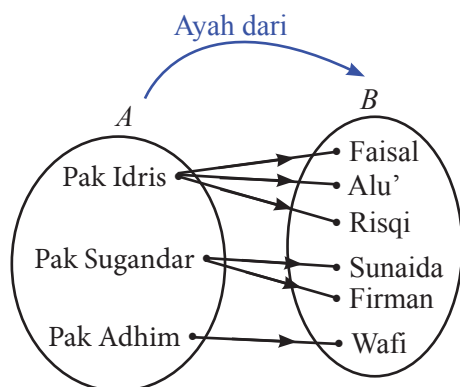
12. a. -

    b. -

    c. Himpunan pasangan berurutan yang dimaksud = {(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25), (6, 36)}

13. a. -

    b. tiga mata pelajaran yang mempunyai nilai sama: Matematika, IPS, dan Olahraga

14.

15. a. -

    b. -

    c. Himpunan pasangan berurutan yang dimaksud = {(Dina, 38), (Sita, 38), (Alfa, 37), (Bima, 40), (Doni, 39), (Rudi, 39)}

Memahami Ciri-ciri Fungsi

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Amati dan kenali lebih duhulu contoh pesan yang terdiri atas kode sandi, berikut kegunaannya yang telah disediakan pada buku siswa.*
2. *Bentuklah kelompok kecil siswa (4 – 5 orang) yang memungkinkan siswa belajar secara efektif .*
3. *Siapkan contoh-contoh pertanyaan, misalnya "bagaimana cara untuk mengetahui kode sandi tersebut?*
4. *Identifikasi siswa-siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.*
5. *Identifikasi pula bentuk bantuan apa yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.*
6. *Sediakan tabel-tabel yang diperlukan oleh siswa untuk mengisikan hasil kerjanya.*
7. *Sediakan kertas HVS secukupnya.*
8. *Mungkin perlu diberikan contoh kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa bisa meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya*

Para siswa diperkenalkan contoh pesan yang terdiri atas kode sandi. Diberitahukan bahwa sandi tersebut akan bisa ditebak jika ada pola bentuk sandi seperti pada tabel. Guru meminta siswa untuk memahami kode sandi dengan model seperti tabel yang terdapat pada buku siswa. Tabel-tabel tersebut mempunyai arti bahwa huruf *A* ditulis sebagai *d*, huruf *B* ditulis sebagai *e*, huruf *C* ditulis sebagai *f* dan seterusnya, sehingga sandi-sandi di atas artinya adalah:

KUNCINYA LIHAT DI BAWAH POT MAWAR

Dengan demikian pesan-pesan di atas sudah memiliki makna yang jelas, karena aturannya sudah diketahui.

Kode sandi seperti ini seringkali kita jumpai pada kegiatan pramuka. Contohnya adalah sandi Morse, sandi *semaphore*, sandi rumput, sandi abjad, sandi angka, sandi baca silang, sandi lingkaran, sandi balik, sandi jam, sandi kompas, sandi gambar, sandi tanggal, dan lain-lain.

Informasikan tugas yang akan dikerjakan siswa tentang aturan membuat pesan, waktu pengerjaan maksimal 20 menit dan aturan mainnya sejelas mungkin sebelum mereka mengamati. Fokus pemahaman siswa adalah memerhatikan dengan teliti pada model-model sandi yang ada pada tabel, kemudian melengkapi isi tabel.

Ajaklah siswa untuk memerhatikan dan memahami **Masalah 3.4**. Himbaulah siswa untuk memerhatikan tentang aturan yang memasangkan suatu himpunan.

Fokus pengamatan adalah pemahaman siswa tentang konsep fungsi melalui kasus-kasus yang diberikan pada buku siswa. Kemudian ajaklah siswa untuk memahami beberapa contoh tentang daerah asal dan daerah hasil serta rumus suatu fungsi. Jika memungkinkan, dari ke-20 relasi yang disajikan pada buku siswa buatlah menjadi diagram panah atau mintalah kepada 20 siswa saling bergantian untuk menggambar diagram panahnya di papan tulis. Berilah kesempatan kepada siswa untuk menyimak diagram yang digambar oleh ke-20 siswa. Minta siswa mereka untuk membandingkan, apakah kesamaan dan perbedaaan dari ke-20 relasi tersebut. Ajak siswa untuk memahami **Contoh 3.1**, **3.2**, **3.3** dan **3.4** serta alternatif penyelesaiannya.

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu meminta siswa membuat pertanyaan (*questioning*). Contoh pertanyaan yang diharapkan: Jika f adalah fungsi dari A ke B, apakah ada anggota dari A yang tidak dipasangkan dengan anggota B?

Kemudian ajaklah siswa untuk melakukan kegiatan menggali informasi mengenai kesimpulan dari kegiatan Ayo Kita Menanya

Himbaulah siswa untuk membuat ciri-ciri dari suatu fungsi dan mencoba fungsi-fungsi yang terbentuk dari dari dua himpunan yang sudah disediakan pada buku siswa.

Ajak siswa berdiskusi untuk memahami contoh fungsi dan bukan contoh fungsi dari dua himpunan yang telah disediakan pada buku siswa. Informasikan kepada siswa bahwa fokus jawabannya pada dua pertanyaan yang telah disediakan.

(1) Apakah setiap anggota A dihubungkan dengan anggota di B?

Iya, untuk contoh fungsi: bahwa setiap anggota A dihubungkan dengan anggota B

Tidak, untuk contoh bukan fungsi: Karena contoh 1 sampai dengan contoh 8 ada anggota dari himpunan A tidak dihubugkan dengan anggota himpuan di B.

(2) Berapa anggota B yang dihubungkan dengan satu anggota A?

Untuk contoh fungsi; ada sebanyak 2, yaitu nomor 5 dan 7

untuk contoh bukan fungsi; ada sebanyak 2, yaitu nomor 5 dan 7

Berikut kemungkinan jawaban yang terdapat pada tabel, berdasarkan aturan pemasangan dari himpunan $A = \{1, 2, 3\}$ ke himpunan $B = \{a, b\}$.

Tabel 3.6 Pernyataan Fungsi dan Bukan Fungsi

No.	Contoh Fungsi	Apakah setiap anggota A selalu dipasangkan dengan suatu anggota B? (Ya/Tidak)	Apakah pasangan dari setiap anggota domain hanya satu saja di Kodomain (Ya/Tidak)
1.	$\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$	YA	YA
2.	$\{(1, b), (2, b), (3, b)\}$	YA	YA

No.	Contoh Fungsi	Apakah setiap anggota A selalu dipasangkan dengan suatu anggota B? (Ya/Tidak)	Apakah pasangan dari setiap anggota domain hanya satu saja di Kodomain (Ya/Tidak)
3.	$\{(1, a), (2, a), (3, b)\}$	YA	YA
4.	$\{(1, a), (2, b), (3, a)\}$	YA	YA
5.	$\{(1, a), (2, b), (3, b)\}$	YA	YA
6.	$\{(1, b), (2, a), (3, a)\}$	YA	YA
7.	$\{(1, b), (2, b), (3, a)\}$	YA	YA
8.	$\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$	YA	YA

No.	Contoh Bukan Fungsi	Apakah setiap anggota A selalu dipasangkan dengan suatu anggota B? (Ya/Tidak)	Apakah pasangan dari setiap anggota domain hanya satu saja di Kodomain (Ya/Tidak)
1.	$\{(1, a), (2, a), (2, b)\}$	TIDAK	TIDAK
2.	$\{(1, b), (2, b), (2, b)\}$	TIDAK	TIDAK
3.	$\{(1, a), (1, b), (3, b)\}$	TIDAK	TIDAK
4.	$\{(2, a), (2, b), (3, a)\}$	TIDAK	TIDAK
5.	$\{(2, a), (2, b), (2, c)\}$	TIDAK	TIDAK
6.	$\{(1, b), (2, a), (2, b)\}$	TIDAK	TIDAK
7.	$\{(3, a), (3, b), (3, c)\}$	TIDAK	TIDAK
8	$\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$	TIDAK	TIDAK

Dengan demikian, fungsi adalah suatu aturan yang memasangkan setiap anggota domain (daerah asal) memasangkan tepat satu dengan anggota kodomain (daerah hasil).

Berikut kemungkinan jawaban yang merupakan fungsi atau bukan fungsi dari himpunan $B = \{a, b\}$ ke himpunan $A = \{p, q, r, s\}$.

No.	Himpunan *B* ke himpunan *A*	Fungsi/ Bukan Fungsi
1.	$\{(a, p), (b, p)\}$	Fungsi
2.	$\{(a, p), (b, q)\}$	Fungsi
3.	$\{(a, p), (b, r)\}$	Fungsi
4.	$\{(a, q), (b, s)\}$	Fungsi
5.	$\{(a, q), (a, r)\}$	Bukan Fungsi
6.	$\{(a, r), (b, r)\}$	Fungsi
7.	$\{(b, s), (b, r), (a, p)\}$	Bukan Fungsi
8.	$\{(a, p), (b, q), (a, t)\}$	Bukan Fungsi

Mintalah siswa untuk saling bertukar hasil dengan teman sebangku, dan pastikan temannya yang menerima hasil karya tersebut memahami apa yang harus dilakukan. Pantau bagaimana siswa mengerjakan tugasnya.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 3.1
Tanda (-) sebagai latihan

1. a. ORANG TUAKU ADALAH GURUKU KETIKA DI RUMAH
   b. GURUKU ADALAH ORANG TUAKU KETIKA DI SEKOLAH
   c. *lqnq qfqa ofrgftloq*
   d. *dqztdqzoaq qrqsqi qtiorxhqfax*

2. -

3. Relasi dari A ke B tidak termasuk fungsi, mengapa?

4. Relasi dari A ke B tidak termasuk fungsi, mengapa?

5. -

6. -

7. -

8. -

9. a. Himpunan pasangan berurutan yang dimaksud $= \{(p, 2), (q, 2)\}$
   $= \{(p, 2), (q, 3)\}$
   $= \{(p, 2), (q, 4)\}$
   $= \{(p, 3), (q, 3)\}$
   $= \{(p, 3), (q, 2)\}$
   $= \{(p, 3), (q, 4)\}$
   $= \{(p, 4), (q, 2)\}$
   $= \{(p, 4), (q, 3)\}$
   $= \{(p, 4), (q, 4)\}$

   b. banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B: ada sebanyak 9

10. -

Memahami Bentuk Peyajian Fungsi

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Sediakan Kertas berpetak/papan berpetak/program komputer yang memuat tentang grafik, contoh Fx Draw.*
2. *Sediakan pula kertas HVS secukupnya.*
3. *Pastikan setiap siswa sudah ada yang mempunyai buku berpetak, penggaris, dan alat-alat tulis lainnya.*

Guru mengarahkan siswa untuk memahami **Masalah 3.5**, kemudian menghimbau siswa untuk memerhatikan tentang tarif sebuah taksi.

Himbaulah kepada siswa untuk memahami informasi yang telah diberikan kepada siswa tentang lima cara penyajian fungsi beserta contoh dan uraiannya. Ajak siswa untuk memerhatikan cara-cara menyajikan fungsi yang biasa digunakan dalam matematika

Ajaklah siswa untuk mencoba menyelesaikan soal-soal yang telah disediakan pada buku siswa berdasarkan pertanyaan: "Manakah dari cara menyajikan itu yang paling tepat?"

Fokuskan pengamatan siswa adalah mengamati langkah-langkah untuk memperoleh rumus fungsi dari **Masalah 3.5** dengan memerhatikan bilangan 10 di ruas kiri dan

bilangan 10 di ruas kanan. Apa kesamaan dan perbedaannya? Kemudian perhatikan juga pada bilangan 6.000 pada ruas kanan.

Di awal telah disampaikan perhitungan beberapa biaya penyewaan taksi sebagai berikut:

Biaya untuk 10 km = 6.000 + 10 × 2.400 = 30.000

Biaya untuk 15 km = 6.000 + 15 × 2.400 = 42.000

Biaya untuk 20 km = 6.000 + 20 × 2.400 = 54.000

Coba perhatikan dengan saksama bilangan-bilangan yang selalu muncul pada setiap persamaan persamaan berikut:

Biaya untuk 10 km = 6.000 + 10 × 2.400

Biaya untuk 15 km = 6.000 + 15 × 2.400

Biaya untuk 20 km = 6.000 + 20 × 2.400

Perhatikan bilangan 10 di ruas kiri dan bilangan 10 di ruas kanan. Apa kesamaan dan perbedaannya?

Perhatikan bilangan 6.000 pada ruas kanan.

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan tentang langkah-langkah menemukan rumus fungsi berdasarkan kata-kata: "x km di ruas kiri" dan di ruas kanan". Kalau perlu berikan pertanyaan pancingan. Contoh: ketika x km di ruas kiri, bagaimanakah pola penyajian di ruas kanan?

Kemudian ajaklah siswa untuk menggali informasi dengan cara memerhatikan pola penyajian yang terdapat pada tabel. Selanjutnya himbaulah mereka untuk membuat kesimpulan dari kegiatan menggali informasi. Agar siswa menjadi lebih yakin, cobalah mereka diajak untuk melengkapi tabel yang diberikan.

Jarak Perjalanan	Cara menghitung biaya
1 km	$6.000 + 1 \times 2.400$
2 km	$6.000 + 2 \times 2.400$
3 km	$6.000 + 3 \times 2.400$
4 km	$6.000 + 4 \times 2.400$
... km	$6.000 + 5 \times 2.400$
6 km	... $+ 6 \times 2.400$
7 km	$6.000 +$ ... $\times 2.400$
…	
…	
x km	$6.000 + x \times 2.400$

Jadi, jika $B(x)$ merupakan besar biaya yang harus dikeluarkan untuk menggunakan taksi sejauh x km, maka $B(x)$ dapat dituliskan dengan persamaan $B(x) = 6.000 + x \times 2.400$

Ajaklah siswa untuk bernalar dengan menjawab pertanyaan yang telah tersedia pada buku siswa. Perhatikan siswa yang sedang melakukan kegiatan **Menalar**.

(i) Baik pendapat Tohir maupun Taufiq, bisa saja keduanya benar. Namun, bisa juga keduanya salah. Kebenaran ini tergantung bagaimana mereka menjelaskan alasannya.

Jika daerah asal fungsi terletak di sepanjang sumbu-Y, maka grafik ini merupakan grafik fungsi. Namun, jika daerah asal fungsi terletak di sepanjang sumbu-x, grafik ini bukan merupakan grafik fungsi.

(ii) Himpunan $A = \{a, b\}$ dan himpunan $B = \{1, 2, 3\}$.

$n(A) = 2$ dan $n(B) = 3$, maka banyak pemetaan yang mungkin adalah $3^2 = 9$

Minta siswa untuk *sharing* hasil karyanya kepada seluruh siswa. Pantau bagaimana siswa saat mempresentasikan.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 3.3

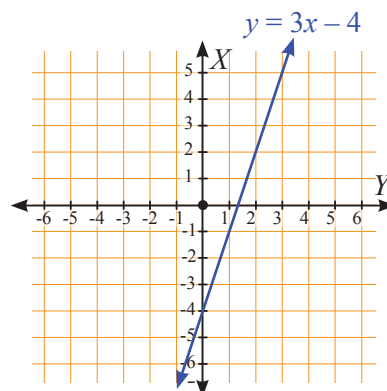
Tanda (-) sebagai latihan

1. -
2. -
3. Daerah hasilnya = $\{f(x) \mid -11 < f(x) \leq 17, x \in R\}$
4. -
5. a. $f(6) = 14, f(8) = 20, f(10) = 26,$ dan $f(12) = 32$. Coba simpulkan.

   b. Persamaan fungsi $f(x) = 3x - 4$

x	6	8	10	12
$f(x)$	14	20	26	32
(x, y)	(6, 14)	(8, 20)	(10, 26)	(12, 32)

   c. Daerah hasilnya = {14, 20, 26, 32}

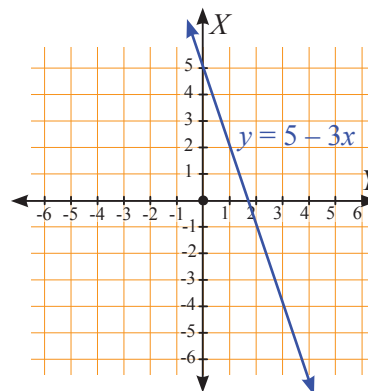
   d. Grafik dari fungsi $f(x) = 3x - 4$

6. -

7. a. Nilai $a = 2$ dan $b = -3$

   b. Rumus fungsinya; $f(x) = 2x - 3$

8. a. Rumus fungsi $f(x) = 5 - 3x$

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	11	8	5	2	-1	-4
(x, y)	$(-2, 11)$	$(-1, 8)$	$(0, 5)$	$(1, 2)$	$(2, -1)$	$(3, -4)$

   b. Grafik dari fungsi $f(x) = 5 - 3x$

9. Nilai $f(4) = -8$

10. -

11. a. Banyaknya pemetaan dari A ke B = 16.384

    b. Banyaknya pemetaan dari B ke A = 2.401

12. -

13. $f(2.016) = \dfrac{2}{2.017}$

14. a. volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan adalah 5 liter

    b. volume air dalam bak mandi setelah 15 manit adalah 95 liter

15. -

Dalam evaluasi ini guru harus melihat ketercapaian kompetensi dasar yang telah disebutkan di depan. Berikut merupakan contoh soal untuk mengukur nya

1. Empat orang anak bernama Tohir, Erik, Taufiq, dan Zainul mempunyai kesukaan masing-masing: Kesukaan Tohir Belajar kelompok dan menulis cerpen, kesukaan Erik Bermain komputer dan renang, kesukaan Taufiq menulis cerpen dan renang, dan kesukaan Zainul renang saja. Anak yang mempunyai kesukaan menulis cerpen, tetapi tidak suka belajar kelompok adalah ....

   A. Tohir C. Taufiq

   B. Erik D. Zainul

2. Andaikan x anggota himpunan C yaitu himpunan bilangan asli ganjil kurang dari 10 dan himpunan D yaitu himpunan bilangan asli genap kurang dari 19. Relasi yang menghubungkan himpunan C dan D adalah "setengah dari".

   Nayatakan relasi tersebut dalam diagram panah, diagram Kartesius, dan himpunan pasangan berurutan.

3. Pak Mahir mempunyai tiga anak bernama Budi, Ani, dan Anton. Pak Ridwan mempunyai dua anak: bernama Alex dan Rini. Pak Rudi mempunyai seorang anak bernama Suci.

   a. Nyatakan dalam diagram panah, relasi "ayah dari".

   b. Apakah relasi tersebut merupakan fungsi ? Jelaskan.

   c. Nyatakan dalam diagram panah, relasi "anak dari".

   d. Apakah relasi pada soal c merupakan fungsi ? Jelaskan.

Untuk mengetahui siswa yang sudah mampu mencapai kompetensi dasar, guru bisa melihat bagaimana siswa menyelesaikan soal-soal yang diberikan.

J. Remedial

Pembelajaran remedial pada hakikatnya merupakan suatu bentuk pembelajaran yang bersifat memperbaiki pembelajaran dan membuat jadi lebih baik. Pembelajaran remedial juga merupakan tindakan perbaikan pembelajaran yang diberikan kepada siswa yang belum mencapai KKM dalam suatu KD tertentu.

Kemudian guru harus menganalisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal, mungkin kesalahan siswa karena salah konsep atau mungkin salah melakukan prinsip. Jika kesalahan siswa sudah ditemukan, maka guru bisa melakukan proses pembelajaran remedial dengan cara berikut.

1. Pemberian pembelajaran ulang dengan metode dan media yang berbeda, menyesuaikan dengan gaya belajar siswa;
2. Pemberian bimbingan secara perorangan;
3. Pemberian tugas-tugas atau latihan secara khusus, dimulai dengan tugas-tugas atau latihan sesuai dengan kemampuannya;
4. Pemanfaatan tutor sebaya, yaitu siswa dibantu oleh teman sekelas yang telah mencapai KKM.

K. Pengayaan

Pembelajaran pengayaan diberikan kepada siswa yang telah mencapai atau melampaui KKM. Ada beberapa kegiatan yang dapat dirancang dan dilaksanakan oleh Guru dalam kaitannya dengan pengayaan, diantaranya melakukan kegiatan berikut.

1. Belajar kelompok, yaitu sekelompok siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan bersama pada dan/atau di luar jam pelajaran;
2. Belajar mandiri, yaitu siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan sendiri/individual;
3. Pembelajaran berbasis tema, yaitu memadukan beberapa konten pada tema tertentu sehingga siswa dapat mempelajari hubungan antara berbagai disiplin ilmu.

Pembelajaran pengayaan biasanya hanya diberikan sekali, tidak berulang kali sebagaimana pembelajaran remedial. Pembelajaran pengayaan umumnya tidak diakhiri dengan penilaian.

Memahami Koresponden Satu-satu

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Siswa diharapkan sudah membawa perlengkapan alat-alat tulis, seperti pulpoin, pensil, pengapus, penggaris, ketas berpetak, dan lain-lain.*
2. *Sediakan Kertas berpetak/papan berpetak/program komputer yang memuat tentang grafik, contoh Fx Draw. Sediakan pula kertas HVS secukupnya*
3. *Bentuklah kelompok kecil siswa (3 – 5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif dan efisien.*

Ajaklah siswa untuk memahami **Masalah 3.6** dan **Masalah 3.7**. Himbaulah siswa untuk memeperhatikan tentang hubungan antara nama siswa dengan nomor induk siswa di sekolah SMP Ruhas Malang yang telah dituliskan pada buku siswa. Informasikan kepada siswa tentang dua himpunan yang terbentuk dan nama relasi yang mungkin dari kedua himpunan tersebut. Himpunan A merupakan kumpulan nama siswa sedangkan himpunan B merupakan kumpulan nomor induk siswa. Siswa diberi kesempatan untuk memikirkan bagaimana bentuk diagram panah dari kedua relasi yang terbentuk.

Ajaklah siswa untuk mengamati **Tabel 3.4**. Fokus pengamatannya adalah memerhatikan kedua diagram panah dengan anak panahnya, mengapa dikatakan korespondensi satu-satu dan mengapa bukan korespondensi satu-satu. Kemudian ajaklah siswa untuk memperkirakan alasannya.

Berilah kesempatan kepada siswa untuk mendiskusikan tentang hubungan antara anggota himpunan A dengan himpunan anggota B, mengapa dikatakan korespondensi satu-satu dan mengapa bukan kurespondensi satu-satu.

Informasikan kepada siswa bahwa tugas selanjutnya adalah kegiatan membuat pertanyaan dari hasil mengamati. Buatlah pertanyaan dengan kata-kata "korespondensi satu-satu", "relasi", "fungsi".

Contoh pertanyaan: bagaimana cara membedakan antara korespondensi satu-satu dengan bukan korespondensi satu-satu?

Ajaklah siswa untuk menggali infomasi tentang banyak cara dari dua himpunan yang dapat dikatakan sebagai korespondensi satu-satu. Bila memungkinkan ajaklah siswa ke perpustakaan untuk melakukan kegiatan menggali informasi. Bagi siswa menjadi beberapa kelompok, kemudian bahaslah di dalam kelas. Tiap-tiap kelompok diberikan tugas yang berbeda tentang banyak anggotanya dari dua himpunan.

Ajaklah siswa untuk mendiskusikan permasalahan yang terdapat pada kegiatan menalar. Perhatikan siswa yang sedang melakukan kegiatan menalar.

Nomor 1

Pusatkan perhatian kita kepada lima hal berikut berdasarkan **Tabel 3.8**.

(1) Apakah setiap anggota A dipasangkan dengan anggota di B?
Iya, bahwa setiap anggota A dihubungkan dengan anggota B.

(2) Apakah setiap anggota B dipasangkan dengan anggota di A?
Iya, bahwa setiap anggota A dihubungkan dengan anggota B.

(3) Berapa anggota A yang dihubungkan dengan satu anggota B?
Semua anggota A hanya dihubungkan satu dengan anggota B.

(4) Berapa anggota B yang dihubungkan dengan satu anggota A?
Semua anggota A hanya dihubungkan satu dengan anggota B.

(5) Simpulkan apa yang dimaksud dengan korespondensi satu-satu?
"Korespondensi satu-satu adalah fungsi satu-satu yang memasangkan setiap anggota daerah asal mapun daerah kawan dengan tepat satu".

Nomor 2

Untuk mengetahui banyak korespondensi satu-satu yang mungkin dari himpunan A ke B, cukup mengetahui banyak anggota dari himpunan tersebut, karena dalam contoh korespondensi satu-satu banyak dari kedua himpunan adalah sama. Kemudian banyak anggota tersebut difaktorialkan, misal banyak anggota ada 4, maka banyak korespondensi satu-satu yang mungkin adalah $4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

a) Pada diagram **Gambar 3.7a** bukan kurespondensi satu-satu, karena ada satu angota himpunan B memasangkan lebih dari 1 anggota A dan ada tiga anggota himpunan B tidak mempunya pasangan. Akan tetapi diagram tersebut bisa dikatakan fungsi.

b) **Gambar 3.7b** bukan kurespondensi satu-satu, karena ada satu angota himpunan A memasangkan lebih dari 1 anggota A dan ada anngota anggota himpunan A tidak mempunya pasangan. Diagram tersebut juga bukan merupakan fungsi.

c) **Gambar 3.7c** merupakan korespondensi satu-satu, karena banyak anggota kedua himpunan sama dan setiap dari kedua anggota himpunan mempunyai tepat satu pasangan. Diagram tersebut juga merupakan fungsi.

Nomor 3

Relasi belum tentu merupakan fungsi dan korespondensi satu-satu.

Fungsi belum tentu merupakan korespondensi satu-satu, akan tetapi pasti merupakan relasi.

Sedangkan korespondensi satu-satu pasti merupakan relasi dan fungsi.

Mintalah siswa untuk *sharing* hasil karyanya ke teman sebangkunya, dan pastikan temannya yang menerima hasil karya tersebut memahami apa yang harus dilakukan. Pantau bagaimana mereka mengerjakan tugasnya dan pastikan bahwa kalimat-kalimat yang digunakan sudah sesuai dengan kaidah budi pekerti yang baik.

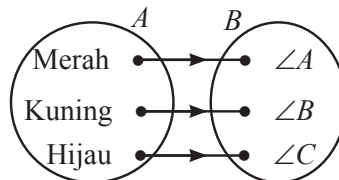
Alternatif penyelesian **Masalah 3.7**

Ajaklah siswa untuk memerhatikan dengan cermat dua bentuk diagram panah pada **Gambar 3.11**. Perhatikan pasangan setiap anggota dari domain dengan setiap anggota dari kodomain, begitu juga sebaliknya. Informasikan tentang istilah peta dan pra-peta dari domain dengan kodomain, yakni "setiap anggota kodomain merupakan peta dari anggota domain" dan "setiap anggota domain merupakan pra-peta dari kodomain". Berilah kesempatan kepada siswa untuk menyimpulkan dari hasil pengamatannya. Contoh simpulan singkat "relasi khusus yang memasangkan setiap anggota daerah asal (*domain*) dengan tepat satu di daerah kawan (*kodomain*)". Informasikan kepada siswa bahwa tugas berikutnya masih mencoba mengerjakan 2 soal yang telah disediakan pada buku siswa.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 3.4

Tanda (-) sebagai latihan

1. Dari diagram panah yang menunjukkan korespondensi satu-satu adalah (iii), (iv), dan (v)
2. -
3. a. banyak semua korespondensi satu-satu yang mungkin terjadi dari P ke Q = 720
   b. 1. $\{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d), (5, e), (6, f)\}$
      2. $\{(1, b), (2, a), (3, c), (4, d), (5, e), (6, f)\}$
      3. $\{(1, a), (2, b), (3, f), (4, d), (5, e), (6, c)\}$
4. -
5. a. K = {merah, kuning, hijau} dan $L = \{\angle A, \angle B, \angle C\}$
   b. Sebanyak 6

6. -
7. a. Sebanyak 9.
   b. Sebanyak 12.
8. -

Tugas Projek

Sehubungan dengan kegiatan Projek pada buku siswa, maka hal-hal yang perlu dilakukan oleh guru adalah sebagai berikut:

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Sediakan bahan-bahan yang dibutuhkan untuk kegiatan Projek kali ini, seperti buku-buku teks pelajaran atau pojok pustaka atau bahkan fasilitas internet.*
2. *Sediakan kertas HVS atau kertas asturo atau lainnya.*
3. *Bentuklah siswa dalam beberapa kelompok untuk membagi tugas dalam menjalankan tugasnya.*
4. *Intruksikan kepada siswa untuk mengikuti langkah-langkah kerja yang ada pada buku siswa.*

Fokus kegiatan kali ini adalah memilih 1 di antara 3 projek yang telah disediakan pada buku siswa. Untuk lebih memantapkan pemahaman kalian tentang fungsi dan terapannya dalam kehidupan sehari-hari, pilihlah sedikitnya satu dari projek-projek berikut. Kerjakan, tuliskan proses dan hasilnya, serta siapkan bahan untuk presentasi.

Projek 3.1

Pergilah ke operator-operator telepon seluler, atau carilah informasi di internet. Mintalah informasi tentang bagaimana cara mereka menentukan tarif telepon dalam rentang waktu tertentu, kemudian temukan rumusnya. Selanjutnya, buatlah analisis untuk mengetahui manakah operator yang layak digunakan untuk orang awam dan pebisnis. Tuliskan hasil analisis kalian untuk dipresentasikan.

Projek 3.2

Cobalah temukan bentuk-bentuk “pemborosan” di dalam kehidupan di rumah atau di sekolah (misalnya: membiarkan keran air tetap menetes meskipun sudah dicoba ditutup rapat, menyalakan lampu di siang hari, dan lain-lain). Carilah informasi untuk menentukan resiko pemborosan tersebut, kemudian susun bahan presentasi yang memuat fungsi (kalau ada) untuk meyakinkan bahaya dibiarkannya pemborosan tersebut.

Projek 3.3

Sediakan wadah air berbentuk kotak, berilah tanda ukuran ketinggian permukaan air yang mungkin terjadi (kalau kesulitan membuatnya, gunakan gelas pengukur yang biasa dijual di apotik atau toko alat-alat laboratorium). Kemudian buatlah koordinat Kartesius dengan sumbu-X menyatakan lama waktu penuangan air ke dalam kotak, dan sumbu-Y menyatakan tinggi permukaan air di dalam kotak. Lakukan percobaan air yang menetes dari keran (dengan kecepatan yang stabil) dan buatlah grafik yang memuat hubungan antara lama air menetes dan tinggi permukaan. (Bagaimana kalau kotaknya diganti bentuk lain, tidak tegak lurus, tapi miring, menguncup dll?)

Sesudah Kegiatan Belajar Selesai

1. Periksalah apakah semua kelompok tugasnya sudah selesai dengan sempurna?
2. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian.
3. Tulislah beberapa kelebihan dan kekurangan dalam proses belajar kali ini.

Rangkuman

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa fungsi adalah relasi yang memiliki sifat khusus. Fungsi juga menghubungkan unsur-unsur dari domain ke unsur-unsur di dalam ko domain.

Pengalaman belajar tentang fungsi yang telah dilalui siswa. Sekarang, cobalah tuliskan hal-hal penting yang menurut siswa penting dan bermanfaat.

Contoh Rangkuman

Jika f adalah fungsi dari himpunan A ke himpunan B, maka syarat yang harus dipenuhi adalah sebagai berikut:

1. *Setiap anggota A harus dipasangkan atau dihubungan dengan anggota dari B (tidak boleh ada yang tertinggal)*
2. *Banyaknya pasangan dari setiap anggota himpunan A tersebut harus tunggal.*

Selanjutnya, ada banyak cara menyatakan fungsi, yaitu: (1) menggunakan diagram panah, (2) menggunakan himpunan pasangan berurutan,(3) menggunakan rumus, (4) menggunakan grafik, dan (5) menggunakan tabel. Semua memiliki kekuatan dan kelemahan, sehingga kita harus bijak menggunakannya

Berikut penyelesaian Uji Kompetensi 3
Tanda (-) sebagai latihan

A. Pilihan Ganda

1. B
2. C
3. B
4. D
5. B
6. B
7. B
8. A
9. B
10. A
11. D
12. A
13. C

    Petunjuk:

    Langkah pertama temukan persamaan fungsi dari dua himpunan pasangan berurutan (2, –2); dan (–2, 6) nelalui bentuk umum dari $f(x) = ax + b$

    Langkah kedua nilai p, q, dan r berdasarkan persamaan fungsi yang diketahui

    Jadi, nilai $p = \frac{5}{2}$, $q = 8$, dan $r = 0$

14. D
15. D

    Petunjuk:

    Tentukan nilai x yang memenuhi untuk $f(31)$. Substitusikan nilai x tersebut ke persamaan fungsinya $f(2x + 1) = (x – 12)(x + 13)$, baru kemudian akan ketemu nilai $f(31) = 84$

    Jadi, nilai dari $f(31)$ adalah 84.

16. D

    Petunjuk:

    Gunakan persamaan fungsi dari $f(0)$ menjadi $f(–2.016 + 2.016)$

Kemudian terapkan bentuk $f(-2.016 + 2.016)$ ke-persamaan fungsi dari $f(x + y) = x + f(y)$, maka akan diperoleh $f(2.016) = 2.018$

Jadi, nilai dari $f(2.016)$ adalah 2.018.

17. C

Petunjuk:

Gunakan persamaan fungsi dari $f(x) = \frac{x}{1-x}$ untuk menentukan nilai dari semua fungsi.

Kemudian mencari pola penyelesaian dari bentuk soal diatas, yakni dengan memerhatikan nilai fungsi dari ujung ke ujung dan begitu seterusnya, sehingga ketemu –4.030.

18. C

Petunjuk:

Mencari pola dari penjumlahan $f(2^n) + f(5^n)$, dengan n bilangan asli

Jika $n = 1$, berapakah nilai dari $f(2^1) + f(5^1)$

Jika $n = 2$, berapakah nilai dari $f(2^2) + f(5^2)$

Dan seterusnya.

Sehingga pada akhirnya akan ketemu pola yang bersesuaian.

19. C

20. B

B. Esai

1. a. -

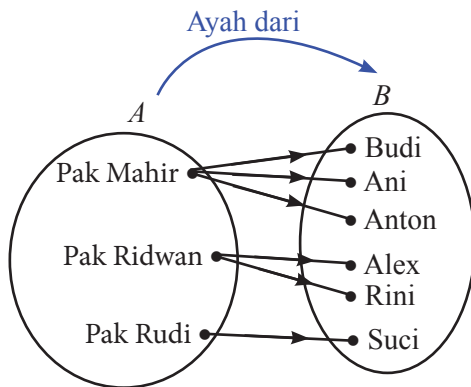
   b. Himpunan pasangan berurutan = {(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)}

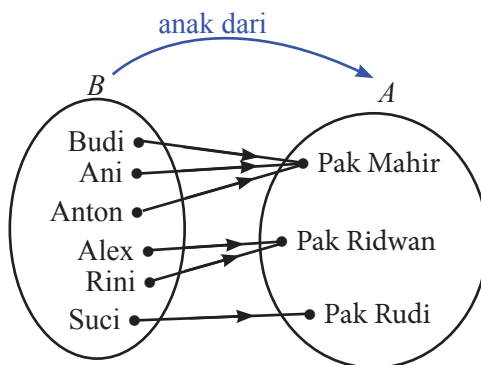
   c. -

2. a. -

   b. Himpunan pasangan berurutan = {(0, 0), (2, 1), (4, 2), (6, 3), (8, 4), (10, 5), (12, 6)}

   c. -

3. a. Diagram panah ayah dari

b. Tidak, Mengapa? Coba jelaskan menurut argumennya masing-masing.

c. Diagram panah anak dari

d. Iya, Mengapa? Coba jelaskan menurut argumennya masing-masing.

4. a. Himpunan P adalah $\{-1, 1, 3, 5, 7\}$

   Himpunan Q adalah $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

   b. -

   c. -

   d. -

5. a. Himpunan A adalah $\{-2, -1, 2, 7, 8\}$

   b. Himpunan B adalah $\{-5, -3, 4, 6, 10\}$

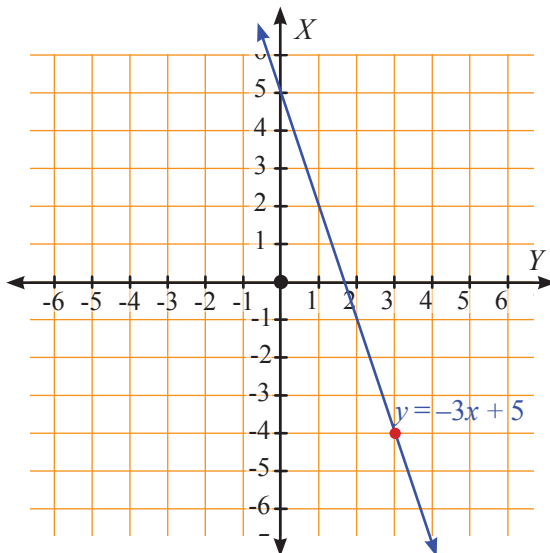
   c. -

   d. -

   e. -

6. a. Rumus fungsi $f(x) = 5 - 3x$

x	–2	–1	0	1	2	3
$f(x)$	11	8	5	2	–1	–4
(x, y)	(–2, 11)	(–1, 8)	(0, 5)	(1, 2)	(2, –1)	(3, –4)

b. Grafik fungsi dari $f(x) = 5 - 3x$

7. a. $f(x) = 4x - 2$

b. bayangannya = {6, –10, 14, –18, 0, 8}

c. nilai $p = 2\frac{1}{2}$

8. a. Volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan = 10 liter

b. Volume air dalam bak mandi setelah 27 menit = 91 liter

9. a. {bilangan asli kurang dari 8}

b. {banyak butir Pancasila}

c. -

d. -

e. -

f. -

g. -

h. -

10. Pohon Apel

a. Tabel lengkap

n	Banyaknya Pohon Apel	Banyaknya Pohon Pinus
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40
6	36	48
7	49	56
8	64	64
9	81	72
10	100	80
...	...	...
n	n^2	$8n$

b. Pohon yang akan meningkat lebih cepat adalah pohon apel. Mengapa? Berdasarkan tabel di atas, coba jelaskan menurut argumen kita masing-masing.

Bab 4

Persamaan Garis Lurus

A. Narasi Awal Bab

Ketika kita naik mobil, sepeda, atau jenis kendaraan lainnya, pastilah pernah melewati jalan yang mendatar, jalan yang turun, dan jalan yang naik. Jalan yang naik atau turun biasanya memiliki kemiringan tertentu yang sudah diperhitungkan tingkat kemiringannya, sehingga aman dan nyaman untuk dilewati kendaraan. Jalan yang menanjak juga memiliki kemiringan. Jika terlalu curam, kendaraan akan mengalami kesulitan untuk melintasinya. Selain jalan, dalam kehidupan sehari-hari banyak benda-benda yang harus dihitung tingkat kemiringannya. Misalnya tangga yang berada di gedung bertingkat sudah diperhitungkan dengan cermat dan teliti tingkat kemiringannya sehingga aman dan nyaman untuk manusia. Seorang arsitek merancang tangga dan jalan dengan memerhatikan kemiringan untuk keamanan dan kenyamanan pengguna. Tempat parkir pun demikian, jika tempat parkir terlalu miring, tidak aman bagi pengendara maupun mobil. Dalam bab ini, siswa akan mempelajari bagaimana kemiringan suatu garis, cara menggambar grafik garis lurus, menentukan persamaan garis lurus, dan manfaat garis lurus dalam pemecahan masalah kontekstual.

B. Kata Kunci

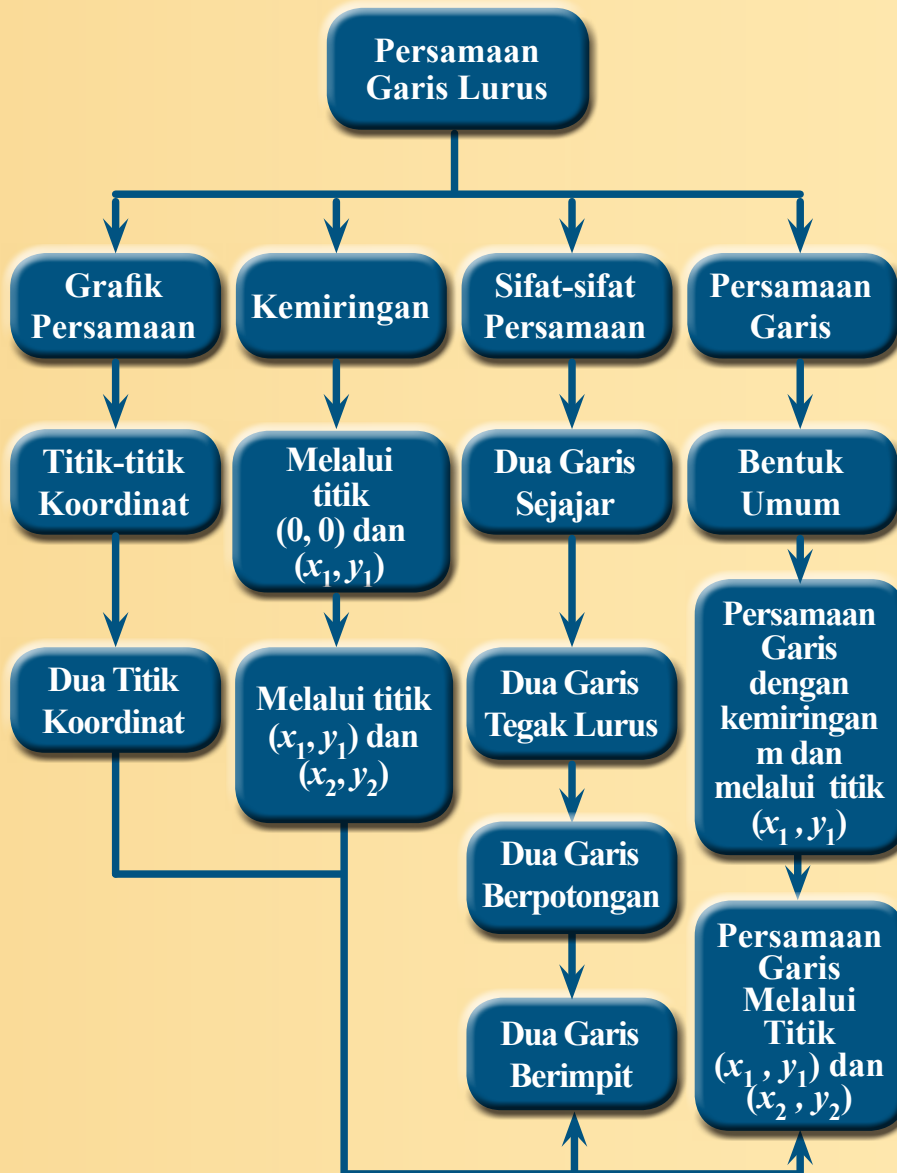
- *Persamaan garis lurus*
- *Grafik*
- *Kemiringan*
- *Titik potong*

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

3.4 Menganalisis fungsi linear (sebagai persamaan garis lurus) dan menginterpretasikan grafiknya menggunakan masalah kontekstual.

4.4 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan fungsi linier sebagai persamaan garis lurus.

1. Membuat persamaan garis dari gambar garis lurus.
2. Menggambar persamaan garis lurus dari dua titik.
3. Menentukan kemiringan garis dari persamaan garis lurus.
4. Menentukan kemiringan garis dari dua titik yang diketahui.
5. Membuat persamaan garis dari dua titik yang diketahui.
6. Membuat persamaan garis dari satu titik dengan gradien yang sudah diketahui.
7. Menentukan persamaan garis yang sejajar dengan garis lain.
8. Menentukan persamaan garis tegak lurus dengan garis lain.
9. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan persamaan garis lurus.

F. Peta Konsep

Rene Descartes
(1956 - 1650 M)

René Descartes

(31 Maret 1596 - 11 Februari 1650).

Kemiringan menentukan posisi suatu garis terhadap koordinat x dan koordinat y. Perhitungan matematis ini adalah salah satu materi dari geometri analitik dengan bantuan aljabar. Jadi, untuk pertanyaan "siapakah yang menemukan kemiringan?" tentunya jawabannya adalah René Decartes. René Decartes adalah bapak geometri analitik. Dia adalah seorang matematikawan Prancis, fisikawan, filsuf, dan teolog. Banyak ahli matematika mengakui dia sebagai orang yang menemukan rumus kemiringan. Dia dikatakan telah memberikan sebuah metode untuk memecahkan masalah garis dan kemiringan dalam masalah aljabar dan geometri.

Rumus kemiringan dasar adalah $y = mx + b$ sementara rumus kemiringan adalah $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Dia adalah orang pertama yang memperkenalkan penyelesaian untuk kemiringan dan persamaan linear. Meskipun tidak banyak tulisan yang menunjukkan secara langsung bahwa dia sebagai penemu rumus kemiringan, banyak matematikawan mengatakan bahwa rumus kemiringan tersebut adalah miliknya.
Descartes menonjol dalam Revolusi Ilmiah pada masanya. Dia meninggal pada Februari 1650 pada usia 54.

Beberapa hikmah yang bisa kita petik antara lain:

1. Kita harus mengembangkan ilmu kita, untuk kemajuan pendidikan.
2. Menuntut ilmu harus dengan rasa ikhlas, tanpa mengharapkan pujian dari orang lain.
3. Segala sesuatu yang kita pelajari akan bermanfaat untuk orang lain.

(*Sumber: id.wikipedia.org*)

Grafik Persamaan Garis Lurus

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Siapkan papan tulis berpetak untuk menggambar persamaan garis lurus.*
2. *Sediakan kertas berpetak dan penggaris.*

Guru meminta siswa mengamati 4 macam garis yang berbeda-beda. Fokuskan pengamatan pada kemiringan garis dan melalui titik pusat atau tidak, perbedaan garis pada masing-masing gambar.

Siswa diminta untuk merumuskan pertanyaan setelah mengamati empat jenis garis pada gambar. Guru dapat memberikan pertanyaan pancingan atau kata-kata kunci agar siswa mampu merumuskan pertanyaan dengan baik dan benar. Adapun pertanyaan yang diharapkan adalah:

1. Bagaimana suatu persamaan yang berupa garis lurus?
2. Bagaimana suatu persaman garis yang memotong sumbu-X dan sumbu-Y tepat di satu titik?
3. Bagaimana suatu persaman garis yang memotong sumbu-X dan sumbu-Y di dua titik berbeda?

Guru meminta siswa untuk menyelesaikan kegiatan ini dengan perseorangan dan berikan penjelasan secukupnya untuk membantu siswa yang mengalami kesulitan

Perbedaan tiap-tiap gambar adalah sebagai berikut:

1. Gambar 1 : garis memotong sumbu-X dan sumbu-Y pada satu titik yaitu titik pusat

   : persamaaanya adalah $y = 2x$ (koefisien dari x bernilai positif)

   : Kemiringan garis ke kanan

   Gambar 2 : garis memotong sumbu-X dan sumbu-Y pada satu titik yaitu titik pusat

   : Kemiringan garis ke kiri

   Gambar 3 : garis memotong sumbu-X dan sumbu-Y pada dua titik

   : persamaaanya adalah $y = 4x – 5$ (koefisien dari x bernilai positif)

   : Kemiringan garis ke kanan

   Gambar 4 : garis memotong sumbu-X dan sumbu-Y pada dua titik

   : persamaaanya adalah $y = –3x +6$ (koefisien dari x bernilai negatif)

   : Kemiringan garis ke kiri

Guru meminta siswa untuk menukarkan hasil pekerjaannya dengan teman sebangku dan berdiskusi.

Guru meminta siswa untuk mencermati contoh dan alternatif penyelesaiannya, agar siswa mengerti cara menggambar grafik persamaan garis lurus dengan menggunakan tabel pasangan berurutan. Jika perlu guru dapat memberikan contoh lain agar siswa memiliki keterampilan dalam menentukan pasangan berurutan untuk menggambar grafik.

Setelah mencermati dua cara untuk menggambar persamaan garis lurus, sekarang siswa diminta untuk menalarkan pikirannya secara individu. Alternatif jawaban menalar adalah sebagai berikut.

1. Berdasarkan kedua contoh tersebut,
   a. Contoh yang lebih mudah dalam menggambar persamaan garis lurus adalah contoh yang kedua.
   b. Cukup dengan hanya menentukan titik potong dengan sumbu-X dan titik potong dengan sumbu-Y.
   c. Ada, misalnya $y = 2x$, $y = 4x$, $y = -\frac{1}{2}x$

2. Titik potong dengan sumbu-X dan sumbu-Y adalah
   a. $y = 3x + 4$

      Titik potong dengan sumbu-X jika $y = 0$, maka

      $y = 3x + 4$

      $0 = 3x + 4$

      $-4 = 3x$

      $-\frac{4}{3} = x$

      Jadi, titik potong sumbu-X adalah $(-\frac{4}{3}, 0)$

      Titik potong dengan sumbu-Y jika $x = 0$, maka
      $y = 3x + 4$
      $y = 3(0) + 4$
      $y = 4$
      Titik potong sumbu-Y adalah (0, 4).
      (Gambar diserahkan kepada guru)

   b. $y + 2x = 6$ (diserahkan kepada guru)

   c. $2x + 3y = 6$ (diserahkan kepada guru)

   d. $3y + 4x - 5 = 0$ (diserahkan kepada guru)

Guru meminta siswa untuk salaing menukarkan hasil menalar dan saling koreksi, jika ada perbedan bisa didiskusikan dan dibahas bersama.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 4.1

1. Siswa diminta menyebutkan alasannya mengapa termasuk persamaan garis lurus apa bukan

   a. $x + 3y = 0$ (Persamaan garis lurus)

   b. $x^2 + 2y = 5$ (Bukan persamaan garis lurus)

   c. $3y + 3x = 3^2$ (Bukan persamaan garis lurus)

   d. $\frac{y}{3} + 3x = 12$ (Persamaan garis lurus)

   e. $\sqrt{4y} + 3x - 6 = 0$ (Persamaan garis lurus)

   f. $y^2 + x^2 = 12$ (Bukan persamaan garis lurus)

2. Diketahui persamaan garis $2y = 3x - 6$ lengkapilah tabel berikut

x	–4	–2	0	2	4	6
y	–9	–6	–3	0	3	6
(x, y)	(–4, –9)	(–2, –6)	(0, –3)	(2, 0)	(4, 3)	(6, –6)

3. Gambarlah garis yang memiliki persamaan berikut

   a. $2x = 6y$ (diserahkan kepada guru)

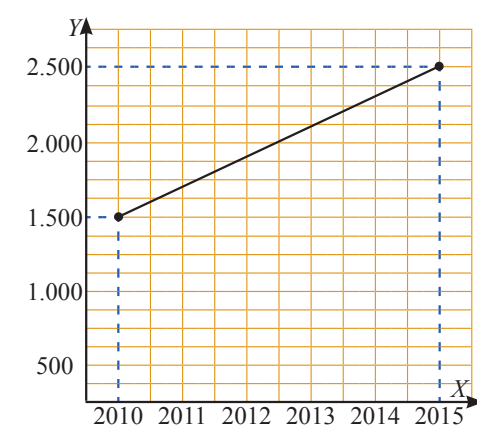
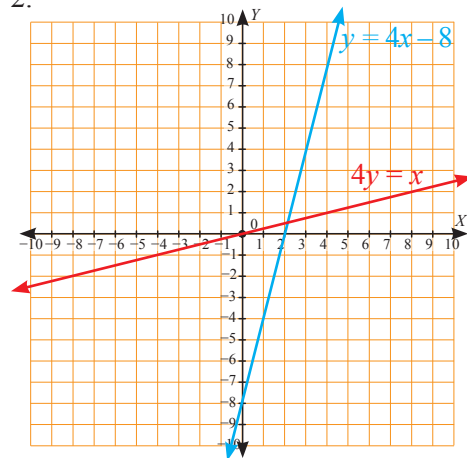
   b. $3y - 4 = 4y$ (diserahkan kepada guru)

   c. $4x + 2y = 6$ (diserahkan kepada guru)

   d. $y + 3x - 4 = 0$ (diserahkan kepada guru)

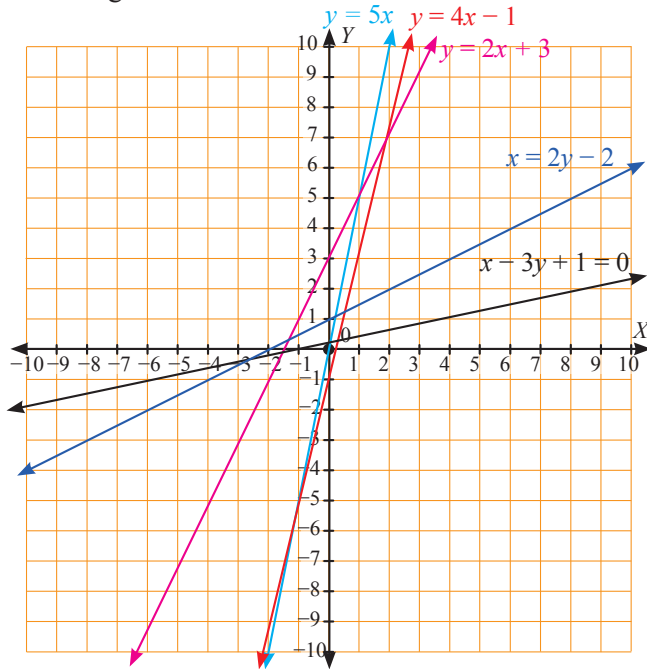
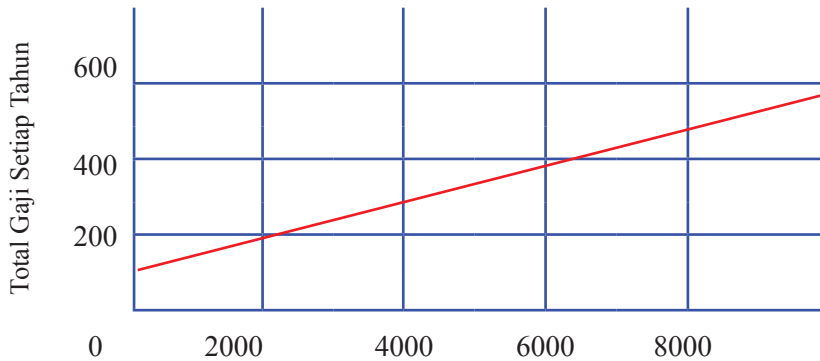
Siswa diminta untuk mengamati penerapan persamaan garis lurus dalam kehidupan sehari dan penyelesaiannya. Fokuskan pengamatan siswa pada titik potong garis dengan sumbu-X dan sumbu-Y.

Contoh pertanyaan yang diharapkan dari hasil pengamatan misalnya. Mengapa dari soal tersebut menggunakan persamaan $y = 360.000.000 - 12.000.000x$?

Guru meminta siswa untuk menyelesaikan kegiatan ini dengan berkelompok. Alternatif jawaban **Ayo Kita Menalar** adalah

b. $y = 200x - 400500$

Mintalah siswa menukarkan hasil diskusi dengan teman lainnya untuk diberikan komentar. Bahas secara klasikal hasil jawaban siswa untuk mengarahkan pada simpulan yang benar.

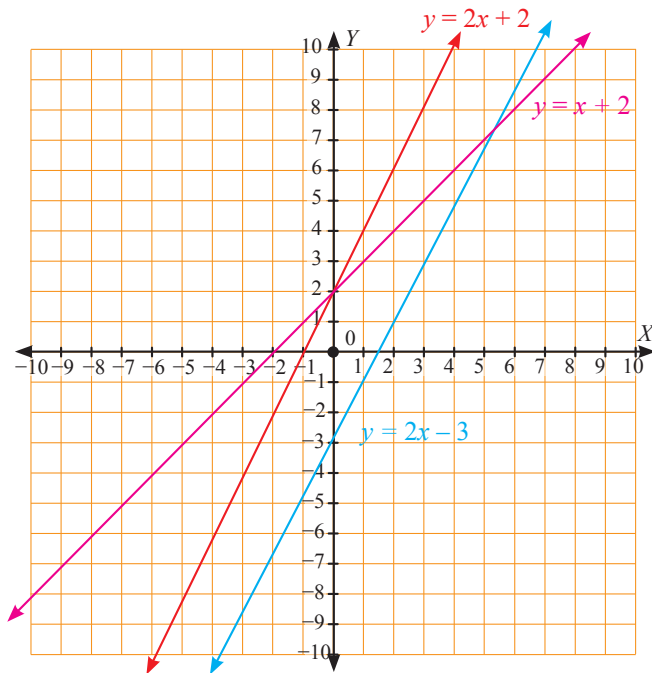
Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 4.2

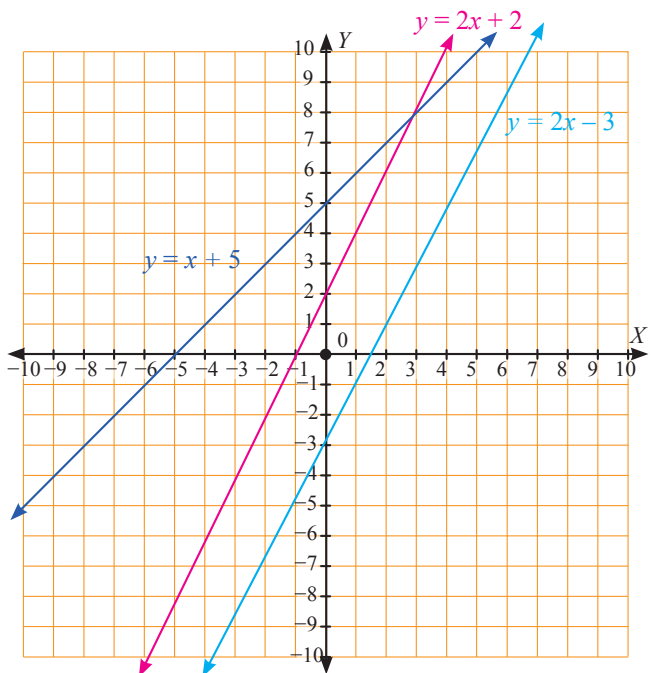
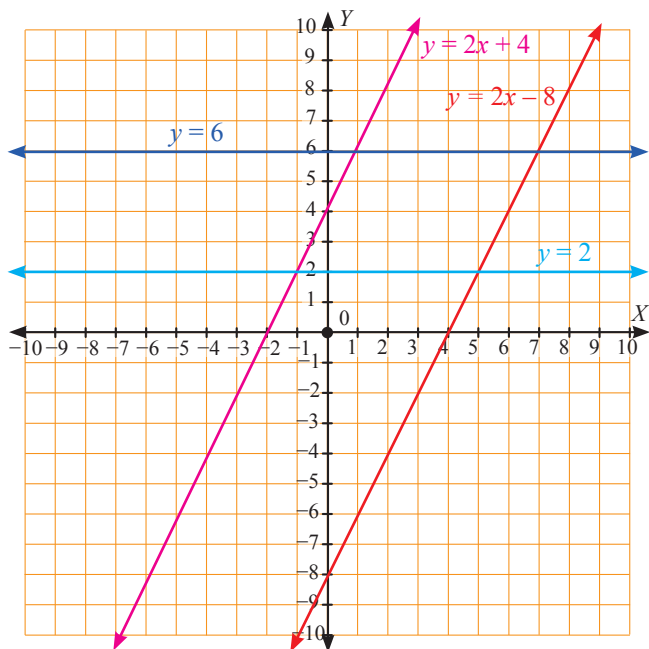
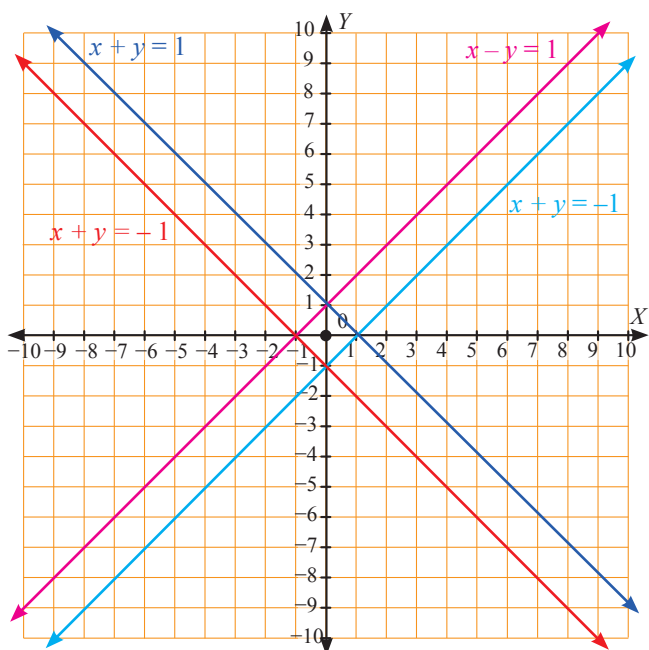
1. Gambar grafik.

2.

a. Rp350.000.000,00

b. Rp250.000.000,00

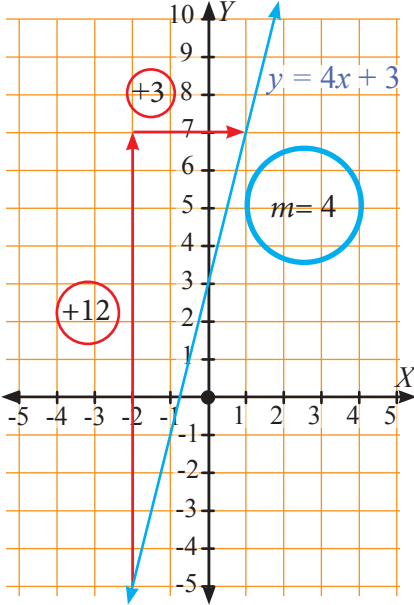
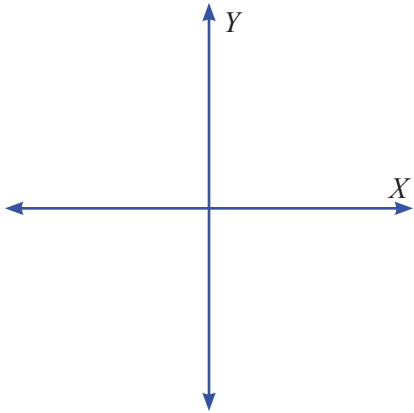
c. Gaji tambahan 5% didapatkan jika gajinya minimal Rp100.000.000,00, karena grafik memotong sumbu y pada posisi gaji Rp100.000.000,00

3. Gambar grafik

Dampak perubahan garafik diserahkan kepada guru

4. Gambar grafik

5. Gambar grafik

6. Gambar grafik

Menentukan Kemiringan Persamaann Garis Lurus

Guru meminta siswa untuk mencermati empat bentuk tabel yang menjelaskan tentang persamaan garis lurus, salah satu titik yang dilalui, kemiringan garis, dan gambar garis. Fokuskan pengamatan pada kemiringan garis dan apakah garis melalui titik pusat atau tidak. Bandingkan kemiringan dan grafiknya.

Berilah penjelasan singkat agar siswa mampu membuat pertanyaan sesuai dengan yang diharapkan. Alternatif pertanyaan yang diharapkan adalah sebagai berikut:

1. Mengapa untuk nilai kemiringan yang positif, gambar garisnya miring ke kanan dan nilai kemiringan negatif grafiknya miring ke kiri?
2. Bagaimana cara menentukan kemiringan dari suatu garis?
3. Mengapa persamaan $y = 2x$ melalui titik pusat dan persamaan $y = 2x - 4$ tidak melalui titik pusat?

Guru meminta siswa untuk melengkapi tabel dengan berdiskusi.

Alternatif penyelesaian kegiatan ini adalah sebagai berikut.

No.	Persamaan Garis Lurus	Salah satu titik yang dilalui	Kemiringan / Gradien (m)	Grafik
1	$y = \frac{1}{3}x - 1$	(9, 2)	$\frac{1}{3}$	
2	$y = -\frac{1}{4}x - 2$	(4, –3)	$-\frac{1}{4}$ atau $\frac{2}{-8}$ atau $\frac{-1+3}{-4-4}$ *artinya* 2 satuan ke atas dan 8 satuan ke kiri.	
3	$y = \frac{2}{3}x + 5$	(6, 9)	$\frac{2}{3}$	

No.	Persamaan Garis Lurus	Salah satu titik yang dilalui	Kemiringan / Gradien (m)	Grafik
4	$y = 4x + 3$	(1, 7)	$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$	$y = 4x + 3$; +3; +12; $m = 4$
5	$y = ax + b$	(x_2, y_2)	a	

Guru mengarahkan siswa untuk menarik simpulan bentuk umum persamaan garis lurus, yaitu persamaan garis yang melalui sembarang titik (x_1, y_1) dan bergradien m adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$

Mintalah siswa untuk mencermati contoh menentukan persamaan garis yang melalui titik tertentu dan diketahui gradiennya.

Dalam kegiatan ini siswa diminta untuk menggali informasi lagi tentang kemiringan dari suatu garis berdasarkan koefisien dari x dengan mengisi tabel berikut.

Kemiringan (m)	**Titik yang dilalui**	**Persamaan Garis Lurus**
2	(0, 0)	$y = 2x$
−2	(0, 0)	$y = -2x$
3	(0, 0)	$y = 3x$
−3	(0, 0)	$y = -3x$
0	(1, 1)	$y = -1$
0	(−1, −1)	$y = 1$
1	(0, 2)	$y = x + 2$
2	(1, −2)	$y = 2x - 4$

Siswa diminta menukarkan hasil kegiatan ini dan mendiskusikan jika ada perbedaan jawaban.

Guru memberikan penguatan persamaan garis lurus yang melalui titik tertentu dengan kemiringan m.

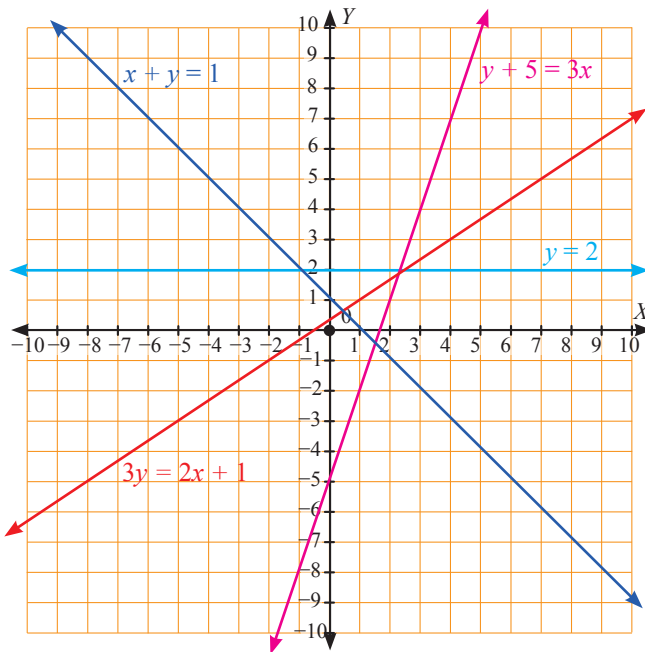
Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 4.3
Tanda (-) sebagai latihan

1. Kemiringan tangga ranjang ini = $\frac{50}{150} = \frac{1}{3}$.

2. Kemiringan garis (i) adalah $\frac{3}{1} = 3$ dan garis (ii) adalah $-\frac{1}{2}$

   Tidak berubah, karena setiap dua titik pada garis tersebut memiliki perbandingan perubahan sisi tegak dengan perubahan sisi mendatar yang sama.

3. -

4. Gambar grafik

5. $p = 5$

6. $h = 9$

7. Berpotongan tidak tegak lurus

8. Tegak lurus

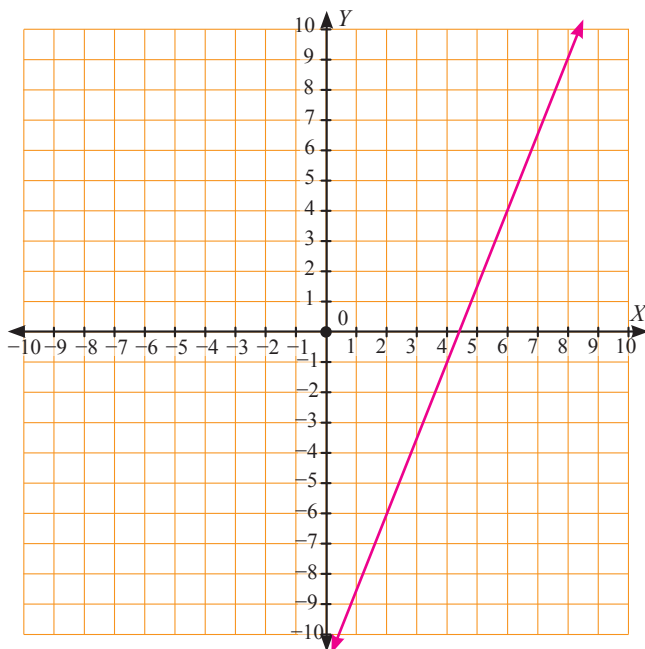
9. Berpotongan tidak tegak lurus

10. -

11. -

12. -

13. $p = 2$

14. Gambar grafik

15. a $\frac{224}{26} = \frac{112}{13}$

b. Setiap 13 tahun banyaknya laki-laki berusia diatas 20 tahun yang bekerja bertambah 112 orang.

Bentuk Persamaan Garis Lurus dengan Kemiringan m dan Melalui Titik (x_1, y_1)

Mintalah siswa untuk mengamati tabel bentuk persamaan garis lurus yang melalui titik (x_1, y_1) dengan kemiringan m. Fokuskan pengamatan siswa pada hubungan antara persamaan garis lurus dan bentuk lain persamaan garis lurus, misalnya $y = 2x$ dengan $y - 0 = 2(x - 0)$ dan bentuk umum dari persamaan garis lurus yaitu $y = mx + c$ dan $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Alternatif pertanyaan yang diharapkan adalah sebagai berikut.

1. Mengapa dua bentuk umum persamaan garis lurus $y = mx + c$ dan $y - y_1 = m(x - x_1)$ menghasilkan nilai yang sama?
2. Bagaimana menentukan kemiringan garis melalui dua titik yang berbeda?
3. Berapa kemiringan garis tegak lurus?

Siswa diminta untuk menggali informasi dengan mencermati beberapa contoh cara menentukan kemiringan garis yang melalui dua titik dengan menggunakan rumus

kemiringan = $\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Siswa diminta untuk menyelesaikan kegiatan ini secara individu. Alternatif jawaban kegiatan ini adalah jika suatu garis lurus melalui (x_1, y_1) dan (x_2, y_2), titik-titik yang menentukan kemiringan garis positif dan negatif adalah semua titik tersebut yaitu (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) dan setiap garis hanya memiliki satu kemiringan saja.

Siswa diminta menukarkan hasil kerjanya dengan teman sebangku dan mendiskusikan jika ada perbedaan jawaban. Guru memberikan penguatan tentang kemiringan garis yang melalui dua titik.

Siswa diminta untuk mengamati contoh dan alternatif penyelesaiaannya. Jika perlu guru dapat memberikan contoh laian yang berbeda.

Siswa diminta untuk menanyakan hal yang belum dipahami dari contoh. Pertanyaan yang diharapkan adalah sebagai berikut.

1. Jika ada soal lain dengan kemiringan 1, bagaimana cara menyelesaikannnya?
2. Jika ada garis yang tegak lurus terhadap sumbu-X, bagaimana menyelesaikannya?

Siswa diminta untuk mengisi tabel dengan berdiskusi dengan teman sebangku.

Alternatif jawaban kegiatan ini adalah

No.	Titik A	Titik B	Kemiringan (m)	Persamaan Garis Lurus	Bentuk lain Persamaan Garis Lurus
1	(1 , 2)	(3 , 2)	0	$y = 2$	–
2	(–1 , 3)	(–1 , –1)	Tidak terdefinisi	$x = –1$	–
3	(1, 3)	(4, 6)	1	$y = x + 2$	$\frac{y-3}{6-3} = \frac{x-1}{4-1}$

No.	Titik *A*	Titik *B*	Kemiringan (m)	Persamaan Garis Lurus	Bentuk lain Persamaan Garis Lurus
4	(2, 4)	(12, –1)	$-\frac{1}{2}$	$2y = -x + 10$	$\frac{y-4}{-1-4} = \frac{x-2}{12-2}$
5	(0 , 3)	(4 , 0)	$-\frac{3}{4}$	$3x + 4y = 12$	$\frac{y-0}{3-0} = \frac{x-4}{0-4}$
6	(1, –5)	(–2, 4)	–3	$y = -3x - 2$	$\frac{y-(-5)}{4-(-5)} = \frac{x-1}{-2-1}$
7	(1 , 2)	(–2 , –2)	$\frac{4}{3}$	$3y = 4x + 2$	$\frac{y-2}{-2-(-2)} = \frac{x-2}{-2-2}$
8	(–1 , 0)	(3 , –8)	–2	$y = -2x - 2$	$\frac{y-0}{-8-0} = \frac{x-(-1)}{3-(-1)}$
9	(2, 6)	(–1 , –9)	5	$3y = 15x - 12$	$\frac{y-6}{(-9)-6} = \frac{x-2}{(-1)-2}$
10	(–2 , 5)	(–3, 1)	4	$y = 4x + 13$	$\frac{y-5}{1-5} = \frac{x-(-2)}{-3-(-2)}$
11	(2, –3)	(4, 1)	2	$2x - y - 7 = 0$	$\frac{y-(-3)}{1-(-3)} = \frac{x-2}{4-2}$
12	(x_1, y_1)	(x_2, y_2)	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$y - y_1 = m(x - x_1)$ atau $y - y_2 = m(x - x_2)$	$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

Setiap kelompok diminta untuk mempresentasikan hasilnya di papan tulis. Kelompok lain memberikan tanggapan. Guru memberikan penguatan cara mencari kemiringan dari persamaan garis yang melalui dua titik.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 4.4

Tanda (-) sebagai latihan

Ayo Kita Berlatih 4.4

1. a. $x - 2y - 2 = 0$
   b. $x + y - 3 = 0$
2. a. $3x - 5y = -30$
   b. $x + 2y = 12$
3. a. $-10x + 3y = 28$
   b. $-8x + 7y = 29$
4. a. $x + 3y = 12$
   b. $4x + y = 2$
   c. $2x + 6y = 38$
   d. -
   e. -
   f. -
   g. -
5. $2x - 5y = 4$.
6. $4x - 7y = 13$
7. a. $x + 7y = 42$
   b. $2x - 2y = -10$
   c. -
   d. -
   e. $x + y = 5$
   f. $3x + y = 21$
   g. -
   h. -
8. a. $3x - 2y = 24$
   b. -
9. a. $(-5, 0)$
   b. $(0, 5/2)$
   c. -
   d. -
10. -

Sifat-Sifat Persamaan Garis Lurus

Siswa diminta mengamati beberapa grafik dalam tabel. Fokuskan pengamatan siswa pada kemiringan dan persamaan garis sejajar, kemiringan dan persamaan dua garis berpotongan, serta kemiringan dan persamaan dua garis saling tegak lurus.

Pertanyaan yang diharapkan adalah:

1. Mengapa dua garis sejajar memiliki kemiringan yang sama?
2. Mengapa beberapa garis yang berpotongan di satu ttitik memiliki c yang sama?
3. Bagaimana kemiringan dua garis saling tegak lurus?

Siswa diminta menggali informasi tentang kemiringan dari dua garis sejajar dan kemiringan dari dua garis saling tegak lurus.

Siswa diminta untuk menyelesaikan kegiatan ini dengan berkelompok.

Alternatif jawaban ini adalah

1. Coba buktikan apakah persamaan garis lurus berikut saling tegak lurus.

   a. $3y = 3x - 1$, gradiennya = 1

      $y = -x + 2$, gradiennya = -1, karena gradien kedua garis jika dikalikan = -1, maka kedua garis saling tegak lurus

b. $2x + y = 5$, gradiennya = -2

$2x - 4y = 5$, gradiennya = $\frac{1}{2}$ karena gradien kedua garis jika dikalikan $= -1$, maka kedua garis saling tegak lurus.

c. $\frac{2x+5}{3} = 2y$, gradiennya = $\frac{1}{3}$

$2x + y + 2 = 0$, gradiennya = $-\frac{1}{2}$, maka kedua garis berpotongan, tetapi tidak tegak lurus

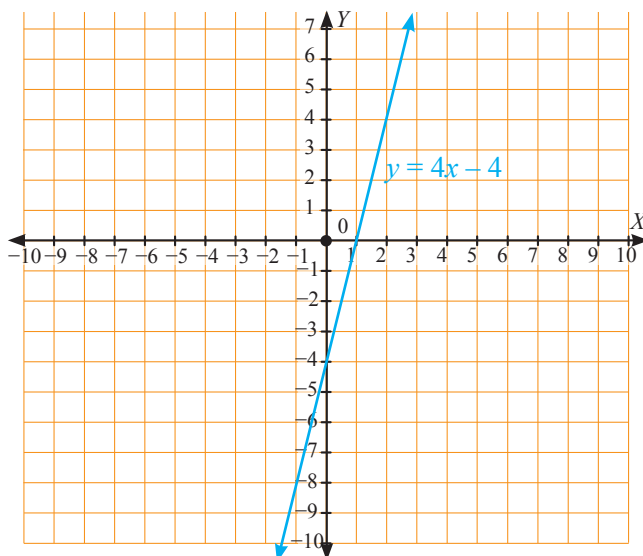
d. $\frac{3x+2}{3} = 2y$, gradiennya = $\frac{1}{2}$

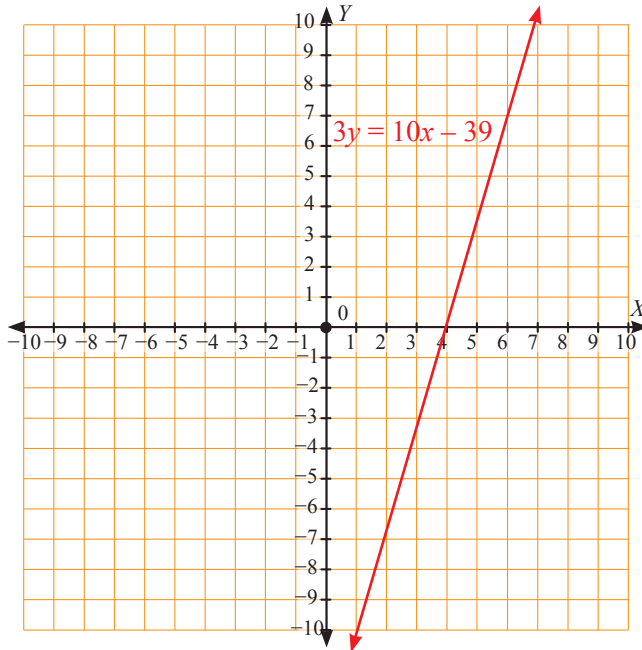
$\frac{5x-32}{2} = -y$, gradiennya = $-\frac{5}{2}$, maka kedua garis berpotongan, tetapi tidak saling tegak lurus

2. $2x + 3y - 4 = 0$, gradiennya = $-\frac{2}{3}$ (miring ke kiri)

   $4x + 6y - 8 = 0$, gradiennya = $-\frac{2}{3}$ (miring ke kiri)

   Kedua garis memiliki gradien yang sama, maka kedua garis sejajar

3. Kedua garis memiliki gradien yang sama, yaitu $m = 2$, maka kedua garis sejajar. Gambar grafiknya dalam bentuk $f(x) + g(x)$ adalah.

4. Kedua garis memiliki gradien yang berlawanan dan jika gradien kedua garis dikalikan hasilnya = – 1, sehingga kedua garis saling tegak lurus

Gambar grafiknya dalam bentuk $f(x) - g(x)$ adalah:

Mintalah siswa untuk memajang lembar hasil kerjanya di papan pajangan kelas secara terpisah antara kelompok satu dengan kelompok lain. setiap kelompok saling mengunjungi hasil karya kelompok lain, lalu memberi komentar, kritik, dan saran yang perlu.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 4.5
Tanda (-) sebagai latihan

Ayo Kita Berlatih 4.5

1. a. garis p sejajar dengan sumbu-X
   b. garis q sejajar dengan sumbu-X
   c. garis r sejajar dengan sumbu-Y
   d. -
   e. -

2. a. -
   b. kedua garis saling tegak lurus

3. a. kemiringan garis n adalah 2
   b. kemiringan garis n adalah $-\frac{1}{2}$

4. a. sejajar
   b. sejajar
   c. -
   d. -

5. Coba buktikan apakah persamaan garis lurus berikut saling tegak lurus.
   a. $2y = 2x - 3$, memiliki gradien $m = 1$

      $y = -x + 3$, memiliki gradien $m = -1$, karena jika gradien kedua garis dikalikan $= -1$, maka kedua garis saling tegak lurus
   b. $3x + y = 7$, memiliki gradien $m = -3$

      $3x - 6y = 7$, memiliki gradien $m = \frac{2}{3}$, karena jika gradien kedua garis dikalikan $= -1$, maka kedua garis saling tegak lurus
   c. -

6. -

7. -

8. -

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang pola bilangan, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan **Latihan 4.1** sampai **Latihan 4.5**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Untuk mengetahui siswa yang sudah mampu mencapai kompetensi dasar pada kegiatan ini, guru bisa melihat bagaimana siswa menyelesaikan soal-soal dengan tingkatan lebih sulit. Selanjutnya, guru bisa mengamati siswa apakah siswa sudah mampu menyelesaikan soal-soal tersebut. Apabila terdapat siswa yang sudah mempu menyelesaikan soal-soal tersbut, minta siswa tersebut untuk berbagi degan teman-teman yang lain.

Pembelajaran remedial pada hakikatnya merupakan suatu bentuk pembelajaran yang bersifat menyembuhkan atau membetulkan pembelajaran yang membuat jadi lebih baik. Pembelajaran remedial juga merupakan tindakan perbaikan pembelajaran yang diberikan kepada siswa yang belum mencapai KKM dalam suatu KD tertentu.

Kemudian Guru harus menganalisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal, mungkin kesalahan siswa karena salah konsep atau mungkin salah melakukan prinsip. Jika kesalahan siswa sudah ditemukan, maka guru bisa melakukan proses pembelajaran remedial dengan cara berikut.

1. Pemberian pembelajaran ulang dengan metode dan media yang berbeda, menyesuaikan dengan gaya belajar siswa;
2. Pemberian bimbingan secara perorangan;
3. Pemberian tugas-tugas atau latihan secara khusus, dimulai dengan tugas-tugas atau latihan sesuai dengan kemampuannya;
4. Pemanfaatan tutor sebaya, yaitu siswa dibantu oleh teman sekelas yang telah mencapai KKM.

Pembelajaran pengayaan diberikan kepada siswa yang telah mencapai atau melampaui KKM. Ada beberapa kegiatan yang dapat dirancang dan dilaksanakan oleh guru dalam kaitannya dengan pengayaan, diantaranya melakukan kegiatan berikut.

1. Belajar kelompok, yaitu sekelompok siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan bersama pada dan/atau di luar jam pelajaran.
2. Belajar mandiri, yaitu siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan sendiri/individual.
3. Pembelajaran berbasis tema, yaitu memadukan beberapa konten pada tema tertentu sehingga siswa dapat mempelajari hubungan antara berbagai disiplin ilmu.

Pembelajaran pengayaan biasanya hanya diberikan sekali, tidak berulang-kali sebagaimana pembelajaran remedial. Pembelajaran pengayaan umumnya tidak diakhiri dengan penilaian.

Materi Pengayaan

Persamaan Garis Lurus

1. Tentukan titik potong pada sumbu x dan sumbu y dari persamaan garis $3x - 5y + 15 = 0$.

   Jawab:

   Titik potong pada sumbu $x \rightarrow y = 0$

   $$3x - 5 \times 0 = -15$$
   $$x = -5$$

   Jadi, titik potong pada sumbu x adalah $(-5, 0)$

   Titik potong pada sumbu $y \rightarrow x = 0$

   $$3 \times 0 - 5y = -15$$
   $$y = 3$$

   Jadi titik potong pada sumbu-Y adalah $(0, 3)$.

2. Tentukan persamaan garis lurus yang melalui pangkal koordinat dan mempunyai gradien berikut.

   a. 3

   b. –5

   c. $1\frac{2}{3}$

   Jawab:

   a. $y = 3x$

   b. $y = -5x$

   c. $y = 1\frac{2}{3}x$

3. Tentukan persamaan garis lurus dengan ketentuan sebagai berikut.

   a. Gradien 4 dan melalui titik (0, –7).

   b. Gradien $-3\frac{1}{2}$ dan melalui titik (0, 5).

   c. Gradien 2 dan melalui titik (–2, 1).

   Jawab:

   a. $y + 7 = 4(x - 0) \rightarrow y = 4x - 7$

   b. $y - 5 = -3\frac{1}{2}(x - 0) \rightarrow y = -3\frac{1}{2}x + 5$

   c. $y + 2 = 2(x - 1) \rightarrow y = 2x - 4$

4. Tentukan persamaan garis lurus yang melalui dua titik berikut.

   a. $K(4, 6)$ dan $L(1, 3)$

   b. $M(-1, 0)$ dan $N(3, -8)$

   c. $O(-4, 7)$ dan $P(-3, -1)$

5. Hitunglah gradien garis yang menghubungkan setiap pasangan titik berikut.

   a. Q (–3, 6) dan R (1, 10)

   b. S (4, 1) dan T (6, 7)

   c. U (–5, –7) dan V(–8, 2)

6. Tentukan persamaan garis yang melalui titik $P(3, 5)$ dan memiliki gradien –2.

   Jawab:

Untuk titik $P(3, 5)$ maka $x_1 = 3$, $y_1 = 5$.

Dengan menggunakan rumus umum, diperoleh persamaan garis:

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 5 = -2(x - 3)$

$y - 5 = -2x + 6$

$y = -2x + 6 + 5$

$y = -2x + 11$ atau $2x + y - 11 = 0$

7. Garis k melalui titik $A(-2, 3)$ dan $B(3, 1)$.

   Garis l melalui titik $C(-6, 5)$, $D(-2, d)$, $T(t, -5)$

   Garis k tegak lurus garis l. Tentukan d dan t.

8. Tentukan persamaan garis yang sejajar dengan garis $y = 2x + 1$ dan melalui titik $(-4, 3)$.

   Jawab:

   $y = 2x + 1 \rightarrow m_1 = 2$

   jika garis yang sejajar dengan $y = 2x + 1$ maka $m_2 = m_1$

   dan melalui titik $(-4, 3)$

   $y - 3 = 2(x + 4) \rightarrow y = 2x + 11$

9. Gambarlah sebuah bidang koordinat Karetsius.

   Kemudian tentukan gambar grafik persamaan garis lurus berikut.

   a. $y = x - 2$

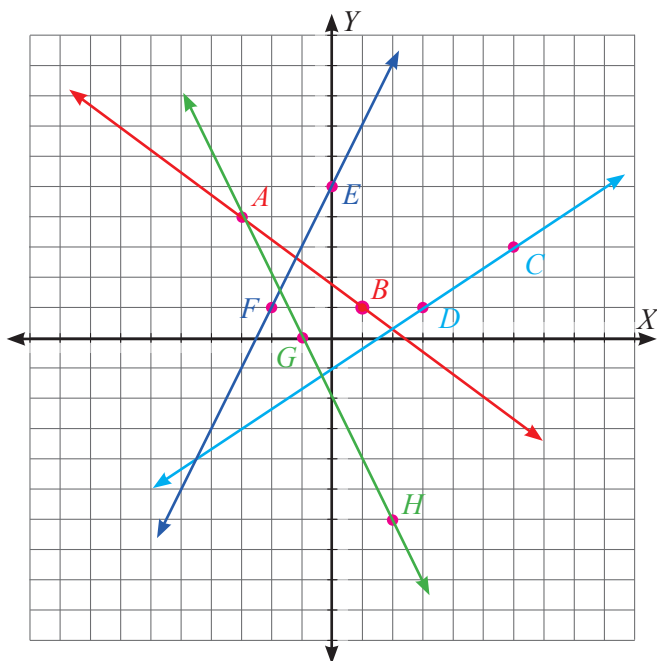
   b. $-3y + 4x = 12$

   c. $y = \frac{2}{3}x - 1$

   d. $y = -3x + 4$

   e. $y + \frac{3}{4}x = 4$

10. Gambarlah garis dengan persamaan $2x + 4y = 12$. Jika titik $R(a, 5)$ terletak pada garis tersebut, tentukan nilai a.

11. Tentukan gradien dan persamaan garis dari grafik yang tersaji berikut.

12. Persamaan garis lurus yang melalui titik (2, 5) dan tegak lurus garis $x - 2y + 4 = 0$ adalah ….

Jawab:

Cara 1:

1. Mencari m_1

$x - 2y + 4 = 0$

$-2y = -x - 4$

$y = \frac{1}{2}x + 2$

Jadi, $m_1 = \frac{1}{2}$

2. Mencari m_2

Dua garis saling tegak lurus, maka:

$m_1 \times m_2 = -1$

$\frac{1}{2} \times m_2 = -1$

$m_2 = -2$

3. Substitusi (2, 5) $\rightarrow x_1 = 2; y_1 = 5$ ke $y - y_1 = m_2 (x - x_1)$

$$
\begin{aligned}
y - y_1 &= m_2 (x - x_1) \\
y - 5 &= -2(x - 2) \\
y - 5 &= -2x + 4 \\
y &= -2x + 4 + 5 \\
y &= -2x + 9 \text{ atau}
\end{aligned}
$$

$2x + y - 9 = 0$

Cara 2:

Apabila persamaan yang diketahui

adalah $Ax + By + C = 0$ dan tegak lurus garis melalui (a, b), maka persamaan yang dicari adalah $Bx - Ay = Ba - Ab$

Soal: Persamaan garis lurus yang melalui titik (2, 5) dan tegak lurus garis $x - 2y + 4 = 0$

adalah ....

Dari soal didapat $A = 1$, $B = -2$, $a = 2$, dan $b = 5$,

sehingga:

$$
\begin{aligned}
Bx - Ay &= Ba - Ab \\
-2x - y &= (-2)(2) - 1(5) \\
-2x - y &= -4 - 5 \\
-2x - y &= -9
\end{aligned}
$$

$-2x - y + 9 = 0$ atau $2x + y - 9 = 0$

13. a. Hitunglah bila $A(3, 0)$ dan $B(0, -2)$
    b. Jika garis h sejajar dengan AB, tentukan gradien garis h.
    c. Jika garis k tegak lurus dengan AB, tentukan gradien garis k.

14. Garis dengan persamaan $y = 5x - 1$ melalui titik $A (2, a)$ dan $B (-3, b)$
    a. Tentukan nilai a dan b.
    b. Berapakah gradien garis tersebut?

    Jawab:

    a. nilai $a \rightarrow y = 5 \times 2 - 1$ nilai $b \rightarrow -3 = 5 \times x - 1$

    $y = 9$ $x = -\frac{5}{2}$

    b. gradien garis $y = 5x - 1$ adalah 5

15. a. Tentukan persamaan garis yang melalui titik (0, –7) dan bergradien $-\frac{3}{4}$

b. Tentukan persamaan garis yang melalui titik (7, –6) dan bergradien –3

16. Tentukanlah gradien dari persamaan garis berikut.

a. $y = 2x$
b. $y = 3x$
c. $x = 2y$
d. $2x + 3y = 0$
e. $4x - 6y = 0$

Jawab :

a. Persamaan garis $y = 2x$ sudah memenuhi bentuk $y = mx$. Jadi, diperoleh $m = 2$.
b. Persamaan garis $y = -3x$ sudah memenuhi bentuk $y = mx$. Jadi, diperoleh $m = -3$.
c. Persamaan garis $x = 2y$ diubah terlebih dahulu menjadi bentuk $y = mx$?

17. Persamaan garis melalui titik (–2, 5) dan sejajar garis $x - 3y + 2 = 0$ adalah ….

a. $3x - y = 17$
b. $3x + y = 17$
c. $x - 3y = -17$
d. $x + 3y = -17$

(UN Matematika SMP 2012 Paket A13)

Jawab:

Cara Biasa

$x - 3y + 2 = 0$, maka $a = 1$ dan $b = -3$

$m_1 = -\frac{a}{b} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

karena kedua garis sejajar maka $m_2 = m_1 = \frac{1}{3}$

melalui (–2, 5), maka $x_1 = -2$ dan $y_1 = 5$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = \frac{1}{3}(x - (-2))$$

$$y - 5 = \frac{1}{3}(x + 2)$$

$3y - 15 = x + 2$
$3y - x = 2 + 15$
$3y - x = 17$
$x - 3y = -17$ (*C*)

Cara Cepat

Dari soal diketahui persamaan garisnya adalah $x - 3y + 2 = 0$
maka dari pilihan jawaban, cari yang berpola sama.
Maksudnya adalah cari yang bentuknya $x - 3y$ atau $3y - x$.
Jawaban yang mungkin hanya C.

18. Tentukan persamaan garis *h* yang melalui titik $K(-2, -4)$ dan sejajar garis *g* dengan persamaan $3x + y - 5 = 0$.

    Jawab:

    $3x + y - 5 = 0$, maka $A = 3$ dan $B = 1$

    $K(-2, -4)$, maka $a = -2$ dan $b = -4$

    $Ax + By = Aa + Bb$

    $3x + 1y = 3(-2) + 1(-4)$

    $3x + y = -10$ atau $3x + y + 10 = 0$

19. Empat puluh buah buku akan terjual jika harganya Rp120.000,00 dan lima puluh buku akan terjual jika harganya Rp80.000,00. Tentukan:
    a. Fungsi permintaannya.
    b. Banyak barang yang diminta jika harga per unit Rp20.000,00.

20. Sepeda merek "Kuat" bila dijual seharga Rp300.000,00 per unit akan laku sebanyak 1.000 unit, dan pada setiap kenaikan harga sebesar Rp100.000,00 jumlah penjualannya bertambah sebanyak 400 unit. Tentukan:
    a. fungsi penawarannya.
    b. banyak sepeda yang dirawarkan jika harga per unit Rp250.000,00.

Ayo Kita Mengerjakan Tugas Projek 4

1. Siapkan perangkat komputer, *printer* beserta beberapa *software* menggambar grafik persamaan garis lurus: *Fx Draw, Mapple, Mathematica, GeoGebra, Mathlab*.
2. Arahkan siswa untuk mencoba mencetak hasil gambar grafik menggunakan *software* tersebut dan memberikan komentar.

Jika ada siswa yang tertarik pada salah satu karya tentang salah satu program komputer tersebut, maka berikan motivasi agar dia mau mengajari teman lainnya dalam menggunakan sofware dengan senang hati.

M. Ayo Kita Merangkum 4

Pengalaman belajar tentang persamaan garis lurus telah kalian lalui. Berikut beberapa hal penting yang perlu diperhatikan pada materi persamaan garis lurus.

1. Gradien (kemiringan) garis $AB = \dfrac{\text{jarak tegak garis } AB}{\text{jarak mendatar garis } AB}$
2. Garis p dan q sejajar jika dan hanya jika $m_p = m_q$
3. Garis p tegak lurus garis q jika dan hanya jika $m_p \times m_q = -1$
4. Persamaan garis jika diketahui gradien dan satu titik adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$
5. Persamaan garis jika diketahui dua titik adalah $\dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
6. Kedudukan dua garis lurus $y = m_1x + c_1$ dan $y = m_2x + c_2$
   a. Sejajar, jika $m_1 = m_2$
   b. Berimpit, jika $m_1 = m_2$ dan $c_1 = c_2$
   c. Berpotongan, jika $m_1 \neq m_2$
   d. Tegak lurus, jika $m_1 \times m_2 = -1$

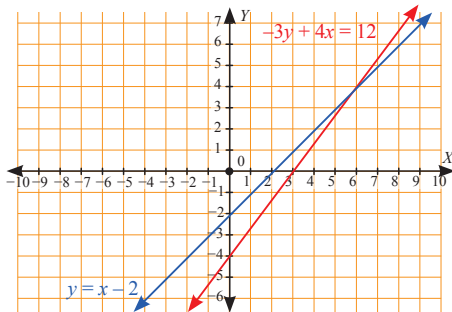
Berikut penyelesaian Uji Kompetensi 3

N. Uji Kompetensi 4

A. Pilihan Ganda

1. D	6. D	11. D	16. C
2. C	7. A	12. A	17. B
3. D	8. C	13. D	18. C
4. D	9. B	14. B	19. A
5. A	10. D	15. D	20. A

B. Esai

1

2. $m = \frac{4}{3}$

   $m = -\frac{1}{4}$

3. -

4. a. $5y = 2x + 14$
   b. (i) $y = 2x - 2$
      (ii) $S(0, -2)$

5. a. (i) $y = x - 3$, kemiringan = 1, titik potong sumbu-Y (0, –3) gambar (iv)
      (ii) $y = 3x - 2$, kemiringan = 3, titik potong sumbu-Y (0, –2) gambar (iii)
      (iii) $2y - x = 4$, kemiringan = $\frac{1}{4}$ titik potong sumbu-Y (0, 2) gambar (i)
      (iv) $2x + y - 3 = 0$, kemiringan = 2 titik potong sumbu-Y (0, 3) gambar (ii)
   b. -
   c. -
   d. -

6. Tinggi setiap pijakan adalah 18 cm

7. a. Lajunya selama 2 tahun adalah 26%
   b. Tahun 2001
   c. Ya, karena grafik tersebut adalah garis lurus dengan kemiringan yang tetap

8. -

9. -

10. a. $k = -1$
    b. (i) $P(-3, 0)$
       (ii) $y = x + 3$

Bab 5 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Sumber: www.mediajurnal.com

Tiket Kereta Api

A. Narasi Awal Bab

Beberapa tahun ini, kita tidak lagi merasakan naik kereta api dengan penumpang yang penuh sesak. Selain karena diberlakukannya penjualan tiket secara *online*, beberapa perubahan lainnya adalah pemeriksaan kesamaan tiket dengan identitas calon penumpang. Ketentuan umum penumpang kereta api terbaru yang berlaku sejak 1 Januari 2015 perlu diketahui oleh seluruh masyarakat luas pencinta Kereta Api agar mendapat pelayanan mudah dan cepat. Salah satu aturan adalah penumpang berusia di atas 60 tahun berhak atas reduksi tarif sebesar 20%.

Pak Andi dan istrinya yang sudah berusia 40-an tahun, mengajak kedua orangtuanya pulang ke kampung halaman di Surabaya dengan naik kereta api dari Stasiun Bandung. Pak Andi membeli empat tiket kereta api Turangga. Biaya yang Pak Andi keluarkan sebesar Rp1.696.000,00. Di saat yang sama, Bu Aminah yang seusia dengan Pak Andi beserta ibu mertuanya ingin mengunjungi suaminya yang bekerja di Surabaya. Bu Aminah membeli dua tiket seharga Rp828.000,00. Bagaimanakah cara kalian mengetahui harga tiket untuk penumpang yang berusia di atas 60 tahun dengan menggunakan aljabar? Bagaimana aljabar dapat membantu kita untuk membuat model masalah di atas tanpa kesulitan? Untuk mengetahuinya, pelajari bab ini dengan baik.

A. Pengantar

Salah satu materi dalam matematika yang secara simultan terbangun terutama sejak awal pembelajaran matematika di Sekolah Menengah Pertama adalah sistem persamaan linear dua variabel (Sistem persamaan linear dua variabel). Sistem persamaan linear dua variabel merupakan bagian dari aljabar. Seseorang sering mengalami suatu kegiatan aljabar di antaranya persamaan linear dua variabel dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya situasi yang berhubungan dengan perniagaan atau jual beli.

Dua kemeja dan dua celana harganya Rp704.000,00. Di toko dan merek yang sama, satu baju dan tiga celana harganya Rp672.000,00. Berapa harga satu baju dan satu celana?

Saat akan mencari penyelesaian dari permasalahan tersebut, maka digunakan perhitungan dengan konsep persamaan linear dua variabel. Agar terbangun kebermaknaan dalam materi persamaan linear dua variabel, maka aspek pemecahan masalah terutama dari konteks yang ada di sekitar siswa perlu dijadikan sebagai acuan. Dengan demikian, untuk mengkonstruksi pemahaman matematis yang kokoh, diperlukan pengembangan bahan ajar dan soal-soal aljabar yang tidak rutin, menantang, berangkat dari masalah sehari-hari yang memerlukan analisis, dan tidak hanya bisa diselesaikan dengan langkah-langkah baku yang prosedural dan mekanistis. Karena hal ini seringkali menghilangkan kebermaknaan dan keindahan matematika sehingga matematika dianggap sebagai sesuatu yang tidak menyenangkan.

Dalam bab ini, siswa akan memulai dengan membuat model matematika persamaan linear dua variabel dari situasi atau konteks, kemudian siswa diminta untuk menentukan selesaian. Selanjutnya siswa dikenalkan pada sistem persamaan linear dua variabel dan yang terakhir siswa diminta untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel. Untuk sistem persamaan linear dua variabel pada bab ini membahas tentang tiga hal, antara lain ada tidaknya penyelesaian, metode untuk menentukan selesaian, dan deskripsi lengkap tentang makna selesaian yang telah ditemukan.

Konsep Sistem persamaan linear dua variabel akan digunakan siswa dalam menyelesaikan masalah-masalah lain, misalnya aritmetika sosial, fungsi, persamaan garis lurus, geometri, bilangan, dan lainnya. Oleh karena itu konsep-konsep yang telah dipelajari siswa sebelum materi ini perlu dingatkan kembali, sehingga akan nampak kesinambungan antarmateri, khususnya hierarkinya konsep matematika.

B. Kata Kunci

- *Variabel*
- *Persamaan linear dua variabel*
- *Selesaian*
- *Sistem persamaan linear dua variabel*

C. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mengolah, menyaji dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

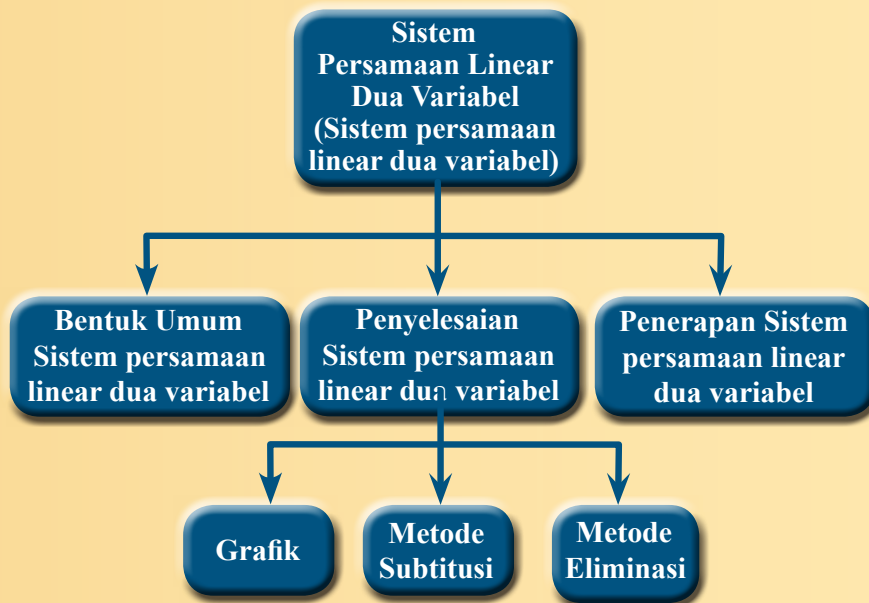
D. Kompetensi Dasar

3.5 Menjelaskan sistem persamaan linear dua variabel dan penyelesaiannya yang dihubungkan dengan masalah kontekstual.

4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

Indikator pencapaian kompetensi untuk bab 5 Sistem persamaan linear dua variabel ini dikembangkan dengan mengacu pada kompetensi inti dan kompetensi dasar. Pada kegiatan pembelajarannya di kelas nanti, guru dapat mengembangkan sendiri indikator pencapaian kompetensi ini dengan menyesuaikan karakteristik siswa masing-masing. Indikator pencapaian kompetensi pada bab 5 ini antara lain siswa mampu:

1. Mengidentifikasi persamaan linear dua variabel.
2. Membuat persamaan linear dua variabel sebagai model matematika dari situasi yang diberikan.
3. Mengidentifikasi selesaian dari persamaan linear dua variabel.
4. Membuat sistem persamaan linear dua variabel sebagai model matematika dari situasi yang diberikan.
5. Membuat model matematika dan menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggambar grafik dua persamaan serta menafsirkan grafik yang terbentuk.
6. Membuat model matematika dan menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi dan substitusi.
7. Mengidentifikasi sistem persamaan linear dua variabel khusus dan selesaiannya.

F. Peta Konsep

Diophantus
(250 SM - 200 SM)

Diophantus dan Persamaan Linear Dua Variabel

Persamaan linear dua variabel berkaitan erat dengan persamaan *diophantine*. Persamaan ini pertama kali dipelajari oleh seseorang bernama Diophantus yang menghabiskan hidupnya di Alexandria. Diophantus juga dikenal dengan julukan "bapak aljabar". Namun julukan itu kemudian disandang oleh Al-Khawarizmi tentunya. Dia merupakan seorang matematikawan Yunani yang bermukim di Iskandaria. Pada waktu itu Alexandria adalah pusat pembelajaran Matematika.

Semasa hidupnya Diophantus terkenal karena karyanya yang berjudul *Arithmetica*. *Arithmetica* adalah suatu pembahasan analitis teori bilangan berisi tentang pengembangan aljabar yang dilakukan dengan membuat persamaan. Persamaan-persamaan tersebut dikenal sebagai *Diophantine Equation* (Persamaan *Diophantine*).

Persamaan *deophantine* merupakan suatu persamaan yang mempunyai solusi yang diharapkan berupa bilangan bulat. Persamaan *Diophantine* tidak harus berbentuk persamaan linear, tetapi bisa saja persamaan kuadrat, kubik, atau lainnya selama mempunyai solusi bilangan bulat.

Bentuk paling sederhananya adalah:

$$ax + by = c$$

a, b koefisien dan c konstanta bulat yang diberikan. Penyelesaian persamaan *Diophantine* adalah semua pasangan bilangan bulat (x, y) yang memenuhi persamaan ini. Jika d adalah FPB dari a dan b, agar persamaan di atas mempunyai solusi, maka d harus dapat membagi c. Terkadang dalam menentukan pasangan bilangan bulat yang memenuhi persamaan, kita harus mencoba-coba dan pandai menentukan pola dari selesaiannya.

Hikmah apa yang dapat kalian ambil dari biografi Diophantus ini?

1. Menyelesaikan masalah tidaklah semudah menyelesaikan perkalian dengan mencongak. Kita harus menentukan strategi yang tepat untuk menyelesaikannya.
2. Terkadang kita dihadapkan dengan masalah yang selesaiannya tidak tunggal. Oleh karena itu, jangan pernah menyerah untuk menggali informasi lebih dalam sehingga mendapatkan selesaian lainnya.

Sebagai alternatif, berikut disajikan pembelajaran sistem persamaan linear satu variabel dengan model penemuan terbimbing yang prosesnya berdasar pada pendekatan ilmiah (*scientific approach*). Guru dapat menggunakan model pembelajaran lainnya yang sesuai dengan karakteristik siswa.

Memahami Konsep Persamaan Linear Dua Variabel

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

*Sebelum memulai **Kegiatan 5.1** hendaknya guru mengingatkan siswa tentang persamaan linear satu variabel, operasi aljabar, dan persamaan garis lurus yang telah mereka pelajari sebelumnya. Ketiga materi tersebut merupakan dasar untuk memahami sistem persamaan linear dua variabel. Untuk menguji pengetahuan ketiga materi tersebut, masalah berikut diberikan kepada siswa untuk dikerjakan.*

1) *Tentukan selesaian dari setiap persamaan berikut dengan variabel yang diberikan adalah anggota himpunan bilangan bulat.*

   a. $x + 4 = 8$ c. $4x = -6$

   b. $5y - 3y = -11$ d. $3x = 21$

2) *Tentukan penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar berikut.*

   a. $\begin{array}{l} 2x + y \\ \underline{2x - 3y \ \ +} \end{array}$ b. $\begin{array}{l} 3x - 2y \\ \underline{2x - 2y \ \ +} \end{array}$ c. $\begin{array}{l} 3x + 2y \\ \underline{4x + 6y \ \ -} \end{array}$

3) *Gambarkan garis dari persamaan berikut.*

   a. $y = 2x$ b. $2x + y = 6$

4) *Manakah di antara pasangan garis berikut yang saling berpotongan?*

   a. $y = x + 2$ dan $y = x + 3$

   b. $y = 2x - 8$ dan $y = 4x + 12$

   c. $x + y = 4$ dan $2x + 2y = 6$

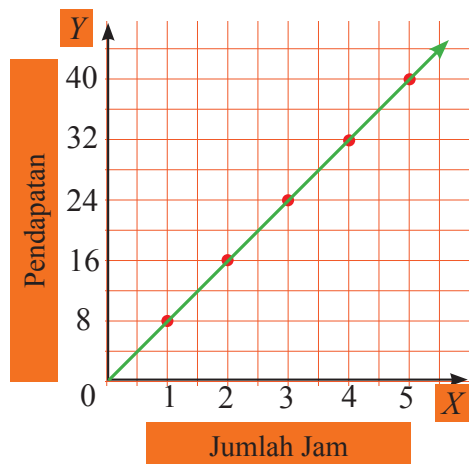
Apabila siswa masih belum menyelesaikan keempat masalah di atas dengan baik dan benar, sebaiknya guru masih harus membimbing siswa untuk berlatih kembali konsep persamaan linear satu variabel, operasi aljabar, dan persamaan garis lurus. Bimbingan yang diberikan oleh guru bisa berupa pembelajaran remedial singkat tentang tiga konsep di atas atau mengerjakan beberapa soal lagi tentang ketiga konsep di atas. Hal ini dimaksudkan untuk menghindari kesulitan dalam memahami sistem persamaan linear dua variabel dan penyelesaian masalahnya.

Dalam **Kegiatan 5.1** ini, siswa akan mempelajari konsep persamaan linear dua variabel. Selain itu, siswa akan mempelajari cara membuat model matematika yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel. Ketika memahami konsep persamaan linear dua variabel, siswa digiring dari konsep yang sudah mereka ketahui sebelumnya, yakni tabel dan grafik. Terakhir, siswa dibimbing untuk dapat menguji selesaian dari suatu persamaan linear dua variabel.

Guru meminta siswa untuk melengkapi dan mengamati tabel dan grafik yang sudah disajikan pada buku siswa. Setelah itu, guru meminta siswa menjawab beberapa pertanyaan. Tabel dan grafik yang disajikan merupakan konteks dalam kehidupan nyata, sehingga siswa dapat memahami konsep persamaan linear dua variabel dengan baik. Berikut alternatif jawaban yang diharapkan dari siswa sebagai pedoman bagi guru.

1. Tabel pendapatan Arthur.

Jumlah jam	Pendapatan (dalam puluhan ribu)
1	8
2	16
3	24
4	32
5	40

2.

a. Sumbu horizontal menunjukkan jumlah jam les privat. Variabel yang digunakan adalah x.

b. Sumbu horizontal menunjukkan pendapatan yang diterima. Variabel yang digunakan adalah y.

c. Terdapat lima pasangan berurutan, yakni (1, 8), (2, 16), (3, 24), (4, 32), dan (5, 40).

3. -

4. Garis pada grafik menyatakan hubungan antara jumlah jam dengan pendapatan dari les privat yang diberikan Arthur.

5. Persamaan linear yang dipelajari di kelas 7 hanya memiliki satu variabel. Sedangkan persamaan di atas memiliki dua variabel.

6. Iya.

7. Tidak.

   Untuk lebih memahami cara menuliskan persamaan, buatlah persamaan berdasarkan masalah berikut.

   Ingat bahwa keliling persegi adalah 4 kali panjang sisinya.

   a. Misalkan keliling persegi adalah k dan panjang sisi persegi adalah s. Persamaan keliling persegi adalah $k = 4 \times s$ atau $k = 4s$.

   b. Iya. Apabila panjang sisi persegi bertambah 1 satuan, maka persamaan yang terbentuk adalah $k = 4 \times (s + 1)$ atau $k = 4s + 4$.

Panjang sisi persegi	Keliling persegi
1	4
2	8
3	12
4	16

c. Variabel k tergantung pada variabel s. Maksudnya, keliling persegi akan berubah apabila panjang sisi persegi juga berubah.

Selanjutnya, pada kegiatan ini guru meminta siswa untuk membuat dan mengajukan pertanyaan terkait dengan persamaan yang telah mereka buat dari tabel dan grafik. Siswa bisa melihat contoh pertanyaan yang sudah disajikan dalam buku siswa, misalnya “Bagaimana cara kalian untuk menulis persamaan linear dua variabel? Bagaimana bentuk umum persamaan linear dua variabel?” Pertanyaan yang diajukan siswa bisa diberikan kepada siswa lain untuk dijawab, tetapi kebenaran jawaban akan dibuktikan nanti setelah siswa menggali informasi pada fitur berikutnya.

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa untuk menggali informasi tentang Persamaan linear satu variabel yang ditunjukkan oleh tabel, persamaan, dan grafik, bagaimana membuat model matematika Persamaan linear satu variabel dari situasi yang diberikan, memahami bentuk selesaian suatu Persamaan linear satu variabel, serta menentukan banyaknya selesaian dari Persamaan linear satu variabel. Khusus pada memahami bentuk selesaian dan banyak selesaian Persamaan linear satu variabel, siswa dibimbing dengan menggunakan tabel.

Pada kegiatan ini, guru mengajak siswa untuk bernalar dengan menjawab beberapa pertanyaan pada buku siswa. Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

1. Tabungan yang menyatakan persamaan linear adalah tabungan milik Arga, Maya dan Liem. Tabungan ketiga siswa membentuk persamaan linear dua variabel. Tabungan Arga dapat dinyatakan dalam persamaan $y = 7.500x + 50.000$, dengan y adalah banyak tabungan (dalam rupiah) dalam waktu x minggu. Tabungan Maya dapat dinyatakan dalam persamaan $y = 25.000x$. Tabungan Liem sudah dinyatakan dalam bentuk persamaan $T = 30.000w$. Tabungan ketiga siswa tersebut apabila dibuat grafik, maka grafik yang terbentuk berupa garis lurus.

2. Pernyataan Mia yang mengatakan bahwa $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$, $x \neq y$ merupakan Persamaan linear dua variabel adalah tidak benar. Menurut saya, $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$, $x \neq y$ bukan merupakan Persamaan linear dua variabel, meskipun persamaan tersebut bisa disederhanakan menjadi $x + y = 3$. Hal ini dikarenakan $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$, $x \neq y$ sendiri tidak memiliki syarat dan ciri-ciri yang dimiliki Persamaan linear dua variabel.

   Pangkat variabel x dan y tidak sama dengan satu.

   Atau

   Pernyataan Mia yang mengatakan bahwa $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$, $x \neq y$ merupakan Persamaan linear dua variabel adalah tidak benar. Menurut saya, $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$, $x \neq y$ bukan merupakan Persamaan linear dua variabel karena apabila persamaan tersebut disederhanakan menjadi $x + y = 3$, memiliki selesaian $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$. Namun, syarat yang diberikan adalah $x \neq y$. Jadi, $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$, $x \neq y$ bukan Persamaan linear dua variabel.

   Atau

   Pernyataan Mia yang mengatakan bahwa $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$, $x \neq y$ merupakan Persamaan linear dua variabel adalah tidak benar. Menurut saya, $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$,

$x \neq y$ bukan merupakan Persamaan linear dua variabel. Apabila kedua sisi tanda sama dengan saya kalikan dengan $x - y$, maka menjadi seperti berikut.

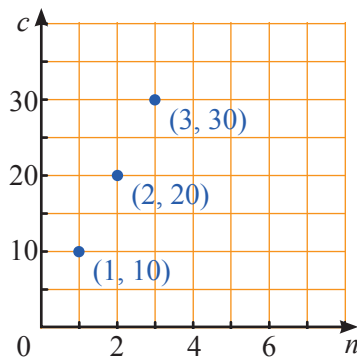
$$\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$$

$$x^2 - y^2 = 3(x - y)$$

$$x^2 - y^2 = 3x - 3y$$

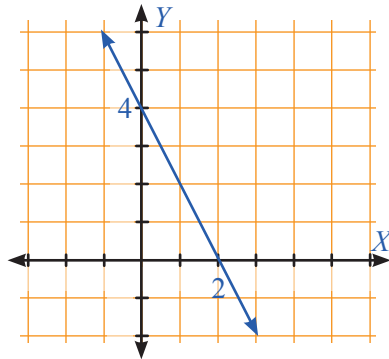
$$x^2 - y^2 - 3x + 3y = 0$$

Persamaan terakhir di atas, yakni $x^2 - y^2 - 3x + 3y = 0$ memiliki pangkat terbesar 2 untuk setiap variabel. Sehingga persamaan $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$ bukan Persamaan linear dua variabel.

3. a. Tidak. Garis pada bidang Kartesius menunjukkan selesaian. Banyak tiket dan biaya yang dikeluarkan hanya bisa ditunjukkan oleh bilangan bulat n untuk banyak tiket.

   b. Masalah di atas tidak mungkin memiliki selesaian bernilai negatif. Banyak tiket pasti bukan bilangan negatif.

   c. $c = 10n$.

4. Untuk menentukan selesaian dari suatu Persamaan linear dua variabel harus memperhatikan syarat selesaian. Selain itu, kita harus memperhatikan situasi yang dapat dinyatakan dalam Persamaan linear dua variabel. Seperti pada masalah pada nomor 3 di atas, himpunan selesaian dari persamaan bukan merupakan anggota himpunan bilangan negatif.

5. Garis yang terbentuk adalah garis lurus.

6. $2x + 4y = 9$ tidak memiliki selesaian untuk x dan y anggota himpunan bilangan asli. Jadi, himpunan selesaian dari persamaan $2x + 4y = 9$ adalah { }.
7. Grafik suatu persamaan dengan selesaiannya adalah anggota himpunan bilangan bulat berupa titik. Sedangkan grafik suatu persamaan dengan selesaiannya adalah anggota himpunan bilangan real berupa garis lurus.

Pada fitur ini, guru meminta siswa untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru dapat juga menentukan perwakilan kelompok untuk diminta menjelaskan di depan kelas berdasarkan catatan guru selama berkeliling. Misalnya dua kelompok yang hasil penalarannya berbeda, atau penalaran siswa berbeda dengan alternatif jawaban yang sudah disediakan dalam buku guru ini. Apabila setelah diskusi atau presentasi terdapat beberapa siswa yang masih belum memahami hasil penalaran, maka guru meminta siswa yang sudah paham untuk berdiskusi dengan siswa yang belum paham. Apabila sebagian besar siswa kurang memahami hasil penalaran yang sudah dipresentasikan, maka guru memberikan penjelasan kembali kepada semua siswa.

Ayo Kita Berlatih 5.1

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang konsep persamaan linear dua variabel, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan soal-soal **Ayo Kita Berlatih 5.1**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 5.1

1. a. Bukan Persamaan linear dua variabel
   b. Persamaan linear dua variabel
   c. Bukan Persamaan linear dua variabel
   d. Persamaan linear dua variabel
   e. Bukan Persamaan linear dua variabel
   f. Persamaan linear dua variabel
   g. Persamaan linear dua variabel
   h. Bukan Persamaan linear dua variabel

2. a. $K = 2p + 2l = 2 \times 5 + 2l$ atau $K = 10 + 2l$

   Variabel yang digunakan adalah K yang menyatakan keliling pesegipanjang dan l menyatakan lebar persegi panjang. Variabel terikat adalah K, keliling persegi panjang tergantung pada lebar persegi panjang.

   b. $L = \frac{7 + 11}{2} \times t$ atau $L = 9t$

   Variabel yang digunakan adalah L dan t yang masing-masing menunjukkan luas dan tinggi trapesium. Variabel terikat adalah L, luas trapesium.

3. a. Tidak
   b. Ya
   c. Ya
   d. Tidak
   e. Tidak
   f. Ya

4. $y = 5.000x + 6.500$, dengan y menunjukkan total biaya tiap bulan dan x adalah banyak pemakaian air per m^3.

5. a. $y = 11$ c. $x = 2$
   b. $x = 0$ d. $x = 1$

6. $k = 10m + 200$

7. a. melengkapi tabel

Banyak segilima	1	2	3	4
Keliling	5	8	11	14

   b. $k = 3s + 2$, dengan k dan s masing-masing adalah keliling dan banyak segi lima satuan

8. Persamaan yang dapat dibuat dari situasi yang dialami Bu Retno adalah $10.500 = 2.500x + 1.500y$, dengan x menunjukkan banyak pensil dan y menunjukkan banyak penghapus. Sehingga, kemungkinan banyak pensil dan penghapus yang terjual adalah (0, 7) dan (3, 2).

9. a. Zainul mengatakan bahwa persamaan $4x + 5y = 11$ tidak memiliki selesaian.
   Zainul mengira bahwa himpunan selesaian dari persamaan termasuk dalam himpunan bilangan asli. Sehingga tidak ada pasangan berurutan (x, y) yang memenuhi persamaan $4x + 5y = 11$. Sebaliknya Erik mengira bahwa himpunan pasangan berurutan (x, y) dengan x dan y adalah anggota himpunan bilangan bulat. Sehingga $(-1, 3)$ membuat persamaan menjadi benar.

   b. Himpunan semesta untuk nilai x dan y yang dimaksudkan Zainul adalah himpunan bilangan asli.

10. Persamaan $2x + 4y = 10$ memiliki selesaian untuk x dan y anggota himpunan bilangan asli. Himpunan selesaian persamaan tersebut adalah $\{(5, 0), (1, 2), (3, 1)\}$.

Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dengan Menggambar Grafik

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Pada kegiatan ini, siswa akan mempelajari tentang konsep sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV) dan cara menentukan selesaian Sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan grafik. Seperti pada kegiatan sebelumnya, semua konsep yang disajikan berawal dari situasi atau masalah sehari-hari.

Sebelum pembelajaran dimulai, guru mengingatkan siswa tentang konsep Persamaan linear dua variabel dan selesaiannya. Setelah itu, guru meminta siswa untuk menyelesaikan masalah Nawa dan Rina pada buku siswa.

Guru meminta siswa untuk mengamati bagaimana memahami konsep sistem persamaan linear dua variabel. Untuk mendorong siswa memahami konsep Sistem persamaan linear dua variabel, buku siswa menyajikan situasi pada bidang ekonomi, yakni konsep impas. Pertama, siswa mengamati persamaan yang menunjukkan besar pengeluaran dan pendapatan. Kemudian siswa diminta melengkapi tabel untuk mengetahui titik impas. Berikutnya siswa mengamati dua grafik yang terbentuk dari kedua persamaan.

Pak Mursalin memulai bisnis baru dengan menyewakan kamar. Selain menyewakan kamar, beliau juga menyediakan makanan bagi setiap pengunjung. Untuk itu, Pak Mursalin menata ulang setiap kamar rumahnya dengan biaya yang dikeluarkannya sebesar Rp5.000.000,00. Biaya untuk menyiapkan makanan sebesar Rp100.000,00 per malam. Pak Mursalin menyewakan Rp600.000,00 per malam setiap kamarnya sudah termasuk fasilitas makan.

Perhatikan bahwa pada situasi yang dialami oleh Pak Mursalin terdapat dua persamaan. Kumpulan dua (atau lebih) persamaan linear dua variabel disebut sistem persamaan linear dua variabel (Sistem persamaan linear dua variabel). Dua persamaan yang dimaksud adalah:

$C = 100.000x + 5.000.000$ (untuk pengeluaran)

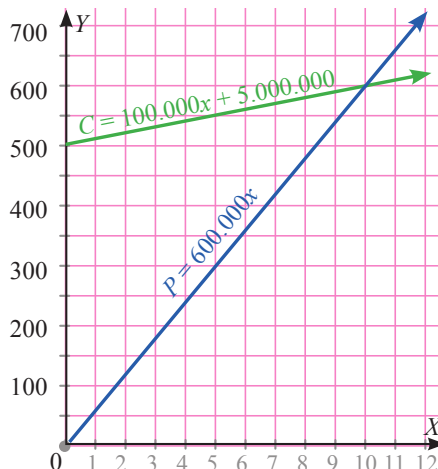
$P = 600.000x$ (untuk pendapatan yang diperoleh)

a. Gunakan kedua persamaan untuk menentukan berapa malam Pak Mursalin menyewa kamar sehingga uang dari penyewaan dapat menutupi biaya pengeluaran. Hal ini dinamakan *break-even point* (*Break event point* adalah suatu keadaan dimana dalam suatu operasi perusahaan tidak mendapat untung maupun rugi/impas (pendapatan = total biaya pengeluaran)).

Tabel yang sudah dilengkapi seperti berikut.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
C (dalam ribuan)	500	510	520	530	540	550	560	570	580	590	600	610
P (dalam ribuan)	0	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600	660

b. Berapa malam yang Pak Mursalin butuhkan untuk menyewakan kamarnya sebelum impas?
Pak Mursalin membutuhkan 9 malam untuk kamarnya disewakan sebelum impas.

c. Gambar grafik kedua persamaan pada poin b. dalam satu bidang koordinat.
Keterangan: satuan pada sumbu-Y adalah dalam puluhan ribu rupiah.

d. Tentukan titik potong kedua grafik. Apa maksud dari titik potong ini? Bandingkan dengan *break-even point* pada poin c.

Titik potong kedua grafik berada pada titik (10, 600). Maksudnya kedua grafik berada pada titik yang sama yakni mencapai titik impas. Nilai 600 ini maksudnya adalah pengeluaran dan pendapatan yang diperoleh sebesar Rp6.000.000,00 selama 10 malam kamar itu disewakan.

Selanjutnya, guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan berdasarkan pengamatan yang telah mereka lakukan. Guru membimbing siswa sehingga mampu mengajukan pertanyaan, misalnya “Mengapa titik perpotongan dari kedua grafik dikatakan sebagai selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel? Berapakah titik potong kedua grafik pada sistem persamaan linear dua variabel? Apabila siswa mengalami kesulitan untuk membuat pertanyaan, guru bisa meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan yang sudah ada di Buku Siswa untuk kemudian didiskusikan. Siswa akan dapat menjawab pertanyaan ini dengan benar jika siswa telah melakukan kegiatan pada **Ayo Kita Amati** dengan benar. Jawaban dari siswa perlu dicatat oleh guru. Namun jawaban itu akan diperiksa kebenarannya setelah siswa menggali informasi.

Dalam kegiatan ini, guru bersama siswa menggali informasi tentang bagaimana menentukan selesaian dari suatu Sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan grafik. Siswa menggali informasi tentang penyelesaian Sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan grafik berdasarkan langkah-langkah yang diberikan. Selain itu, siswa diberikan contoh menentukan selesaian dengan menggunakan grafik. Setelah siswa menggali informasi, guru mengulas kembali masalah yang dihadapi Nawa dan Rina, serta jawaban siswa pada kegiatan **Ayo Kita Menanya**.

Selanjutnya, guru mengajak siswa untuk bernalar dengan menjawab beberapa pertanyaan pada buku siswa. Guru bisa membagi siswa di kelas menjadi berpasang-pasangan untuk menjawab pertanyaan. Selanjutnya guru bisa berkeliling menemui setiap kelompok untuk mengetahui kesulitan siswa. Selain itu, guru bisa mencatat pertanyaan atau pernyataan siswa untuk didiskusikan bersama saat presentasi dalam fitur **Ayo Kita Berbagi**. Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

1. Iya. Kedua persamaan membentuk Sistem persamaan linear dua variabel. Kedua persamaan sama-sama memiliki variabel x dan y yang bepangkat satu.

2. Persamaan $2x + 3y = 1$ tidak memiliki himpunan selesaian dengan x dan y anggota himpunan bilangan asli. Sedangkan persamaan $x - y = -2$ memiliki selesaian berupa titik-titik pada bidang koordinat, bukan berupa garis. Sehingga sistem persamaan linear dua variabel di atas tidak memiliki selesaian.
3. Syarat suatu sistem persamaan linear dua variabel memiliki selesaian adalah apabila grafik kedua persamaan berpotongan.
4. Yang harus diperhatikan untuk menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan grafik adalah skala pada kedua sumbu, sehingga kedua garis dapat berpotongan di titik yang tepat.
5. Tidak mungkin sistem persamaan linear dua variabel memiliki dua selesaian. Dua garis akan selalu berpotongan tepat di satu titik. Selain itu, pasti kedua selesaian tidak sesuai dengan situasi atau masalah yang diketahui.
6. a. Kedua garis saling sejajar. Kedua garis tidak berpotongan, sehingga kedua persamaan tidak memiliki selesaian.

   b. Dua persamaan yang ditunjukkan dengan dua garis yang sejajar tidak memiliki selesaian.

Guru meminta siswa untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru dapat juga menentukan perwakilan kelompok untuk diminta menjelaskan di depan kelas berdasarkan catatan guru selama berkeliling. Misalnya dua kelompok yang hasil penalarannya berbeda, atau penalaran siswa berbeda dengan alternatif jawaban yang sudah disediakan dalam buku guru ini. Apabila setelah diskusi atau presentasi terdapat beberapa siswa yang masih belum memahami hasil penalaran, maka guru meminta siswa yang sudah paham untuk berdiskusi dengan siswa yang belum paham. Apabila sebagian besar siswa kurang memahami hasil penalaran yang sudah dipresentasikan, maka guru memberikan penjelasan kembali kepada semua siswa.

Ayo Kita Berlatih 5.2

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang konsep persamaan linear dua variabel, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan soal-soal **Ayo Kita Berlatih 5.2**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 5.5

1. Tabel

   a. $C = 15x + 150$ dan $P = 45x$

x	0	1	2	3	4	5	6
C	150	165	180	195	210	225	240
P	0	45	90	135	180	225	270

   Titik impas dari kedua persamaan adalah (5, 225).

   b. $C = 24x + 80$ dan $P = 44x$

x	0	1	2	3	4	5	6
C	80	104	128	152	176	200	224
P	0	44	88	132	176	220	264

   Titik impas dari kedua persamaan adalah (4, 176).

   c. $C = 36x + 200$ dan $P = 76x$

x	0	1	2	3	4	5	6
C	200	236	272	308	344	380	446
P	0	76	152	228	304	380	450

   Titik impas dari kedua persamaan adalah (5, 380).

2. a. $y = 1 \times 5x - 2$ dan $y = -x + 13$ sesuai dengan grafik B. Titik potong yang menyatakan selesaian kedua persamaan adalah (6, 7).

   b. $y = x + 4$ dan $y = 3x - 1$ sesuai dengan grafik A. Titik potong yang menyatakan selesaian kedua persamaan adalah (2,5, 6,5).

3. a. (−1, 7)

   b. (−5, 1)

   c. -

   d. (8, 1)

4. a. $P = 35.000x$

b. (100, 3.500.000)

Maksudnya, pemilik kereta kuda akan memperoleh pendapatan Rp3.500.000,00 sama dengan besar pengeluarannya (impas) saat mendapatkan 100 pelanggan untuk berkeliling kota.

5. Banyak soal matematika dan IPA berturut-turut 26 dan 16.

   Untuk mengecek kebenaran jawaban tersebut, siswa bisa menunjukkan titik potong grafik dari sistem persamaan linear dua variabel $x + y = 42$ dan $x = y + 10$. x menyatakan banyak soal matematika dan y menyatakan banyak soal IPA.

Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dengan Substitusi

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Pada kegiatan ini, siswa akan mempelajari tentang bagaimana menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode substitusi. Sebelum pembelajaran dimulai, guru mengingatkan siswa tentang konsep Persamaan linear dua variabel dan menyelesaikannya dengan menggunakan grafik.

Guru meminta siswa untuk mengamati langkah-langkah bagaimana menentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode substitusi. Kemudian siswa mengamati bagaimana memeriksa kembali selesaian yang diperoleh.

Guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan berdasarkan pengamatan yang telah mereka lakukan. Guru membimbing siswa sehingga mampu mengajukan pertanyaan, misalnya "Bagaimana langkah-langkah untuk menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi? Apakah dengan menggantikan variabel x juga akan memperoleh selesaian yang sama?" Apabila siswa mengalami kesulitan untuk membuat pertanyaan, guru bisa meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan yang sudah ada di buku siswa.

Dalam kegiatan ini, guru bersama siswa menggali informasi tentang cara menentukan selesaian dari suatu sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode substitusi. Siswa menggali informasi tentang penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode substitusi berdasarkan langkah-langkah yang dicontohkan. Setelah siswa menggali informasi, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan variabel lain yang disubstitusikan. Misalnya dalam contoh yang diberikan variabel x yang disubstitusikan ke persamaaan ke dua, maka guru meminta siswa untuk menyubstitusikan variabel y dari persamaan pertama ke persamaan kedua.

Selanjutnya, guru mengajak siswa untuk bernalar dengan menjawab beberapa pertanyaan pada buku siswa. Guru bisa membagi siswa di kelas menjadi berpasang-pasangan untuk menjawab pertanyaan. Selanjutnya guru bisa berkeliling menemui setiap kelompok untuk mengetahui kesulitan siswa. Selain itu, guru bisa mencatat pertanyaan atau pernyataan siswa untuk didiskusikan bersama saat presentasi dalam fitur **Ayo Kita Berbagi**. Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

a. Untuk langkah pertama, kita bisa memilih sebarang variabel yang disubstitusikan ke persamaan kedua. Namun, untuk lebih mudah dalam mengoperasikan aljabar, kita bisa memilih variabel dengan koefisien 1. Misalnya pada **Contoh 5.10**. Persamaan pertama sudah berbentuk $y = 2x – 4$. Kita bisa dengan mudah mensubstitusikannya ke persamaan kedua.

b. Sistem persamaan linear dua variabel yang salah satu persamaannya sudah berbentuk $y = ax + b$ atau $x = ay + b$. Sehingga kita bisa langsung mensubstitusikan ke dalam persamaan kedua.

c. Iya. Penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan grafik dan metode substitusi memberikan selesaian yang sama. Penyelesaian dengan menggunakan metode substitusi bekerja dalam pengoperasian aljabar sehingga memberikan nilai variabel yang memenuhi kedua persamaan. Sedangkan grafik memberikan titik yang sama-sama dilalui oleh dua garis yang menyatakan dua persamaan dalam Sistem persamaan linear dua variabel.

d. Musofa melakukan kesalahan pada langkah kedua. Musofa mensubstitusikan variabel y ke persamaan pertama. Seharusnya, Musofa mensubstitusikan variabel y pada langkah pertama ke persamaan kedua. Sehingga persamaan yang diperoleh seperti berikut.

$3x - 2y = 4$

$3x - 2(-2x + 5) = 4$

$3x + 4x - 10 = 4$

$7x = 4 + 10$

$7x = 14$

$x = 2$

Berikutnya, nilai $x = 2$ disubstitusikan ke persamaan $y = -2x + 5$. Sehingga

$y = -2(2) + 5$

$y = -4 + 5$

$y = 1$

jadi, selesaian Sistem persamaan linear dua variabel

adalah (2, 1).

Selanjutnya, guru meminta siswa untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru dapat juga menentukan perwakilan kelompok untuk diminta menjelaskan di depan kelas berdasarkan catatan guru selama berkeliling. Misalnya dua kelompok yang hasil penalarannya berbeda, atau penalaran siswa berbeda dengan alternatif jawaban yang sudah disediakan dalam buku guru ini. Apabila setelah diskusi atau presentasi terdapat beberapa siswa yang masih belum memahami hasil penalaran, guru meminta siswa yang sudah paham untuk berdiskusi dengan siswa yang belum paham. Apabila sebagian besar siswa kurang memahami hasil penalaran yang sudah dipresentasikan, guru memberikan penjelasan kembali kepada semua siswa.

Ayo Kita Berlatih 5.3

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang konsep persamaan linear dua variabel, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan soal-soal **Ayo Kita Berlatih 5.3**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 5.3

1. Dari ketiga sistem persamaan linear dua variabel yang diberikan, metode substitusi lebih mudah diterapkan pada sistem persamaan linear dua variabel a dan b. Persamaan kedua dari sistem persamaan linear dua variabel a) memiliki persamaan $4x - y = 3$ yang dapat diubah menjadi $y = 4x - 3$. Sehingga mudah disubstitusikan ke persamaan pertama. Untuk Sistem persamaan linear dua variabel b) memiliki persamaan $4x - y = 3$ pada persamaan pertama, sehingga bisa diubah ke bentuk $y = 4x - 3$ untuk kemudian disubstitusikan ke persamaan kedua.

Untuk siswa yang sudah mahir dalam metode substitusi dan khususnya konsep aljabar, sistem persamaan linear dua variabel c) juga dirasa mudah untuk diselesaikan. Persamaan pertama dari sistem persamaan linear dua variabel c) dapat disederhanakan menjadi $x + 5y = 7$. Sehingga dapat diubah menjadi $x = 7 - 5y$ untuk kemudian disubstitusikan ke dalam persamaan kedua.

2. a. $(2, -2)$
   b. $\left(-2, -\frac{9}{2}\right)$
   c. $(4, 1)$
3. a. Misalkan m dan d berturut-turut banyak siswa yang mengikuti kelas musik dan drama. Maka sistem persamaan linear dua variabel yang menunjukkan situasi tersebut adalah
   $$\begin{cases} m + d = 64 \\ m = d + 10 \end{cases}$$
   b. banyak siswa yang mengikuti bakat minat musik adalah 37 siswa dan banyak siswa yang mengikuti bakat minat drama adalah 27 siswa.
4. a. $(-3, -3)$
   b. $(-2, 4)$
   c. $(6, -3)$
5. Sistem persamaan yang dapat dibuat dari masalah tersebut adalah?
   Selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel tersebut adalah (40, 100).
6. 26
7. Banyak kucing 30 ekor dan banyak anjing 35 ekor.

Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dengan Eliminasi

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Pada kegiatan ini, siswa akan mempelajari cara menentukan selesaiansistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode substitusi. Sebelum pembelajaran dimulai, guru mengingatkan siswa tentang konsep persamaan linear dua variabel dan menyelesaikannya dengan menggunakan metode substitusi. Sehingga, nantinya siswa akan membandingkan dan memilih di antara ketiga metode, grafik, substitusi, dan metode eliminasi, yang dianggap lebih mudah untuk menentukan selesaian Sistem persamaan linear dua variabel.

Selanjutnya guru meminta siswa untuk mengamati langkah-langkah bagaimana menentukan selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode eliminasi. Siswa mengamati dua langkah yang berbeda dalam menerapkan metode eliminasi. Hal ini dilakukan supaya siswa memahami kapan mereka menggunakan penjumlahan atau pengurangan untuk mengeliminasi salah satu variabel dari sistem persamaan linear dua variabel.

Kegiatan berikutnya, guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan berdasarkan pengamatan yang telah mereka lakukan. Guru membimbing siswa sehingga mampu mengajukan pertanyaan, misalnya "Penggunaan kedua metode menghasilkan selesaian yang sama. Bagaimana dengan sistem persamaan linear dua variabel b) dan c)? Apakah dengan menggunakan kedua metode di atas juga menghasilkan selesaian yang sama? Namun, tidak semua sistem persamaan linear dua variabel dapat dengan langsung dikurangkan atau dijumlahkan. Perhatikan sistem persamaan linear dua variabel berikut.

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + 5y = 1 \end{cases}$$

Dapatkah kita mengurangkan atau menjumlahkan kedua persamaan untuk menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel di atas? Kapan menggunakan metode eliminasi untuk menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel?" Apabila siswa mengalami kesulitan untuk membuat pertanyaan, guru bisa meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan yang sudah ada di buku siswa. Pertanyaan yang diajukan siswa bisa diberikan kepada siswa lain untuk dijawab, tetapi kebenaran jawaban akan dibuktikan nanti setelah siswa menggali informasi pada fitur berikutnya.

Dalam kegiatan ini, guru bersama siswa menggali informasi cara menentukan selesaian dari suatu sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode eliminasi. Siswa menggali informasi tentang penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode eliminasi dengan langkah-langkah yang lengkap. Dari kegiatan ini siswa akan memahami mengapa dan bagaimana mengalikan persamaan dengan suatu konstanta sehingga dapat mengeliminasi variabel yang diinginkan.

Guru mengajak siswa untuk bernalar dengan menjawab beberapa pertanyaan pada buku siswa. Guru bisa membagi siswa menjadi berpasang-pasangan untuk menjawab pertanyaan. Selanjutnya guru bisa berkeliling menemui setiap kelompok untuk mengetahui kesulitan siswa. Selain itu, guru bisa mencatat pertanyaan atau pernyataan siswa untuk didiskusikan bersama saat presentasi dalam fitur **Ayo Kita Berbagi**. Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

a. Strategi yang digunakan Lisa adalah dengan menggunakan eliminasi. Lisa memisalkan harga sebuah lilin ungu adalah x dan harga sebuah lilin putih adalah y. Sistem persamaan linear dua variabel yang terbentuk adalah $3x + 2y = 35.300$ dan $2x + 2y = 16.200$. Selanjutnya, Lisa membagi persamaan kedua dengan 2 sehingga diperoleh persamaan $x + y = 8.100$. Setelah itu, persamaan tersebut dikalikan 3 sehingga diperoleh $3x + 3y = 24.300$. Kemudian, Lisa mengeliminasi variabel x sehingga diperoleh $2x = 11.000$ dan $x = 5.500$. Terakhir, Lisa bisa menentukan nilai $y = 2.600$.

b. Mengalikan persamaan dengan suatu konstanta apabila setiap variabel pada kedua persamaan memiliki koefisien yang berbeda.

c. Karena mengalikan persamaan dalam metode eliminasi ini hanya menyamakan koefisien pada salah satu variabel kedua persamaan sehingga keduanya dapat dieliminasi. Oleh karena itu, mengalikan persamaan dengan suatu konstanta tidak mengubah selesaian.

d. Persamaan kedua supaya selesaian dari sistem persamaan linear dua variabel adalah (2, −4) adalah $x + y = -2$. Cara untuk menentukan persamaan kedua adalah dengan membuat sebarang persamaan sedemikian sehingga, apabila nilai x dan y pada persamaan diganti oleh (2, −4) menjadikan persamaan menjadi benar. Perhatikan bahwa

$$\begin{aligned} x + y &= -2 \\ 2 + (-4) &= -2 \\ -2 &= -2 \end{aligned}$$

Untuk menguji kebenaran apakah (2, −4) adalah selesaian dari Sistem persamaan linear dua variabel $2x + y = 0$ dan $x + y = -2$, maka metode eliminasi dapat diterapkan seperti berikut.

$$\begin{array}{rl} 2x + y = 0 & \\ \underline{x + y = -2} & - \\ x = 2 & \end{array}$$

dengan menyubstitusikan nilai $x = 2$ ke persamaan pertama, diperoleh

$$\begin{aligned} 2x + y &= 0 \\ 2(2) + y &= 0 \\ 4 + y &= 0 \\ y &= -4 \end{aligned}$$

Jadi, benar bahwa (2, −4) adalah selesaian dari Sistem persamaan linear dua variabel $2x + y = 0$ dan $x + y = -2$.
Jawaban siswa pada poin ini akan beragam. Khususnya pada menentukan persamaan linear yang kedua.

e. Selesaian (−6, 24) tidak mungkin menjadi selesaian dari Sistem persamaan linear dua variabel yang dimaksud pada situasi di atas. Nilai $x = -6$ tidak mungkin menyatakan banyak tiket dewasa yang terjual. Hal ini dikarenakan bahwa banyak tiket tidak bisa dinyatakan dengan bilangan negatif.

Selanjutnya, guru meminta siswa untuk mendiskusikan hasil penalaran mereka terlebih dahulu dengan pasangan yang duduk di belakang atau di samping mereka. Setelah itu, guru meminta salah satu perwakilan siswa dari setiap kelompok untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru dapat juga menentukan perwakilan kelompok untuk diminta menjelaskan di depan kelas berdasarkan catatan guru selama berkeliling. Misalnya dua kelompok yang hasil penalarannya berbeda, atau penalaran siswa berbeda dengan alternatif jawaban yang sudah disediakan dalam buku guru ini. Apabila setelah diskusi atau presentasi terdapat beberapa siswa yang masih belum memahami hasil penalaran, maka guru meminta siswa yang sudah paham untuk berdiskusi dengan siswa yang belum paham. Apabila sebagian besar siswa kurang memahami hasil penalaran yang sudah dipresentasikan, maka guru memberikan penjelasan kembali kepada semua siswa.

Ayo Kita Berlatih 5.4

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang konsep persamaan linear dua variabel, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan soal-soal **Ayo Kita Berlatih 5.4**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 5.4

1. Di antara keempat sistem persamaan linear dua variabel yang berbeda adalah c. Ketiga sistem persamaan linear dua variabel lainnya bisa dengan mudah dieliminasi tanpa harus mengalikan persamaan. Sedangkan pada sistem persamaan linear dua variabel *c* harus mengalikan kedua persamaan sebelum mengeliminasi salah satu variabel.

2. a. (2, 1)
   b. (6, 2)
   c. (−1, 3)
3. a. (2, 1)
   b. (1, −3)
   c. (3, 2)
   d. (−2, −5)
4. a. $x + 2y = 10$ dan $3x + 2y = 22$
   b. 6 menit
5. a. (3, 6)
   b. (−2, 1)
   c. (−2, −1)
   d. (4, 3)
6. Jawaban beragam. Salah satu jawaban adalah seperti berikut.

   Untuk bisa diselesaikan dengan eliminasi, maka, nilai $a = -4$ dan $b = -15$.
7. Kesalahannya terletak pada persamaan setelah dikalikan (−5), yakni $-5x + 5y = -5$. Seharusnya $-5x - 5y = -5$. Sehingga, sistem persamaan linear dua variabel dapat diselesaikan seperti berikut.

   $$\begin{array}{lcr} x + y = 1 & \text{(dikalikan } -5) & -5x - 5y = -5 \\ 5x + 3y = -3 & & 5x + 3y = -3 \\ & & -2y = -8 \\ & & y = 4 \end{array}$$

   Selesaian dari sistem persamaan adalah (−3, 4).
8. a. $23x + 10y = 86$ dan $28x + 5y = 76$
   b. pilihan ganda memiliki 2 poin dan isian singkat memiliki 4 poin untuk setiap soal yang dijawab benar.
9. a. $3x + 4y = 100.000$ dan $2x + 5y = 90.000$
   b. $x + 6y = 80.000$
   c. harga seikat bunga sedap malam adalah Rp20.000,00 dan harga seikat bunga aster adalah Rp10.000,00.
10. harga segelas susu adalah Rp30.000,00.

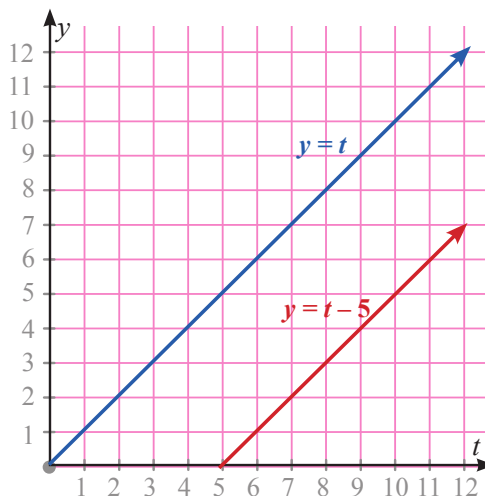
Kegiatan 5.5

Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel Khusus

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Pada kegiatan ini, siswa akan mempelajari cara menganalisis sistem persamaan linear dua variabel yang memiliki banyak selesaian, tepat satu selesaian, dan tidak memiliki selesaian. Siswa menganalisis selesaian sistem persamaan linear dua variabel berdasarkan ciri-ciri dari persamaan dan grafik yang terbentuk dari kedua persamaan. Sebelum pembelajaran dimulai, guru mengingatkan siswa tentang bagaimana menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel.

Selanjutnya guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan dan mengamati masalah tentang usia, sistem persamaan dan grafik dari kedua persamaan. Berikut jawaban yang diharapkan dari siswa.

a. Grafik dari kedua persamaan dalam bidang koordinat yang sama.

Gambar 5.6 Grafik usia Nadia dan Kakaknya

b. Jarak vertikal kedua garis adalah 5 satuan. Hal ini menunjukkan selisih usia Nadia dan kakaknya.

c. Kedua garis tidak pernah berpotongan. Hal ini berarti kedua usia Nadia dan kakaknya tidak akan pernah sama yang ditunjukkan oleh titik potong garis.

Kegiatan berikutnya, guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan berdasarkan pengamatan yang telah mereka lakukan. Guru membimbing siswa sehingga mampu mengajukan pertanyaan, misalnya "Apa yang dapat kalian ketahui tentang grafik dua persamaan? Apakah ada keterkaitan antara bentuk dua grafik dan banyaknya selesaian? Apakah ada hubungan selesaian dengan kemiringan suatu garis? Apakah ada hubungan selesaian sistem persamaan dengan koefisien variabel kedua persamaan?" Apabila siswa mengalami kesulitan untuk membuat pertanyaan, guru bisa meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan yang sudah ada di Buku Siswa. Pertanyaan yang diajukan siswa bisa diberikan kepada siswa lain untuk dijawab namun kebenaran jawaban akan dibuktikan nanti setelah siswa menggali informasi pada fitur berikutnya.

Dalam kegiatan ini, guru bersama siswa menggali informasi tentang banyak selesaian dari suatu sistem persamaan linear dua variabel berdasarkan ciri kedua persamaan dan kedua grafiknya. Siswa menggali informasi, khususnya berdasarkan pertanyaan yang diajukan siswa dengan meminta siswa membuat grafik dan menghubungkannya dengan konsep persamaan garis lurus yang telah siswa pelajari. Hal ini dilakukan sehingga siswa memperoleh informasi bahwa sistem persamaan yang ditunjukkan oleh dua grafik yang berpotongan, berarti memiliki satu selesaian. Apabila sistem persamaan ditunjukkan oleh dua garis yang sejajar maka sistem persamaan tidak memiliki selesaian. Apabila sistem persamaan ditunjukkan oleh dua garis yang saling berhimpit, maka sistem persamaan memiliki lebih dari satu selesaian.

Selanjutnya, guru mengajak siswa untuk bernalar dengan menjawab beberapa pertanyaan pada buku siswa. Guru bisa membagi siswa menjadi berpasang-pasangan untuk menjawab pertanyaan. Selanjutnya guru bisa berkeliling menemui setiap kelompok untuk mengetahui kesulitan siswa. Selain itu, guru bisa mencatat pertanyaan atau pernyataan siswa untuk didiskusikan bersama saat presentasi dalam fitur Ayo Kita Berbagi. Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

a. Ketika menggunakan substitusi, sistem persamaan tidak memiliki selesaian ditunjukkan oleh dua sisi tanda sama dengan tidak memperoleh nilai yang sama di akhir proses. Misalnya pada Contoh 5.14, setelah mensubstitusi nilai y, di akhir proses menyisakan $-3 = 1$. Sedangkan sistem yang memiliki tak hingga selesaian, di akhir proses eliminasi, menyisakan $0 = 0$.
b. Oleh karena kedua persamaan memiliki kemiringan garis yang berbeda, maka banyak selesaian yang dimiliki sistem persamaan tersebut adalah tepat satu selesaian.
c. Sistem persamaan yang ditunjukkan oleh garis memiliki tepat satu selesaian apabila kemiringan kedua persamaan berbeda. Sistem persamaan memiliki selesaian yang tak hingga apabila persamaan yang satu adalah kelipatan dari persaman yang lain. Sistem persamaan tidak memiliki selesaian apabila kemiringan kedua garis sama, tetapi konstanta pada kedua persamaan berbeda.
d. Untuk $a = b$, maka sistem persamaan tidak mungkin memiliki selesaian. Hal ini dikarenakan bahwa apabila grafik kedua persamaan digambar, maka kedua grafik sejajar. Untuk $a \geq b$ kadang-kadang tidak memiliki selesaian. Karena bisa jadi nilai a sama dengan b. Sedangkan untuk $a < b$, maka sistem persamaan di atas selalu memiliki selesaian.

Selanjutnya, guru meminta siswa untuk mendiskusikan hasil penalaran mereka terlebih dahulu dengan pasangan yang duduk di belakang atau di samping mereka. Setelah itu, guru meminta salah satu perwakilan siswa dari setiap kelompok untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru dapat juga menentukan perwakilan kelompok untuk diminta menjelaskan di depan kelas berdasarkan catatan guru selama berkeliling. Misalnya dua kelompok yang hasil penalarannya berbeda, atau penalaran siswa berbeda dengan alternatif jawaban yang sudah disediakan dalam buku guru ini. Apabila setelah diskusi atau presentasi terdapat beberapa siswa yang masih belum memahami hasil penalaran, maka guru meminta siswa yang sudah paham untuk berdiskusi dengan siswa yang belum paham. Apabila sebagian besar siswa kurang memahami hasil penalaran yang sudah dipresentasikan, maka guru memberikan penjelasan kembali kepada semua siswa.

Ayo Kita Berlatih 5.5

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang konsep persamaan linear dua variabel, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan soal-soal Ayo Kita Berlatih 5.5. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 5.5

1. Sistem persamaan linear dua variabel dari teka-teki yang dimaksud adalah

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 3 = y \\ x = 2y + 6 \end{cases}$$

Sistem persamaan di atas tidak memiliki selesaian.

2. a. Sistem persamaan tidak memiliki selesaian, karena kedua persamaan memiliki kemiringan yang sama.

   b. Sistem persamaan memiliki tepat satu selesaian, karena koefisien variabel x dan konstanta kedua persamaan berbeda.

   c. Sistem persamaan memiliki banyak selesaian, karena kedua persamaan memiliki koefisien dan konstanta yang sama.

3. a. Sistem persamaan tidak memiliki selesaian.

   b. $(26{,}4, -10{,}9)$

   c. (x, y), x dan y anggota himpunan bilangan real.

4. Nadia tidak bisa menentukan nilai p dan k. Apabila kedua persamaan pada sistem persamaan apabila digambar grafiknya kedua grafik itu sejajar.

5. Kelinci teman saya tidak bisa menyusul kelinci saya. Kedua persamaan memiliki koefisien nilai x dan y yang sama, sehingga kedua grafik persamaan tidak pernah memiliki titik potong.

6. Supaya sistem persamaan $12x - 2by = 12$ dan $3ax - by = 6$ memiliki selesaian $(2, 3)$, maka nilai $a = 2$ dan $b = 2$.
Jadi, sistem persamaan yang dimaksud adalah $12x - 4y = 12$ dan $6x - 2y = 6$.
Kedua persamaan itu hanya memiliki satu selesaian saja, yakni $(2, 3)$.

I. Evaluasi Pembelajaran 5

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang Sistem persamaan linear dua variabel, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan Latihan 5.1 sampai Latihan 5.5. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Untuk mengetahui siswa yang sudah mampu mencapai kompetensi dasar pada kegiatan ini, guru bisa melihat bagaimana siswa menyelesaikan soal-soal dengan tingkatan lebih sulit. Selanjutnya, guru bisa mengamati siswa apakah siswa sudah mampu menyelesaikan soal-soal tersebut. Apabila terdapat siswa yang sudah mempu menyelesaikan soal-soal tersbut, minta siswa tersebut untuk berbagi dengan teman-teman yang lain.

J. Remedial

Pembelajaran remedial pada hakikatnya merupakan suatu bentuk pembelajaran yang bersifat menyembuhkan atau membetulkan pembelajaran yang membuat jadi lebih baik. Pembelajaran remedial juga merupakan tindakan perbaikan pembelajaran yang diberikan kepada siswa yang belum mencapai KBM/KKM dalam suatu KD tertentu.

Kemudian Guru harus menganalisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal, mungkin kesalahan siswa karena salah konsep atau mungkin salah melakukan prinsip. Jika kesalahan siswa sudah ditemukan, maka guru bisa melakukan proses pembelajaran remedial dengan cara berikut.

1. Pemberian pembelajaran ulang dengan metode dan media yang berbeda, menyesuaikan dengan gaya belajar siswa;
2. Pemberian bimbingan secara perorangan;
3. Pemberian tugas-tugas atau latihan secara khusus, dimulai dengan tugas-tugas atau latihan sesuai dengan kemampuannya;
4. Pemanfaatan tutor sebaya, yaitu siswa dibantu oleh teman sekelas yang telah mencapai KBM/KKM

Materi persamaan linear dua variabel akan menjadi dasar bagi siswa untuk menyelesaikan masalah-masalah pada topik dan materi lainnya. Sehingga bisa dikatakan bahwa materi ini hanya sebagai alat bantu bagi siswa untuk menyelesaikan masalah. Dalam hal ini, guru bisa mengaitkan materi ini dengan materi-materi yang telah dipelajari siswa baik materi di kelas 7 atau materi pada bab-bab sebelumnya. Dalam pelaksanaan pengayaan nanti, guru bisa memberi beberapa soal *HOT* (*high order thinking*) kemudian membimbing siswa secara langsung di kelas atau di luar kelas. Selain itu, guru bisa meminta siswa untuk menganalisis soal-soal atau materi-materi yang dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep Sistem persamaan linear dua variabel. Soal-soal yang dimaksud bisa soal-soal ujian nasional tahun sebelumnya atau soal-soal kompetisi matematika.

Tugas projek ini dapat dilaksanakan oleh siswa selama lebih kurang dua minggu. Siswa diminta untuk membuat model persamaan linear dua variabel dari lamanya air menetes (dianggap sebagai air yang terbuang karena kran rusak) dan jumlah air yang terbuang. Guru membagi siswa menjadi beberapa kelompok yang berjumlah 3-4 orang. Guru meminta siswa untuk menyiapkan alat dan bahan sebelum melakukan percobaan. Minta siswa mengumpulkan tugas Projek ini dalam bentuk artikel, baik berupa paper atau makalah yang bisa disajikan di majalah sekolah atau mading sekolah. Selama pelaksanaan tugas proyek ini, siswa diharuskan untuk selalu melakukan konsultasi dengan guru. Berkaitan dengan cara penilaian projek ini, guru dapat merujuk cara penilaian yang terdapat pada bagian umum dengan disesuaikan tugas peserta didik.

Dalam fitur Ayo Kita Merangkum ini, guru bersama siswa merangkum dari kegiatan 5.1 hingga kegiatan 5.5. Kegiatan merangkum ini dilakukan dengan cara guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan dalam Buku Siswa. Setelah itu, guru meminta siswa menulis jawaban di buku catatan mereka atau buku siswa yang mereka miliki. Dalam hal ini, guru memberi kebebasan kepada siswa untuk menuliskan hal penting lain selama kegiatan. Selama kegiatan Ayo Kita Merangkum ini, guru membantu siswa untuk menjawab pertanyaan apabila siswa mengalami kesulitan. Selain itu, guru bisa menjawab pertanyaan-pertanyaan siswa yang mungkin relevan dengan kegiatan merangkum.

Berikut penyelesaian Uji Kompetensi 3

N. Uji Kompetensi 5

A. Pilihan Ganda

1. A
2. B
3. D
4. C
5. B
6. A
7. D
8. B
9. C
10. A
11. B
12. D
13. C
14. B
15. A
16. D
17. A
18. A
19. D
20. D

B. *Esai*

1. a. -3 c. $\frac{7}{8}$

   b. 5 d. 2

2. (4, 2)

3. a. Rp270.000,00
   b. Rp40.000,00 (tiket dewasa)

4. a. $\begin{cases} p + l = 38 \\ p - l = 10 \end{cases}$
   b. panjang persegi panjang adalah 24 dm dan lebarnya 14 dm.
   c. Luas persegi panjang adalah 336 dm^2.

5. Suci harus membayar Rp36.000,00.

6. a. Uang Diana dinyatakan sebagai x dan uang Demi dinyatakan sebagai y.
   b. Jumlah uang Diana adalah Rp120.000,00 dan jumlah uang Demi adalah Rp100.000,00.
   c. Selisih uang mereka adalah Rp20.000,00.

7. Misalkan umur Gino adalah g dan umur Handoko adalah h.
   a. Sistem persamaan dari situasi yang dimaksud adalah $\begin{cases} g + h = 60 \\ g - h = 4 \end{cases}$
   b. Umur Gino 32 tahun dan umur Handoko 28 tahun.
   c. Perbandingan umur Gino dan Handoko adalah 8 : 7.

8. a. Sistem persamaan tidak memiliki selesaian.
   b. (4, −3)
   c. (0, 3)
   d. (x, y) untuk x dan y semua anggota himpunan bilangan real.

9. $x = 4$ dan $y = 1$

10. Luas persegi adalah 900 cm^2.

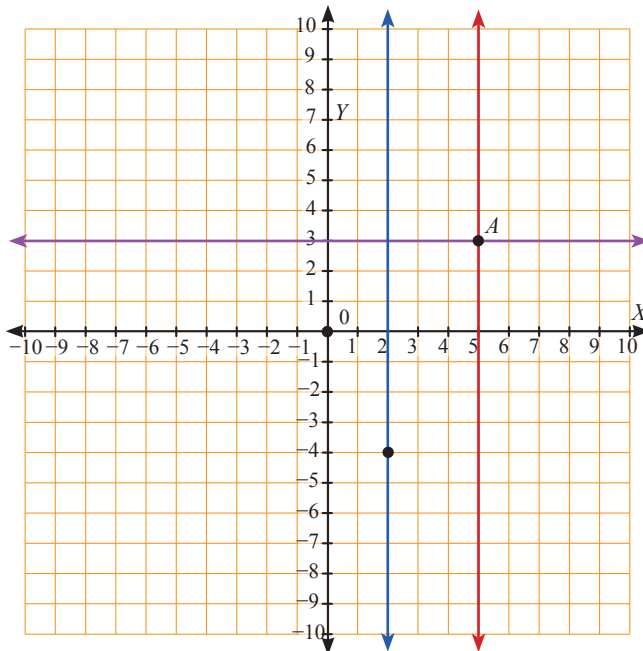
Berikut penyelesaian Uji Kompetensi Semester I

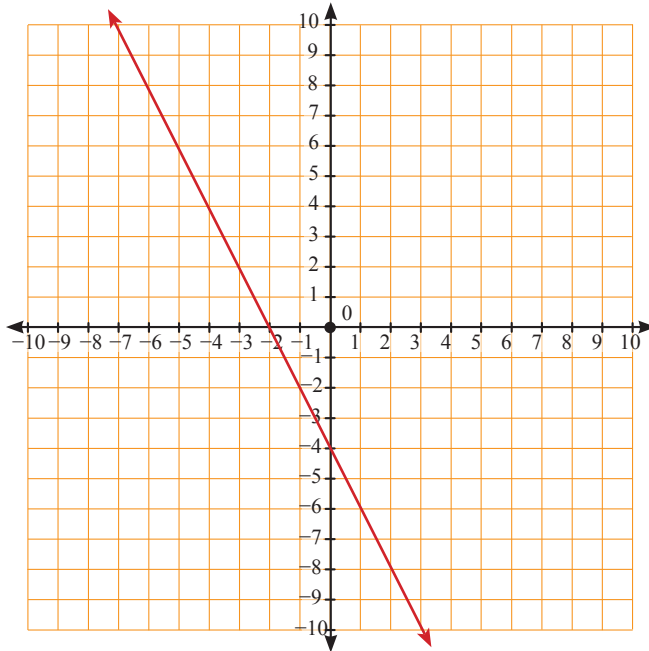
A. Pilihan Ganda

1. A	6. B	11. A	16. C	21. D
2. D	7. D	12. D	17. B	22. B
3. B	8. C	13. B	18. B	23. C
4. B	9. C	14. A	19. B	24. C
5. A	10. D	15. C	20. D	25. C

B. Esai

1. 201

2.

3. a. setengah dari semula, atau 50% lebih sedikit dari semula.
   b. 360 mL.

4. a. $-2x + y - 14 = 0$
   b. $a = 5$

5. Jawaban:
   Tinggi menara yang paling pendek 9 m.

Bab 6

Teorema Pythagoras

Sumber:www.andy.web/id
Gambar 6.1 Seorang Tukang sedang mengukur kesikuan lahan

A. Narasi Awal Bab

Cara membuat sudut siku bangunan merupakan ilmu yang sering digunakan dalam pelaksanaan pembangunan konstruksi gedung bertingkat tinggi. Dalam pembangunan rumah tinggal juga sering menggunakan konstruksi yang siku. Mengapa harus siku? Meskipun terkesan sederhana namun kesikuan ini akan mempengaruhi keindahan, kekuatan dan bahkan biaya bangunan. Tukang bangunan menggunakan salah satu rumusan segitiga yang apabila diterapkan pada pelaksanaan bangunan akan menghasilkan sudut siku 90 derajat. Peralatan yang digunakan adalah benang ukur, patok, atau paku, serta meteran. Intinya para tukang membuat sebuah segitiga yang ketiga sisinya mempunyai perbandingan panjang 3:4:5. Misalnya mereka menggunakan ukuran 3 m : 4 m : 5 m. Tahukah kalian mengapa para tukang harus menggunakan perbandingan 3:4:5? Apakah ada ukuran selain 3, 4, dan 5? Masalah di atas akan dikui jawabannya oleh siswa pada bab ini.

B. Kata Kunci

- *Segitiga siku-siku*
- *Hipotenusa*
- *Tripel Pythagoras*

C. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mengolah, menyaji dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

D. Kompetensi Dasar

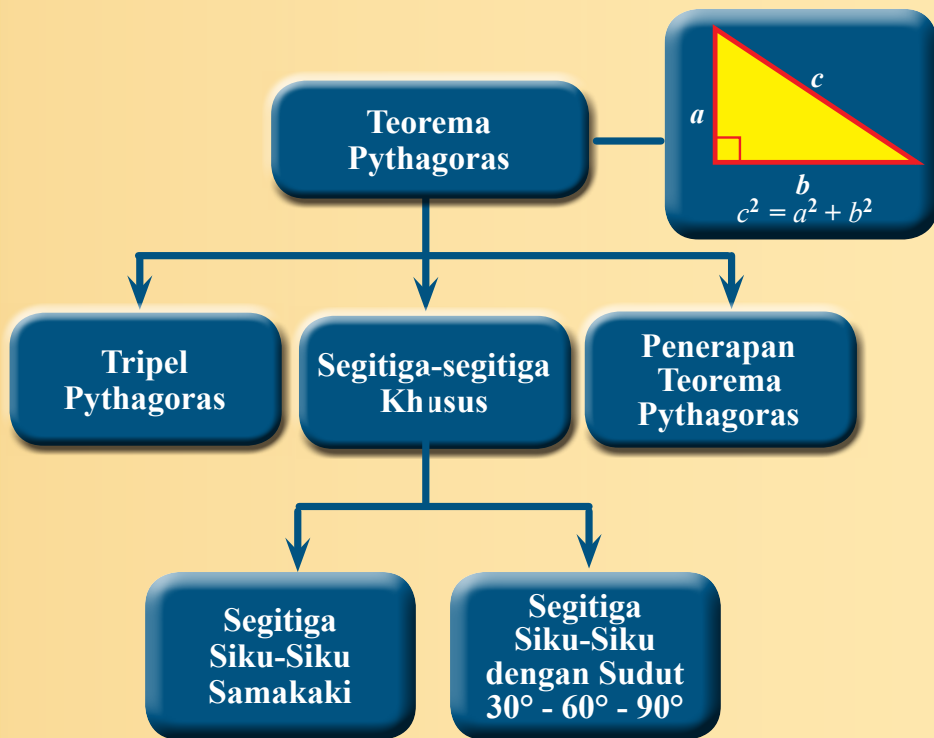
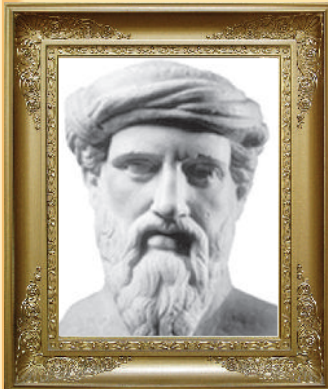
3.6 Menjelaskan dan membuktikan kebenaran teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras.

4.6 menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras.

E. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi untuk Bab 6 Teorema Pythagoras ini dikembangkan dengan mengacu pada kompetensi inti dan kompetensi dasar. Pada kegiatan pembelajarannya di kelas nanti, guru dapat mengembangkan sendiri indikator pencapaian kompetensi ini dengan menyesuaikan karakteristik siswa masing-masing. Berikut contoh indikator yang dapat dijabarkan.

1. Memeriksa kebenaran teorema Pythagoras.
2. Menentukan panjang sisi segitiga siku-siku jika panjang dua sisi diketahui.
3. Menentukan jenis segitiga berdasarkan panjang sisi-sisi yang diketahui.
4. Menentukan perbandingan sisi-sisi pada segitiga siku-siku dengan salah satu sudut berukuran 30°, 45°, dan 60°.
5. Menerapkan teorema Pythagoras untuk menyelesaikan permasalahan nyata.

F. Peta Konsep
Teorema Pythagoras
a
b
c
$c^2 = a^2 + b^2$
Tripel Pythagoras
Segitiga-segitiga Khusus
Penerapan Teorema Pythagoras
Segitiga Siku-Siku Samakaki
Segitiga Siku-Siku dengan Sudut 30° - 60° - 90°

Pythagoras
(582 SM – 496 SM)

Pythagoras (582 SM – 496 SM) lahir di pulau Samos, di daerah Ionia, Yunani Selatan. Salah satu peninggalan Pythagoras yang paling terkenal hingga saat ini adalah teorema Pythagoras. Teorema Pythagoras menyatakan bahwa kuadrat sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat dari sisi-sisi yang lain. Yang unik, ternyata rumus ini 1.000 tahun sebelum masa Phytagoras. Orang-orang Yunani sudah mengenal penghitungan "*ajaib*" ini. Walaupun faktanya isi teorema ini telah banyak diketahui sebelum lahirnya Pythagoras, namun teorema ini dianggap sebagai temuan Pythagoras, karena ia yang pertama membuktikan pengamatan ini secara matematis. Pythagoras menggunakan metode aljabar untuk membuktikan teorema ini.

Berdasarkan uraian di atas dapat kita ambil beberapa kesimpulan, antara lain:

1. Pythagoras adalah orang yang mempunyai rasa ingin tahu yang sangat tinggi. Sekalipun teorema tentang segitiga siku-siku sudah dikenal masyarakat sebelumnya, tetapi dia terus menggalinya sehingga dapat membuktikan kebenaran teorema tersebut secara matematis.
2. Tanpa kita sadari ternyata bumi yang indah beserta kehidupan yang ada di dalamnya ini tidak lepas dari perhitungan matematika. Oleh karena itu, kita perlu belajar Matematika dengan lebih mendalam, sehingga bisa menguak rahasia alam sekaligus membuktikan ke-Mahabesaran ciptaan Tuhan YME.
3. Matematika adalah ilmu yang menarik untuk kita pelajari, bukan ilmu yang menyeramkan seperti dikatakan sebagian orang. Karena telah banyak sejarah yang menceritakan tentang peran matematika dalam memajukan peradaban manusia, salah satunya adalah teorema Pythagoras yang menjadi spelopor perkembangan ilmu geometri dan arsitektur.

Sumber: https://www.flickr.com/photos/mharrsch/9943598

H. Proses Pembelajaran

Kegiatan 6.1 — *Memeriksa Kebenaran Teorema Pythagoras*

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Sebelum memulai kegiatan dalam membelajarkan materi pada kegiatan ini, sebaiknya guru dan siswa menyiapkan beberapa alat seperti berikut.

a. Kertas berpetak (millimeter block)
b. Penggaris
c. Kertas karton
d. Gunting

Sebelum menerapkan teorema Pythagoras, siswa terlebih dahulu mempelajari tentang bagaimana memeriksa kebenaran teorema Pyhtagoras. Tujuan dari siswa mempelajari materi ini agar siswa dapat dengan mudah memahami bagaimana membuktikan kebenaran teorema Pythagoras dengan berbagai cara serta mengetahui hubungan antara panjang sisi pada segitiga siku-siku. Kegiatan ini melatih siswa bernalar secara induktif.

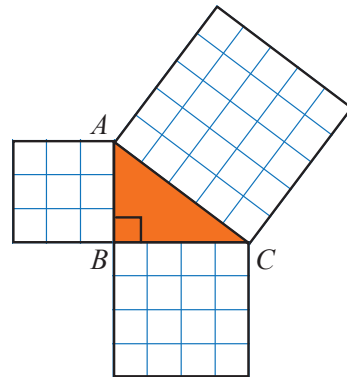
a. Guru mengawali kegiatan pembelajaran dengan mengajak siswa untuk melihat berbagai macam benda yang memiliki sudut siku-siku.

b. Kemudian guru menanyakan kepada siswa tentang bagaimana cara untuk mengetahui bahwa siku pada suatu benda benar-benar yang disebutkan adalah siku-siku.

c. Selanjutnya, guru membagi siswa menjadi kelompok-kelompok kecil yang terdiri 2-3 orang.

Ayo Kita Amati

Guru mengajak siswa melakukan kegiatan yang telah diberikan langkah-langkahnya pada Buku Siswa. Dalam kegiatan siswa, di bagian akhir guru meminta siswa untuk mengamati tabel yang telah mereka lengkapi.

Pada tahap ini, guru bisa memberikan contoh bagaimana membuat tiga persegi yang salah satu sisinya berhimpit dengan ketiga sisi segitiga siku-siku. Guru bisa menyiapkan gambar sebelum melakukan kegiatan pembelajaran di kelas. Gambar di samping mungkin bisa dijadikan contoh dan ditunjukkan kepada siswa.

Tabel berikut merupakan jawaban yang diharapkan untuk kegiatan Ayo Kita Amati di Buku Siswa.

Segitiga *ABC*	***AB***	***BC***	***AC***	AB^2	BC^2	AC^2
a.	5	12	13	25	144	169
b.	8	15	17	64	225	289
c.	9	12	15	81	144	225

Selanjutnya, guru membimbing siswa untuk mengajukan pertanyaan pada kegiatan "Ayo Kita Menanya".

Pada kegiatan ini, guru mendorong siswa untuk bertanya. Pertanyaan yang diharapkan muncul dari siswa adalah tentang teorema Pythagoras dan pembuktian kebenaran teorema. Meskipun contoh pertanyaan sudah diberikan dalam buku siswa, namun guru perlu membimbing siswa untuk mengajukan pertanyaan lain. Apabila siswa mengalami kesulitan untuk membuat pertanyaan, guru bisa meminta siswa untuk membacakan pertanyaan yang sudah ada di buku siswa untuk kemudian di diskusikan.

Siswa akan dapat menjawab pertanyaan ini dengan benar jika siswa telah melakukan kegiatan pada **Ayo Kita Amati** dengan benar. Apabila siswa mengalami kesulitan untuk menjawab pertanyaan tersebut, guru dapat membantu menjawab pertanyaan tersebut dengan mengingatkan siswa dengan menjumlahkan kuadrat panjang sisi *AB* dan kuadrat panjang sisi *BC* yang kemudian di bandingkan dengan kuadrat panjang sisi *AC*.

Pada kegiatan ini, guru mengajak siswa mencari cara lain untuk membuktikan kebenaran teorema Pythagoras. Guru bisa memulainya dengan meminta siswa mengamati **Gambar 6.4**.

Selanjutnya guru meminta beberapa siswa untuk menjelaskan bagaimana dengan bantuan **Gambar 6.4(i)** dan **6.4(ii)** mereka bisa membuktikan kebenaran teorema Pythagoras. Guru bisa meminta siswa untuk menggunting kertas HVS yang sudah disediakan sehingga nampak seperti pada **Gambar 6.4(i)**. Kemudian meminta siswa menyusun potongan-potongan tadi menjadi **Gambar 6.4(ii)**.

Guru membimbing siswa untuk membuktikan kebenaran teorema Pythagoras secara aljabar berdasarkan **Gambar 6.4**. Pada kegiatan ini guru membimbing siswa untuk sampai pada teorema Pythagoras, yakni "jika terdapat segitiga siku-siku dengan panjang kedua sisi tegak adalah a dan b, serta panjang hipotenusa atau panjang sisi terpanjang adalah c, maka berlaku $a^2 + b^2 = c^2$.

Selanjutnya, guru bisa meminta siswa untuk membuktikan teorema Pythagoras dengan pendekatan lain yakni pada soal **Latihan 6.1** nomor 8. Sehingga, siswa mampu membuktikan kebenaran teorema Pythagoras dengan berbagai pendekatan.

Setelah siswa mampu untuk membuktikan kebenaran teorema Pythagoras, ajak siswa untuk mengamati contoh-contoh pada buku siswa. Diskusikan contoh soal yang dirasa sulit bagi siswa. Contoh yang ada dalam buku siswa sudah menyajikan penerapan teorema Pythagoras dalam menyelesaikan masalah bangun datar.

Sesekali guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan dari contoh yang diberikan. Misalkan pada **Contoh 6.3** berikan siswa kesempatan untuk mengajukan pertanyaan terkait dengan conoh yang diberikan. Yang diharapkan adalah siswa mengajukan pertanyaan seperti "Apa yang harus kalian tentukan terlebih dahulu untuk menentukan panjang BC?" "Berapakah keliling trapesium?", "Berapakah luas trapesium?"

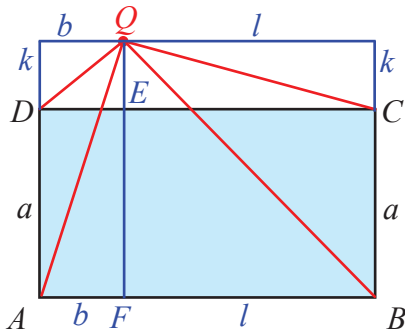
Pada kegiatan ini, guru mengajak siswa untuk bernalar dengan menyelesaikan masalah. Tujuan pemberian masalah ini adalah supaya siswa menerapkan pengetahuannya dalam konsep garis, bangun datar, dan aljabar. Selanjutnya guru membimbing siswa untuk menyelesaikan masalah dengan memberikan bantuan seperti berikut.

i. Minta siswa untuk membuat garis yang sejajar dengan garis AB dan melalui Q.

ii. Minta siswa untuk membuat garis dari perpanjangan AD sehingga memotong garis yang telah dibuat pada langkah *i*.

iii. Minta siswa untuk membuat garis dari perpanjangan BC sehingga memotong garis yang telah dibuat pada langkah *i*.

iv. Minta siswa untuk membuat garis yang sejajar dengan AD dan BC melalui Q.

v. Minta siswa untuk memberi nama pada setiap ruas garis sehingga membentuk gambar seperti di bawah.

Gambar 6.7

Alternatif penyelesaiannya sebagai berikut.

Perhatikan ΔAFQ. Berlaku teorema Pythagoras.

$AQ^2 = AF^2 + FQ^2$

$AQ^2 = b^2 + (a + k)^2$ .... (1)

Perhatikan ΔDEQ. Berlaku teorema Pythagoras.

$DQ^2 = DE^2 + EQ^2$

$AQ^2 = b^2 + k^2$ .... (2)

Perhatikan ΔFBQ. Berlaku teorema Pythagoras.

$BQ^2 = FQ^2 + FB^2$

$BQ^2 = (a + k)^2 + l^2$ .... (3)

Perhatikan ΔCEQ. Berlaku teorema Pythagoras.

$CQ^2 = CE^2 + EQ^2$

$CQ^2 = l^2 + k^2$ .... (4)

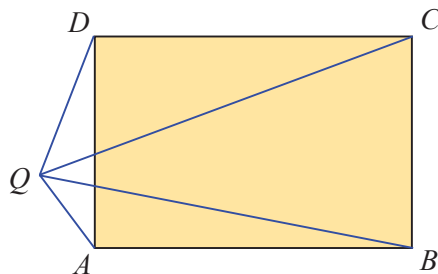
Dari persamaan (1), (2), (3), dan (4) dapat diperoleh bahwa

$AQ^2 + CQ^2 = DQ^2 + BQ^2$

Jadi, hubungan antara panjang AQ, BQ, CQ, dan DQ adalah

$AQ^2 + CQ^2 = DQ^2 + BQ^2$

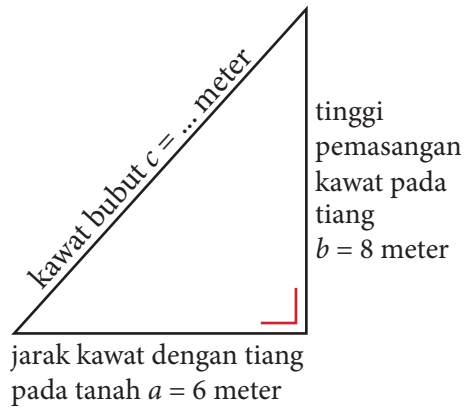
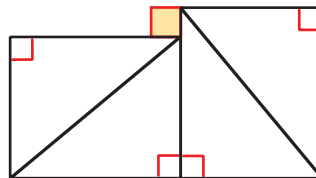
Pada kegiatan ini, siswa diharapkan mampu melatih komunikasi dalam menyampaikan penalarannya baik secara tulis maupun secara lisan. Dalam kegiatan ini, guru meminta salah satu siswa untuk menjelaskan hasil penalarannya di depan kelas dan membimbingnya agar bisa menyampaikannya dengan baik. Selanjutnya guru memberikan penguatan terhadap hasil yang sudah disampaikan siswa.

Selanjtunya guru menyampaikan kepada siswa bahwa terdapat alternatif jawaban lain dari masalah yang disajikan. Dengan membuat gambar berikut di papan tulis, alternatif penyelesaian sudah ada dihalaman sebelumnya, tetapi kami tinggalkan penyelesaian dengan gambar lain kepada guru. Setelah pelaksanaan **Kegiatan 6.1** ini berakhir, guru mengajak siswa untuk melakukan refleksi terhadap kegiatan pembelajaran yang sudah dilalui. Guru meminta salah satu siswa untuk menyimpulkan hasil yang telah diperoleh dalam **Kegiatan 6.1**. Misalnya meminta siswa menyimpulkan kapan teorema Pythagoras berlaku, bagaimana cara menentukan panjang salah satu sisi segitiga siku-siku jika panjang dua sisi segitiga sudah diketahui. Terakhir, guru memeriksa apakah semua siswa sudah memahami dan mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 6.1

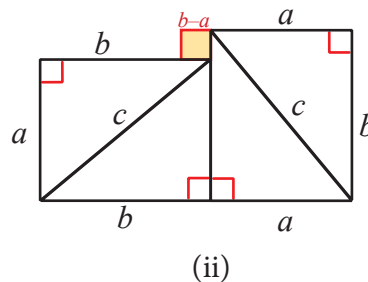
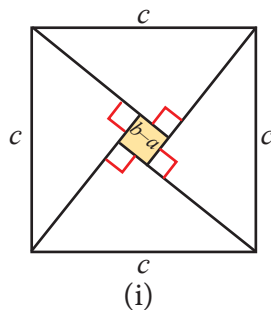
1. a. $\sqrt{369}$ d. 4 m
   b. 12 e. $\sqrt{28}$
   c. 9 inci f. 12 kaki

2. a. Cara yang akan kita lakukan untuk menentukan panjang kawat bubut tanpa mengukur langsung kawat adalah dengan mengukur terlebih dahulu jarak antara tiang dan kawat bubut pada tanah.
   b. Jika jarak antara kawat dan tiang pada tanah adalah 6 meter dan kawat dipasang setinggi 8 meter, maka panjang kawat dapat ditentukan dengan menggunakan teorema Pythagoras.

$c^2 = a^2 + b^2$
$c^2 = 6^2 + 8^2$
$c^2 = 36 + 64$
$c^2 = 100$
$c = \sqrt{100}$
$c = 10$

Jadi, panjang kawat penyangga tiang telepon adalah 10 meter.

3. a. 16 cm b. 37 mm
4. Bukan. Karena $9^2 + 12^2 = 18^2$.
5. 20
6. a. $\sqrt{17}$ cm b. $\sqrt{29}$ cm c. $\sqrt{41}$ cm
7. 1 cm
8. a. Apabila kelima potongan pada gambar tengah disusun sehingga membentuk seperti pada gambar ketiga, maka susunannya seperti berikut.

   b. dengan menggunakan gambar di atas, guru membimbing siswa untuk membuktikan kebenaran Teorema Pythagoras seperti berikut.

(i)

(ii)

Perhatikan gambar (i) terlihat bahwa Luas persegi besar adalah c^2. Dengan menggunakan penjumlahan luas beberapa bangun pada gambar (ii), bimbing siswa sehingga akan terbukti bahwa $c^2 = a^2 + b^2$.
Luas bangun (ii) adalah $2 \times (ab) + (b - a)^2$.

$$2 \times (ab) + (b - a)^2 = 2ab + b^2 - 2ab + a^2$$
$$= a^2 + b^2$$

Oleh karena luas bagun pada gambar (i) sama dengan luas bangun (ii), maka terbukti benar bahwa teorema Pythagoras berlaku.

9. 25 cm

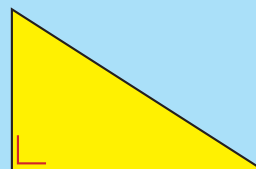
10. 25 cm

Menerapkan Teorema Pythagoras untuk Menyelesaikan Masalah

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

*Sebelum memulai **Kegiatan 6.2**, hendaknya guru mengajak siswa untuk mengamati bagaimana menyederhanakan bentuk akar dalam kegiatan Sedikit Informasi. Guru meminta siswa untuk mengamati bagaimana mengubah bentuk akar dari penjelasan dan contoh yang diberikan. Tujuan diberikannya informasi ini adalah supaya siswa mampu menyederhanakan selesaian dalam kegiatan-kegiatan berikutnya.*

*Untuk **Kegiatan 6.2** berikut, kegiatan guru yang harus dilakukan sebelum mengamati berdasarkan buku siswa.*

a. Guru mengingatkan siswa kembali tentang teorema Pythagoras dengan meminta salah satu siswa untuk menyampaikan teorema Pythagoras. Untuk mengingatkan siswa pada teorema Pythagoras, guru menggambar segitiga seperti berikut.

Guru meminta siswa untuk maju ke depan dan memintanya untuk menunjukkan hipotenusa dan memberikan penjelasan. Hal ini dilakukan untuk mengantisipasi supaya siswa lebih berhati-hati dalam menentukan hipotenusa, yakni sisi terpanjang (bukan sisi miring) dan letaknya di depan sudut siku-siku pada segitiga siku-siku.

b. *Setelah itu, guru mulai pembelajaran dengan menanyakan permainan "benteng-bentengan" yang mungkin pernah siswa lakukan. Ajak siswa mengingat permainan ini seperti pada Buku Siswa. Hal ini dilakukan untuk menggiring siswa mengetahui tujuan pembelajaran yang akan dicapai.*
c. *Guru meminta siswa untuk memberikan beberapa pertanyaan mengenai penerapan teorema Pythagoras sebagai bentuk keingintahuan mereka.*
d. *Untuk lebih efektif dalam pembelajaran nanti, guru membagi siswa menjadi kelompok kecil 2-3 orang. Kemudian, guru meminta siswa untuk menyiapkan penggaris dan kertas berpetak (HVS bila perlu).*

Pada kegiatan ini, guru mengajak siswa untuk mengamati **Gambar 6.8** pada buku siswa. Namun sebelumnya, ingatkan siswa bagaimana menentukan koordinat pada bidang Kartesius. Guru membuat bidang Kartesius di papan, kemudian meminta siswa untuk menentukan sebarang titik yang disebutkan oleh guru. Untuk memudahkan siswa dalam menentukan titik-titik koordinat pada bidang Kartesius, hendaknya siswa menggunakan kertas berpetak atau *millimeter blocks*.Setelah itu, guru meminta siswa untuk menentukan panjang ruas garis yang berwarna merah pada **Gambar 6.8** pada buku siswa. Biarkan siswa untuk mencoba menentukan panjang garis merah dengan menggunakan penggaris. Selanjutnya guru memimbing siswa tentang bagaimana cara menerapkan teorema Pythagoras untuk menentukan panjang ruas garis berwarna merah yakni dengan mengajak siswa melakukan kegiatan yang sudah disajikan dalam buku siswa.

Setelah siswa mengamati bagaimana menentukan jarak dua titik pada bidang Kartesius, ajak siswa untuk membuat dan mengajukan pertanyaan. Contoh pertanyaan yang diharapkan muncul: tentang bagaimana cara menentukan jarak sebarang dua titik pada bidang Kartesius? Atau, bagaimana keterkaitan teorema Pythagoras dengan jarak sebarang dua titik pada bidang Kartesius? Atau juga "bagaimana cara kita untuk menentukan keliling bangun datar ini (layang-layang)?". Dengan menunjukkan gambar, diharapkan siswa mampu untuk memahami pemanfaatan teorema Pythagoras dalam bangun datar.

Pada kegiatan ini, guru membimbing siswa untuk menyelesaikan masalah “Benteng-bentengan” yang disajikan di awal kegiatan ini. Guru mengajak siswa untuk memahami langkah-langkah yang harus dilakukan untuk menentukan jarak dua titik pada bidang Kartesius. Untuk mengetahui apakah siswa sudah memahami hal ini, guru meminta siswa untuk menyelesaikan soal nomor 1 dan 2 di **Latihan 6.2** pada buku siswa.

Selanjutnya, guru mengajak siswa untuk menggali informasi bagaimana menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan kecepatan, seperti pada **Contoh 6.5**. Selain itu, guru mengenalkan kepada siswa bagaimana teorema Pythagoras bekerja dalam bangun ruang sisi datar. Meskipun bangun ruang sisi datar akan dibahas pada bab selanjutnya, namun perlu diingatkan bahwa teorema Pythagoras harus dikuasai oleh siswa untuk menyelesaikan masalah bangun ruang sisi datar.

Ketika menentukan panjang salah satu sisi pada segitiga siku-siku hendaknya guru memperhatikan kesalahan prosedur yang mungkin akan dilakukan siswa seperti berikut.

Apabila terdapat siswa yang melakukan pekerjaan seperti di atas, hendaknya guru mengingatkan siswa tentang mengakarkan kedua sisi.

Kegiatan ini menuntut siswa untuk bernalar tentang apa yang telah mereka dapatkan pada kegiatan mengamati hingga menggali informasi. Pada kegiatan ini, siswa dihadapkan pada tiga masalah. Tujuan diberikan masalah ini adalah supaya siswa mampu mengorganisasi hasil pengetahuannya tentang penerapan teorema Pythagoras baik dalam bidang Kartesius, bangun datar, maupun bangun ruang.

Kegiatan siswa dalam fitur ini adalah mendiskusikan tiga soal penalaran. Guru bisa membagi siswa di kelas menjadi kelompok-kelompok kecil, yakni 2-3 siswa tiap kelompok. Selanjutnya guru bisa berkeliling menemui setiap kelompok untuk mengetahui kesulitan dan menjawab pertanyaan siswa yang belum memahami maksud soal. Guru hanya diperbolehkan membantu siswa sekadarnya. Selain itu, guru diperkenankan menilai keaktifan siswa dalam berdiskusi dan mencatat pertanyaan-pertanyaan atau pernyataan siswa untuk didiskusikan bersama saat presentasi dalam kegiatan **Ayo Kita Berbagi**.

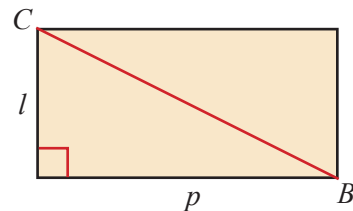
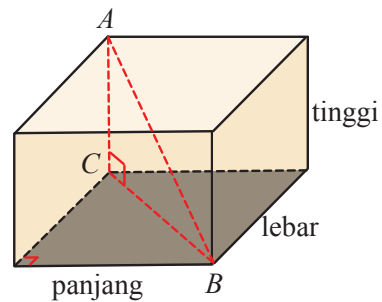
Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

1. Untuk menentukan panjang AB, kita menentukan terlebih dahulu panjang CB.

   Dengan memperhatikan alas balok yang berbentuk persegi panjang, maka panjang BC dapat ditentukan seperti berikut.

   $a^2 + b^2 = c^2$

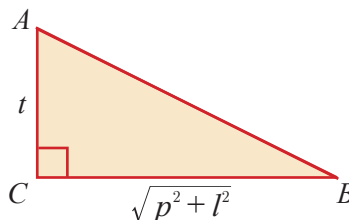
   $p^2 + l^2 = BC^2$

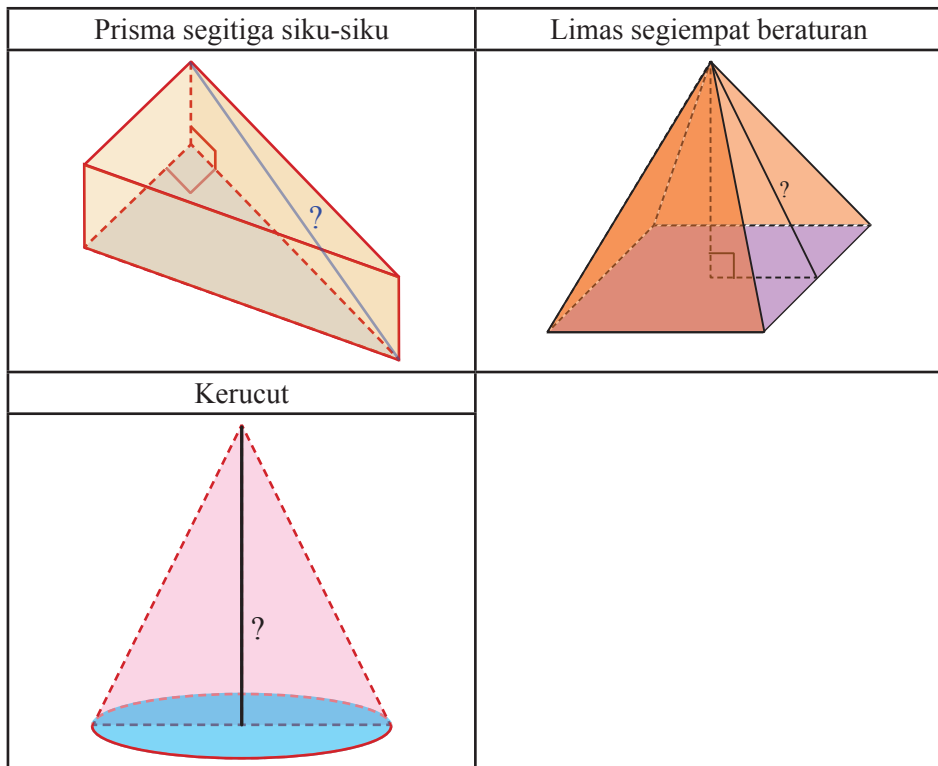
   $\sqrt{p^2 + l^2} = BC$

   Setelah menentukan panjang BC, perhatikan segitiga ABC. Segitiga ABC adalah segitiga dengan siku-siku di C, sehingga panjang AB dapat ditentukan seperti berikut.

   $a^2 + b^2 = c^2$

   $t^2 + \left(\sqrt{p^2 + l^2}\right) = AB^2$

   $t^2 + p^2 + l^2 = AB^2$

   $\sqrt{t^2 + p^2 + l^2} = AB$

   Jadi, panjang AB adalah $\sqrt{t^2 + p^2 + l^2}$.

2. Berikut pemanfaatan teorema Pythagoras pada bangun prisma, limas, dan kerucut. Untuk bangun prisma, teorema seringkali digunakan untuk menentukan panjang diagonal salah satu sisi prisma. Untuk limas, teorema Pythagoras digunakan untuk menentukan tinggi prisma dan tinggi sisi tegak prisma.

3. Soal ini dapat diselesaikan seperti berikut.

   Jarak dua titik (a, –11) dan (3, –11) adalah 17 satuan, berarti

   $17^2 = (3 - a)^2 + (-11 - (-11))^2$

   $17^2 = (3 - a)^2 + 0^2$

   $17^2 = (3 - a)^2$

   $17 = 3 - a$

   $a = -14$

   Atau, jarak dua titik (a, –11) dan (3, –11) adalah 17 satuan, berarti

   $17^2 = (a - 3)^2 + (-11 - (-11))^2$

   $17^2 = (a - 3)^2 + 0^2$

   $17^2 = (a - 3)^2$

   $17 = a - 3$

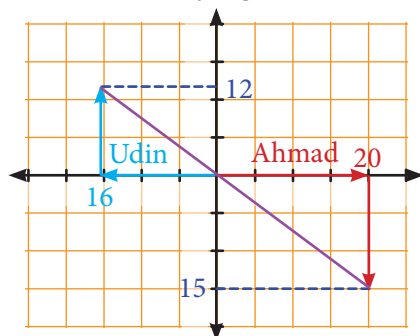
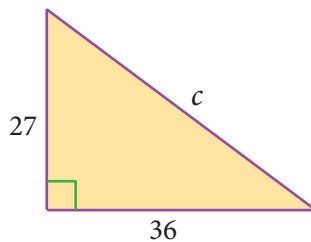
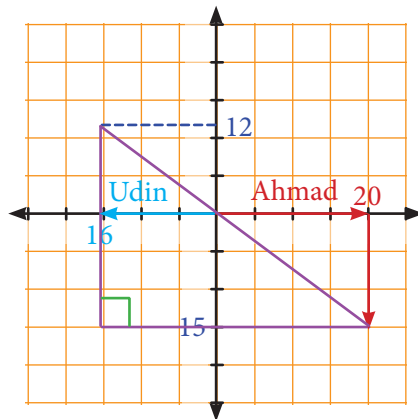
   $a = 20$

   Kemungkinan jawaban Andi dan Dina berbeda oleh karena ada perbedaan cara yang mereka gunakan seperti yang telah disajikan di atas.

Apabila siswa mengalami kesulitan, minta siswa untuk memisahkan bidang-bidang yang memuat segitiga siku-siku. Selain itu, guru juga bisa menunjukkan ruas garis BC dan AB dengan menggunakan alat peraga kerangka balok. Kegiatan guru dalam fitur ini adalah membimbing siswa bagaimana menulis dan berdiskusi dengan siswa.

Pada kegiatan ini, guru mempersilakan salah satu dari setiap kelompok untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru dapat juga menentukan perwakilan kelompok untuk diminta menjelaskan di depan kelas berdasarkan catatan guru selama berkeliling. Misalnya dua kelompok yang hasil penalarannya berbeda, atau penalaran siswa berbeda dengan alternatif jawaban yang sudah disediakan dalam buku guru ini.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 6.2

1. a. 5
   b. 45
   c. $\sqrt{1.189}$
2. Iya. Segitiga ABC adalah segitiga siku-siku karena panjang ketiga sisi segitiga memenuhi teorema Pythagoras, $AB = 4$ satuan, $BC = 3$ satuan, dan $AC = 5$ satuan
3. a. 36π cm^2 b. 246 cm^2
4. -
5. a. Gambar situasi yang dimaksud adalah seperti berikut

b. Untuk menentukan jarak terakhir adalah dengan menghubungkan titik akhir.

$a^2 + b^2 = c^2$

$27^2 + 36^2 = c^2$

$729 + 1.296 = c^2$

$2.025 = c^2$

$c = 45$

Jadi, jarak saat Udin menembak Ahmad adalah 45 langkah.

6. Dengan posisi seperti pada gambar, wasit dapat mendengar suara atlet. Hal ini karena jarak antara wasit dan atlet tenis masih berjarak 25 kaki.

7. 10 meter.

8. 225π m^2 atau sekitar 706,5 m^2.

9. a. $10\sqrt{3}$ b. $5\sqrt{6}$

10. 17 satuan panjang

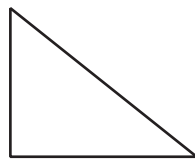
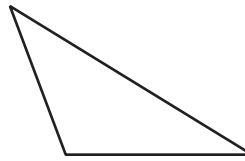
6.3 Menentukan Jenis Segitiga
6.4 Menemukan dan Memeriksa Tripel Pythagoras

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

*Sebelum memasuki **Kegiatan 6.3** dan **6.4**, ajak siswa untuk memperhatikan kebalikan teorema Pythagoras pada fitur Sedikit Informasi pada Buku Siswa. Kegiatan ini bertujuan untuk memahamkan siswa tentang bagaimana menentukan apabila diberikan ukuran sisi-sisi segitiga, apakah segitiga yang dimaksud adalah segitiga siku-siku atau bukan. Selain itu, juga memahamkan kepada siswa letak sudut siku-siku pada segitiga siku-siku dengan menggunakan persamaan $a^2 + b^2 = c^2$. Setelah siswa diajak untuk mengamati informasi pada fitu tersebut, minta siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait dengan kebalikan teorema Pythagoras. Guru bisa memberikan beberapa contoh.*

*Setelah guru mengajak siswa untuk memahami kebalikan teorema Pythagoras, guru bisa menyampaikan indikator pencapaian kompetensi dari **Kegiatan 6.3** dan **6.4**. Indikator pencapaian kompetensi pada kegiatan ini adalah siswa diharapkan mampu menentukan jenis segitiga serta menemukan dan memeriksa tripel Pythagoras. Selain menyampaikan secara langsung indikator pencapaian, guru bisa menyampaikan beberapa pertanyaan seperti, "Bagaimana jika kita diberikan ukuran panjang tiga sisi suatu segitiga namun tidak memenuhi persamaan dari teorema Pythagoras? Termasuk jenis segitiga yang bagaimana? Apakah teorema Pythagoras bisa berlaku untuk semua jenis segitiga?"*

*Selain mengingatkan kembali tentang teorema Pythagoras, sebelum memasuki fitur **Ayo Kita Amati**, guru meminta siswa untuk menyiapkan beberapa batang lidi atau bilah bambu. Kemudian, guru membagi siswa menjadi kelompok-kelompok kecil yang terdiri atas 2-3 orang siswa untuk setiap kelompok.*

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa untuk mengamati dan melakukan langkah-langkah yang ada pada buku siswa. Selama siswa mengikuti langkah-langkah, bimbing siswa untuk membuat segitiga dengan benar. Setelah itu, guru meminta siswa untuk mengamati segitiga yang terbentuk dari potongan lidi atau bilah bambu. Berikut beberapa contoh hasil pekerjaan siswa yang diharapkan.

Gambar (a) adalah segitiga yang disusun dari lidi yang berukuran 6 cm, 8 cm, dan 10 cm. Gambar (b) adalah segitiga yang disusun dari lidi yang berukuran 6 cm, 8 cm, dan 12 cm.

Guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan berdasarkan kegiatan yang telah mereka lakukan. Guru membimbing siswa sehingga mampu mengajukan pertanyaan, seperti bagaimanakah hubungan panjang ketiga sisi pada segitiga pertama? Bagaimanakah hubungan panjang ketiga sisi pada segitiga kedua? Bagaimanakah hubungan panjang ketiga sisi pada segitiga ketiga?

Pada kegiatan ini guru mengajak siswa untuk mengamati **Gambar 6.14** pada buku siswa.

Setelah meminta siswa untuk mengamati gambar, guru mengajak siswa untuk mengamati contoh untuk memahamkan siswa bagaimana menentukan jenis segitiga jika diketahui panjang ketiga sisi segitiga.

Oleh karena materi yang disajikan tidak terlalu banyak, **Kegiatan 6.3** dan **6.4** dijadikan satu dalam kegiatan pembelajaran. Untuk selanjutnya, guru bisa langsung beranjak ke kegiatan selanjutnya.

Pada **Kegiatan 6.4** ini guru menyampaikan kepada siswa bahwa untuk memudahkan menyelesaikan masalah, ada kalanya tidak perlu menggunakan teorema Pythagoras kemudian menghitung panjang salah satu sisinya. Namun, dengan mengetahui tripel Pythagoras, siswa akan lebih terbantu menyelesaikan masalah, khususnya yang berkaitan dengan segitiga siku-siku.

Pada kegiatan ini, guru meminta salah satu siswa untuk menentukan sebarang tiga bilangan yang menyatakan panjang sisi segitiga. Selanjutnya guru meminta siswa lain untuk menentukan apakah ketiga bilangan tersebut akan membentuk segitiga siku-siku atau tidak. Setelah itu, gutu meminta siswa untuk menentukan tripel Pythagoras dan memeriksa kebenarannya dengan melengkapi tabel yang disajikan dalam buku siswa.

p	q	$(p^2 + q^2)$	$(p^2 - q^2)$	$2pq$	**Hubungan**	**Tripel Pythagoras**
2	1	$2^2 + 1^2 = 5$	$2^2 - 1^2 = 3$	$2 \times 3 \times 1 = 6$	$5^2 = 3^2 + 4^2$	5, 3, 4
3	1	$3^2 + 1^2 = 10$	$3^2 - 1^2 = 8$	$2 \times 3 \times 1 = 6$	$10^2 = 8^2 + 6^2$	10, 8, 6
3	2	$3^2 + 2^2 = 13$	$3^2 - 2^2 = 5$	$2 \times 3 \times 2 = 12$	$13^2 = 5^2 + 12^2$	13, 5, 12
4	1	$4^2 + 1^2 = 17$	$4^2 - 1^2 = 15$	$2 \times 4 \times 1 = 8$	$17^2 = 15^2 + 8^2$	17, 15, 8
4	2	$4^2 + 2^2 = 20$	$4^2 - 2^2 = 12$	$2 \times 4 \times 2 = 16$	$20^2 = 12^2 + 16^2$	20, 12, 16
4	3	$4^2 + 3^2 = 25$	$4^2 - 3^2 = 7$	$2 \times 4 \times 3 = 24$	$25^2 = 7^2 + 34^2$	25, 7, 24
5	1	$5^2 + 1^2 = 26$	$5^2 - 1^2 = 24$	$2 \times 5 \times 1 = 10$	$26^2 = 24^2 + 10^2$	26, 24, 10
5	2	$5^2 + 2^2 = 29$	$5^2 - 2^2 = 21$	$2 \times 5 \times 2 = 20$	$29^2 = 21^2 + 20^2$	29, 21, 20
5	3	$5^2 + 3^2 = 34$	$5^2 - 3^2 = 16$	$2 \times 5 \times 3 = 30$	$34^2 = 16^2 + 30^2$	34, 16, 30
5	4	$5^2 + 4^2 = 41$	$5^2 - 4^2 = 9$	$2 \times 5 \times 4 = 40$	$41^2 = 9^2 + 40^2$	41, 9, 40

Pada kegiatan ini, guru bisa membuat tabel di karton yang sudah disediakan untuk ditempel di papan. Sehingga, seluruh siswa bisa mengamati tripel Pythagoras yang sudah ditemukan mereka.

Selanjutnya, guru meminta siswa mengajukan pertanyaan berdasarkan tabel yang telah mereka lengkapi. Apabila siswa mengalami kesulitan dalam mengajukan pertanyaan, guru bisa mengajukan pertanyaan mengapa panjang sisi segitiga siku-siku harus $(p^2 + q^2)$, $(p^2 - q^2)$, dan $2pq$? Apakah mereka memenuhi teorema Pythagoras? Apakah kelipatan 3, 4, 5 atau kelipatan 5, 12, 13 juga membentuk tripel Pythagoras? Apakah ada cara lain untuk menentukan tripel Pythagoras?

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa untuk mengamati dan membuat tabel untuk mengetahui bahwa ada cara lain untuk menentukan tripel Pythagoras. Berikut contoh tabel yang diharapkan dibuat oleh siswa.

S	$M = \dfrac{S^2 - 1}{2}$	$c = \sqrt{S^2 + M^2}$
3	4	5
5	12	13
7	24	25
9	40	41
11	60	61

dan seterusnya.

Selanjutnya guru mempersilakan siswa untuk menguji kebenaran tiga bilangan dalam tabel apakah memenuhi teorema Pythagoras.

Guru meminta siswa secara berpasangan untuk menjawab pertanyaan “Mengapa aturan ini hanya berhasil jika sisi terpendeknya (S) adalah bilangan ganjil?” Berikan waktu yang lebih kepada siswa untuk memahami maksud dari pertanyaan. Bimbing siswa dengan memberi pertanyaan pancingan, “bagaimanakah bentuk umum bilangan ganjil?” “mengapa 1 tidak termasuk dalam anggota himpunan S yang dimaksud?”

Pernalaran yang diharapkan dari **Ayo Kita Bernalar** ini adalah seperti berikut.

S tidak boleh sama dengan 1, karena akan mengakibatkan nilai $M = 0$. Apabila nilai S ganjil, maka nilai M bukanlah bilangan bulat. Karena bilangan genap dikuadratkan kemudian dikurangi 1 menghasilkan bilangan ganjil. Sehingga, nilai S haruslah ganjil, misalkan $2n + 1$. Secara aljabar kita bisa membuktikan kebenaran rumus tersebut.

$$M = \frac{S^2 - 1}{2}$$
$$M = \frac{(2n+1)^2 - 1}{2}$$
$$M = \frac{4n^2 + 4n + 1 - 1}{2}$$
$$M = \frac{4n^2 + 4n}{2}$$

$M = 2n^2 + 2n$, dan M adalah anggota himpunan bilangan bulat.

Pada kegiatan ini, guru mempersilakan salah satu siswa untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru bisa membantu siswa apabila siswa terbata-terbata dalam menyajikan hasil penalarannya dan memperbaiki apabila masih terdapat kekeliruan dalam penalaran siswa.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 6.3

1. a. Segitiga lancip
   b. Segitiga siku-siku
   c. Segitiga siku-siku
   d. Segitiga tumpul
   e. Segitiga tumpul
   f. Segitiga tumpul
   g. Segitiga lancip
   h. Segitiga lancip

2. Ketiganya bukan tripel Pythagoras.
3. Segitiga *KLM* adalah segitiga sama kaki.

4. $x = 15$

5. Dua bilangan lain adalah 44 dan 55.

6. Bingkai jendela tidak benar-benar peregi panjang.

   $408^2 + 306^2 \neq 525^2$

7. Misalkan panjang ketiga sisi segitiga adalah $a = 1$ cm, $b = 2a$ cm, dan $c = 3a$ cm, akan diuji dengan menggunakan teorema Pythagoras seperti berikut.

   $a^2 + b^2 \overset{?}{=} c^2$

   $1^2 + (2a)^2 \overset{?}{=} (3a)^2$

   $1 + 4a^2 \neq 9a^2$

   a. Jika $(p - q), p, (p + q)$ membentuk tripel Pythagoras, maka sisi terpanjang (*hipotenusa*) adalah $p + q$. Sehingga, hubungan p dan q adalah seperti berikut.

      $a^2 + b^2 = c^2$

      $(p - q)^2 + p^2 = (p + q)^2$

      $p^2 - 2pq + q^2 + p^2 = p^2 + 2pq + q^2$

      $p^2 = 4pq$

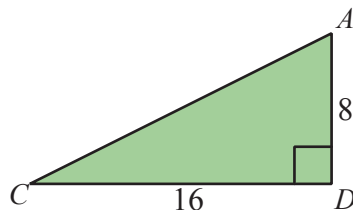
      $p = 4q$

   b. Jika $p = 8$, berarti $q = 2$, sehingga tripel Pythagoras adalah $p - q = 8 - 2 = 6$, $p + q = 8 + 2 = 10$.

      Sebelumnya harus diuji terlebih dahulu apakah 6, 8, 10 apakah benar-benar tripel Pythagoras.

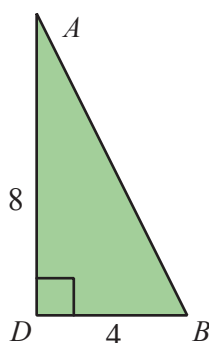
      $6^2 + 8^2 = 10^2$

8. Untuk menyelesaikan masalah ini, guru perlu membantu siswa dengan meminta siswa memisahkan dua segitiga *ADC* dan *ADB* seperti berikut.

   a. Menentukan panjang *AC*.

$a^2 + b^2 = c^2$

$$16^2 + 8^2 = c^2$$
$$256 + 64 = c^2$$
$$320 = c^2$$
$$\sqrt{320} = c$$
$$8\sqrt{5} = c$$

Jadi panjang $AC = 8\sqrt{5}$ cm

b. Menentukan panjang AB

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$8^2 + 4^2 = c^2$$
$$64 + 16 = c^2$$
$$80 = c^2$$
$$\sqrt{80} = c$$
$$4\sqrt{5} = c$$

Jadi, panjang $AB = 4\sqrt{5}$ cm.

c. Segitiga ABC memiliki ukuran $AB = 4\sqrt{5}$ cm, $AC = 8\sqrt{5}$ cm, dan $BC = 20$ cm. Sehingga, untuk menguji apakah segitiga ABC adalah siku-siku atau bukan, maka diuji seperti berikut.

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$(4\sqrt{5})^2 + (8\sqrt{5})^2 = 20^2$$
$$80 + 320 = 400$$
$$400 = 400$$

Jadi, benar bahwa segitiga ABC adalah segitiga siku-siku di A.

9. Titik P berada di titik D, sehingga jarak titik P ke D adalah 0.

Menemukan Perbandingan Sisi-sisi pada Segitiga Siku-siku Sama Kaki

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Kegiatan 6.5 pada Buku Siswa ini bertujuan untuk menentukan hubungan panjang ketiga sisi pada segitiga siku-siku sama kaki. Sebelum melakukan kegiatan pembelajaran, guru mengingatkan kembali kepada siswa tentang bagaimana mengubah bentuk akar. Guru bisa memberikan contoh beberapa bilangan dalam bentuk akar kemudian meminta siswa untuk menjawabnya. Selanjutnya guru menanyakan kepada siswa tentang bagaimana teorema Pythagoras berlaku pada segitiga khusus, yakni segitiga siku-siku sama kaki.

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa mengamati segitiga siku-siku sama kaki pada buku siswa. Guru bisa membuat segitiga di papan atau membuat segitiga dari kertas karton dan menempelkannya di papan. Dalam tahap ini siswa hanya sekadar mengamati sifat-sifat yang dimiliki segitiga siku-siku sama kaki. Misalnya, siswa diharapkan menyampaikan bahwa segitiga siku-siku sama kaki memiliki dua sisi yang sama panjang.

Selanjutnya guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan setelah mengamati gambar segitiga siku-siku sama kaki. Guru dalam hal ini membimbing siswa sehingga siswa mampu mengajukan pertanyaan seperti, bagaimanakah pola yang terbentuk pada segitiga siku-siku sama kaki? Apakah pola tersebut hanya berlaku pada segitiga siku-siku sama kaki? Bagaimana hubungan panjang ketiga sisi pada segitiga siku-siku sama kaki?

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa untuk menggali informasi tentang hubungan panjang ketiga sisi pada segitiga siku-siku sama kaki berdasarkan pola. Pola yang

dimasud akan nampak pada tabel yang akan dilengkapi siswa di buku siswa. Oleh karena itu, guru meminta siswa untuk melengkapi tabel dan menjawab pertanyaan setelahnya.

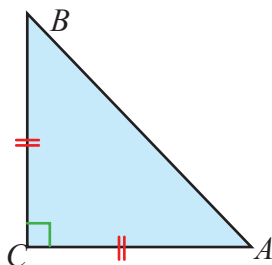
Pengisian tabel yang diharapkan adalah seperti berikut.

Panjang sisi siku-siku	1	2	3	4	...	10	...	p
Panjang hipotenusa	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}$	...	$10\sqrt{2}$	...	$p\sqrt{2}$

Pola yang terbentuk dari panjang sisi segitiga siku-siku adalah apabila panjang sisi tegaknya adalah p, maka panjang hipotenusa segitiga siku-siku adalah $p\sqrt{2}$.

Kegiatan siswa dalam fitur ini adalah mencoba menentukan hubungan ketiga sisi dari segitiga siku-siku sama kaki. Kegiatan siswa dalam kegiatan ini adalah berdiskusi tiga soal penalaran. Guru bisa membagi siswa di kelas menjadi kelompok-kelompok kecil, yakni 2-3 siswa tiap kelompok. Selanjutnya guru bisa berkeliling menemui setiap kelompok untuk mengetahui kesulitan dan menjawab pertanyaan siswa yang belum memahami maksud soal. Guru hanya diperbolehkan membantu siswa sekadarnya. Selain itu, guru diperkenankan menilai keaktifan siswa dalam berdiskusi dan mencatat pertanyaan-pertanyaan atau pernyataan siswa untuk didiskusikan bersama saat presentasi dalam kegiatan **Ayo Kita Berbagi**.

Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

Jika diberikan segitiga siku-siku sama kaki ABC, tentukan rasio $AB : AC : BC$.

Perhatikan segitiga ABC siku-siku sama kaki di atas.

Misalkan panjang $AC = BC = p$

$\angle BAC = \angle ABC = 45°$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$
$$= p^2 + p^2$$
$$= 2p^2$$
$$AB = \sqrt{2p^2} = p\sqrt{2}$$

Perbandingan panjang sisi segitiga ABC adalah

$$AB : AC : BC = p\sqrt{2} : p : p$$
$$= \sqrt{2} : 1 : 1$$

Jadi, perbandingan ketiga sisi segitiga siku-siku sama kaki adalah $\sqrt{2} : 1 : 1$.

Pada kegiatan ini, guru mempersilakan salah satu siswa untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru bisa membantu siswa apabila siswa terbata-terbata dalam menyajikan hasil penalarannya dan memperbaiki apabila masih terdapat kekeliruan dalam penalaran siswa.

Setelah siswa menyampaikan hasil penalarannya, guru meminta siswa untuk mengamati contoh pada Buku Siswa dan mempersilakan siswa untuk menyelesaikan **Contoh 6.10** tentang *Roda Theodorus*.

2. Evaluasi

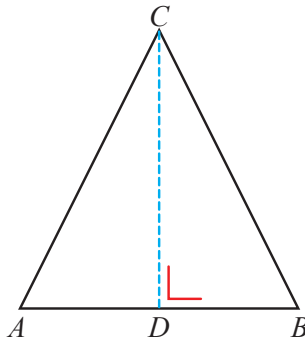
Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui pengamatan terhadap aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang bagaimana menentukan hubungan panjang ketiga sisi segitiga siku-siku sama kaki dan menentukan panjang sisi segitiga siku-siku sama kaki, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan Latihan 6.4 nomor 1a, 1b, dan nomor 2. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan atau membahas soal yang beberapa siswa memliliki cara yang berbeda dalam menyelesaikannya.

Apabila terdapat siswa yang sudah mampu menyelesaikan soal nomor 1a, 1b, dan nomor 2 dengan benar dan lancar, minta siswa untuk menyelesaikan soal nomor 10. Dengan kata lain, soal nomor 10 diberikan sebagai pengayaan untuk kegiatan pembelajaran 4 ini. Sedangkan bagi siswa yang masih belum mampu meneyelesaikan soal nomor 1a, 1b, dan nomor 2 dengan benar, guru bisa melakukan remedial secara individu kepada siswa yang belum menyelesaikannya.

Menentukan perbandingan panjang sisi segitiga yang bersudut 30º – 60º – 90º

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

*Sebelum masuk ke Kegiatan **Ayo Kita Amati**, guru menyampaikan tujuan pembelajaran, mengingatkan kembali tentang bagaimana mengubahatau menyederhanakan bentuk akar. Selanjutnya guru menanyakan kepada siswa bagaimana teorema Pythagoras berlaku pada segitiga khusus, yakni segitiga sama sisi. Untuk membantu siswa dalam mengamati penerapan teorema Pythagoras pada segitiga sama sisi, guru perlu menyiapka segitiga sama sisi dari karton yang sudah dibagi menjadi dua menurut garis tingginya.*

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa mengamati segitiga sama ssi yang sudah disajikan dalam Buku Siswa atau pada segitiga yang telah dibuat oleh guru di papan. Selanjutnya, guru meminta siswa untuk menjawab beberapa pertanyaan pada Buku Siswa. Berikut jawaban yang diharapkan setelah siswa mengamati segitiga sama sisi yang disajikan.

Segitiga ABC adalah segitiga sama sisi. Garis CD adalah garis simetri segitiga ABC.

1. Ketiga sudut segitiga ABC adalah 60°.
2. a. $\angle ACD = 30°$
   b. $\angle ADC = 90°$
   c. $\angle BCD = 30°$
   d. $\angle BDC = 90°$

3. Panjang AD sama dengan panjang BD.

4. Perbandingan panjang sisi BD dan AB adalah 1 : 2. Begitu pun perbandingan panjang sisi BD dan BC adalah 1 : 2.

5. a. Oleh karena perbandingan BD dan BC adalah 1 : 2, maka panjang sisi BD sama dengan 10 cm.

   b. Untuk menentukan panjang CD, berarti kita harus memperhatikan segitiga BCD. Oleh karena itu, kita bisa menerapkan teorema Pythagoras seperti berikut.

   $a^2 + b^2 = c^2$

   $BD^2 + CD^2 = BC^2$

   $10^2 + CD^2 = 20^2$

   $100 + CD^2 = 400$

   $CD^2 = 400 - 100$

   $CD^2 = 300$

   $CD = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$

   Jadi, panjang CD adalah $10\sqrt{3}$ cm.

Selanjutnya guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan setelah mengamati gambar segitiga siku-siku dengan sudut 30° – 60° – 90°. Guru dalam kegiatan ini membimbing siswa sehingga siswa mampu mengajukan pertanyaan seperti, "Bagaimana hubungan antara ketiga sisi pada segitiga siku-siku dengan sudut 30° – 60° – 90°? Bagaimana menghitung panjang salah satu sisi segitiga siku-siku dengan sudut 30° – 60° – 90° jika hanya salah satu panjang sisi segitiga yang diketahui?"

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa untuk menggali informasi tentang hubungan panjang ketiga sisi pada segitiga siku-siku dengan sudut 30° – 60° – 90° berdasarkan pola. Pola yang dimasud akan nampak pada tabel yang akan dilengkapi siswa di Buku Siswa. Oleh karena itu, guru meminta siswa untuk melengkapi tabel dan menjawab pertanyaan setelahnya.

Dengan menerapkan teorema Pythagoras, berikut adalah tabel yang berisi tentang panjang sisi-sisi pada segitiga siku-siku 30°– 60° – 90°.

Panjang sisi siku-siku terpendek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Panjang hipotenusa	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Panjang sisi siku-siku yang lain	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	$4\sqrt{3}$	$5\sqrt{3}$	$6\sqrt{3}$	$7\sqrt{3}$	$8\sqrt{3}$	$9\sqrt{3}$	$10\sqrt{3}$

Setelah melengkapi tabel di atas, berikut alternatif jawaban pertanyaan di buku siswa

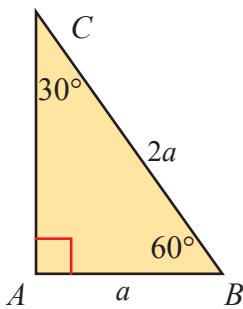
a. Iya, polanya adalah jika diketahui panjang sisi siku-siku terpendek dari suatu segitiga siku siku dengan sudut 30° – 60° – 90°, maka panjang hipotenusanya adalah dua kali lipat dari sisi terpendek, dan panjang sisi siku-siku yang lain sama dengan panjang sisi siku-siku terpendek dikali $\sqrt{3}$.

b. Panjang sisi miring adalah 2a

   Panjang sisi siku-siku lainnya adalah $a\sqrt{3}$.

Kegiatan siswa dalam fitur ini adalah mencoba menentukan hubungan ketiga sisi dari segitiga siku-siku 30° – 60° – 90°. Kegiatan siswa dalam kegiatan ini adalah berdiskusi tiga soal penalaran. Guru bisa meminta siswa di kelas menjadi berpasangan untuk menyelesaikan masalah bernalar ini. Selanjutnya guru bisa berkeliling menemui setiap pasangan untuk mengetahui kesulitan dan menjawab pertanyaan siswa yang belum memahami maksud soal. Selain itu, guru diperkenankan menilai keaktifan siswa dalam berdiskusi dan mencatat pertanyaan-pertanyaan atau pernyataan dari siswa untuk didiskusikan bersama saat presentasi dalam kegiatan **Ayo Kita Berbagi**.

Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

Jika diberikan segitiga siku-siku ABC dengan besar $\angle ABC = 60°$, berapakah rasio $AB : BC : AC$.

Panjang $BC = 2a$

Panjang $AB = a$

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$a^2 + AC^2 = (2a)^2$

$a^2 + AC^2 = 4a^2$

$AC^2 = 3a^2$

$AC^2 = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$

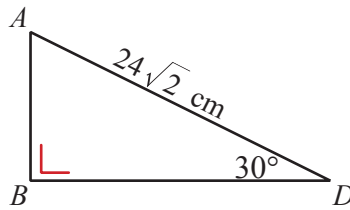
Rasio panjang ketiga sisi segitiga adalah $AB : BC : AC = a : 2a : a\sqrt{3}$

$= 1 : 2 : \sqrt{3}$

Jadi, rasio ketiga sisi segitiga siku-siku yang salah satu sudutnya 30° adalah $1 : 2 : \sqrt{3}$.

Pada kegiatan ini, guru mempersilakan salah satu siswa untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru bisa membantu siswa apabila siswa terbata-terbata dalam menyajikan hasil penalarannya dan memperbaiki apabila masih terdapat kekeliruan dalam penalaran siswa. Selanjutnya, guru meminta siswa lain untuk memberikan tanggapan atau mengajukan pertanyaan terhadap hasil penalaran teman yang maju.

Setelah siswa sudah memahami rasio panjang ketiga sisi segitiga siku-siku dengan salah satu besar sudutnya adalah 30°, guru meminta siswa untuk memahami masalah yang berkaitan dengan segitiga siku-siku istimewa ini. Pada **Contoh soal 6.12**, alternatif penyelesaian ditinggalkan untuk diselesaikan oleh siswa. Berikut alternatif penyelesaian yang diharapkan dari **Contoh 6.12**.

Perhatikan segitiga *ABD* siku-siku di *B* dan salah satu besar sudutnya adalah 30.

$AB : AD : BD = 1 : 2 : \sqrt{3}$.

Terlebih dahulu kita menentukan panjang AB.

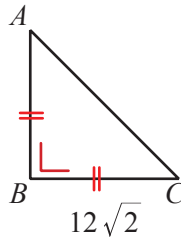
$AB : AD = 1 : 2$

$AB : 24\sqrt{2} = 1 : 2$

$$\frac{AB}{24\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$AB = \frac{1}{2} \times 24\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

Jadi, panjang $AB = 12\sqrt{2}$ cm.

Untuk menentukan panjang AC, perhatikan segitiga siku-siku ABC.

$AB : AC = 1 : \sqrt{2}$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{12\sqrt{2}}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$12\sqrt{2} \times \sqrt{2} = AC$

$AC = 24$

Jadi, panjang $AC = 24$ cm.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 6.4

1. a. 4

   b. $72\sqrt{2}$

   c. $8\sqrt{3}$ cm

   d. 17, 34

   e. 10

   f. 10

2. 72 satuan

3. 64 satuan persegi

4. Segitiga siku-siku yang dimaksud bukanlah segitiga siku-siku dengan sudut 30°, 60°, dan 90°, karena perbandingan panjang ketiga sisinya tidak sama dengan $1 : 2 : \sqrt{3}$.

5. $16\sqrt{3}$ cm^2

6. a. $48 + 16\sqrt{3}$ cm

   b. $128\sqrt{3}$ cm^2

7. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ satuan luas

8. $1 + \sqrt{3}$ cm

9. a. 48 dm

   b. 672 dm^2

10. a. $4\sqrt{2}$ cm

    b. $24 + 16\sqrt{3}$ cm^2

Evaluasi Kegiatan 6.1

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang teorema Pythagoras, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan **Latihan 6.1**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Untuk mengetahui siswa yang sudah mampu mencapai kompetensi dasar pada kegiatan ini, guru bisa melihat bagaimana siswa menyelesaikan soal nomor 8. Selanjutnya, guru bisa mengamati siswa apakah siswa sudah mampu menyelesaikan soal nomor 1-6. Dengan soal nomor 1-6 dan 8, guru bisa menguji apakah siswa sudah mencapai kompetensi dasar dengan baik atau tidak. Apabila terdapat siswa yang sudah mampu menyelesaikan soal nomor 1-6 dan 8 dengan benar dan lancar, minta siswa untuk menyelesaikan soal nomor 9 dan 10.

Evaluasi Kegiatan 6.2

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang penerapan teorema Pythagoras, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan **Latihan 6.2**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Untuk mengetahui siswa yang sudah mampu mencapai kompetensi dasar pada kegiatan ini, guru bisa melihat bagaimana siswa menyelesaikan soal nomor 1-9. Pada soal nomor 4, selain siswa diminta untuk membuktikan kebenaran pernyataan yang diberikan, siswa juga diminta untuk menjelaskannya. Sehingga, soal nomor 4 ini termasuk dalam soal penalaran. Apabila terdapat siswa yang sudah mampu menyelesaikan soal nomor 1-9 dengan benar dan lancar, guru meminta siswa untuk menyelesaikan soal nomor 10. Soal nomor 10 ini sebenarnya sederhana, namun perlu kemampuan analisis yang tinggi dengan menggambar ulang berdasarkan situasi yang diberikan.

Evaluasi Kegiatan 6.3 dan 6.4

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui pengamatan terhadap aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang bagaimana menentukan dan menguji kebenaran tripel Pythagoras, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan **Latihan 6.3**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Untuk mengetahui siswa yang sudah mampu mencapai kompetensi dasar pada kegiatan ini, guru bisa melihat bagaimana siswa menyelesaikan soal nomor 1-7. Pada soal nomor 4, selain siswa diminta untuk membuktikan kebenaran pernyataan yang diberikan, siswa juga diminta untuk menjelaskannya. Sehingga, soal nomor 4 ini termasuk dalam soal penalaran. Apabila terdapat siswa yang sudah mampu menyelesaikan soal nomor 1-7 dengan benar dan lancar, minta siswa untuk menyelesaikan soal nomor 8-10. Soal nomor 8 memerlukan kemampuan aljabar dari siswa. Sehingga, dalam menyelesaikan masalah ini, guru perlu menuntun siswa untuk mengoperasikan bentuk aljabar.

Evaluasi Kegiatan 6.5

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui pengamatan terhadap aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang bagaimana menentukan hubungan panjang ketiga sisi segitiga siku-siku sama kaki dan menentukan panjang sisi segitiga siku-siku sama kaki, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan **Latihan 6.4** nomor 1a, 1b, dan nomor 2. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan atau membahas soal yang beberapa siswa memliliki cara yang berbeda dalam menyelesaikannya.

Apabila terdapat siswa yang sudah mampu menyelesaikan soal nomor 1a, 1b, dan nomor 2 dengan benar dan lancar, minta siswa untuk menyelesaikan soal nomor 10. Dengan kata lain, soal nomor 10 diberikan sebagai pengayaan untuk kegiatan pembelajaran 4 ini, sedangkan bagi siswa yang masih belum mampu menyelesaikan soal nomor 1a, 1b, dan nomor 2 dengan benar, guru bisa melakukan remedial secara individu.

Evaluasi Kegiatan 6.6

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui pengamatan terhadap aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang bagaimana menentukan hubungan panjang ketiga sisi segitiga siku-siku dengan salah satu besar sudutnya 30° dan menentukan panjang salah satu sisinya, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan **Latihan 6.4** nomor 1c, 1d, 1e, 1f, 3, 4, dan 6. Selanjutnya, guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan atau membahas soal yang beberapa siswa memliliki cara yang berbeda dalam menyelesaikannya.

Apabila terdapat siswa yang sudah mampu menyelesaikan soal nomor nomor 1c, 1d, 1e, 1f, 3, 4, dan 6 dengan benar dan lancar, minta siswa untuk menyelesaikan soal nomor 7-10. Dengan kata lain, soal nomor 7-10 diberikan sebagai pengayaan untuk kegiatan pembelajaran 4 ini, sedangkan bagi siswa yang masih belum mampu menyelesaikan soal nomor nomor 1c, 1d, 1e, 1f, 3, 4, dan 6 dengan benar, guru bisa melakukan remedial secara individu.

J. Remedial

Pembelajaran remedial pada hakikatnya merupakan suatu bentuk pembelajaran yang bersifat menyembuhkan atau membetulkan pembelajaran yang membuat jadi lebih baik. Pembelajaran remedial juga merupakan tindakan perbaikan pembelajaran yang diberikan kepada siswa yang belum mencapai KKM dalam suatu KD tertentu.

Kemudian, guru harus menganalisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal, mungkin kesalahan siswa karena salah konsep atau mungkin salah melakukan prinsip. Jika kesalahan siswa sudah ditemukan, maka guru bisa melakukan proses pembelajaran remedial dengan cara berikut.

1. Pemberian pembelajaran ulang dengan metode dan media yang berbeda, menyesuaikan dengan gaya belajar siswa;
2. Pemberian bimbingan secara perorangan;
3. Pemberian tugas-tugas atau latihan secara khusus, dimulai dengan tugas-tugas atau latihan sesuai dengan kemampuannya;

Pemanfaatan tutor sebaya, yaitu siswa dibantu oleh teman sekelas yang telah mencapai KKM

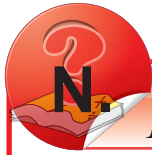
K. Pengayaan

Materi teorema Pythagoras akan menjadi dasar bagi siswa untuk menyelesaikan masalah-masalah pada topik dan materi lainnya. Oleh sebab itu bisa dikatakan bahwa materi ini hanya sebagai alat bantu bagi siswa untuk menyelesaikan masalah. Dalam hal ini, guru bisa mengaitkan materi ini dengan materi-materi yang telah dipelajari siswa baik materi di kelas 7 atau materi pada bab-bab sebelumnya, misalnya bangun ruang dan kesebangunan. Dalam pelaksanaan pengayaan nanti, guru bisa memberi beberapa soal yang bersifat *HOT* (*high order thinking*) kemudian membimbing siswa secara langsung di kelas atau di luar kelas. Selain itu, guru bisa meminta siswa untuk menganalisis soal-soal atau materi-materi yang dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep teorema Pythagoras. Soal-soal yang dimaksud bisa soal-soal ujian nasional tahun sebelumnya atau soal-soal kompetisi matematika.

Tugas projek ini dapat dilaksanakan oleh siswa selama lebih kurang tiga minggu. Pada minggu pertama, siswa diminta untuk membuat tangram sedemikian sehingga dapat disusun menjadi persegi berukuran 10 cm × 10 cm. Dalam hal ini, guru bisa memberikan contoh tangram dari karton. Kemudian, pada minggu kedua, siswa mulai menyusun tangram sehingga mirip angsa, kuda, dan pengendaranya, serta tujuh bentuk lain dari tangram. Setelah itu, pada minggu ketiga siswa menyusun laporannya di kertas HVS atau kertas karton. Selain itu, guru bisa meminta siswa mengumpulkan Tugas Projek ini dalam bentuk poster atau kriya yang bisa digunakan untuk mading sekolah atau permainan di kelas. Selama pelaksanaan tugas proyek ini, siswa diharuskan untuk selalu melakukan konsultasi dengan guru. Berkaitan dengan cara penilaian proyek ini, guru dapat merujuk cara penilaian yang terdapat pada bagian umum dengan disesuaikan tugas peserta didik.

Dalam kegiatan **Ayo Kita Merangkum** ini, guru bersama siswa merangkum dari **Kegiatan 6.1** hingga **Kegiatan 6.6**. Kegiatan merangkum ini dilakukan dengan cara guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan dalam buku siswa. Setelah itu, guru meminta siswa menulis jawaban di buku catatan mereka atau buku siswa yang mereka miliki. Dalam hal ini, guru memberi kebebasan kepada siswa untuk menuliskan hal penting lain selama kegiatan. Selama kegiatan **Ayo Kita Merangkum** ini, guru membantu siswa untuk menjawab pertanyaan apabila siswa mengalami kesulitan. Selain itu, guru bisa menjawab pertanyaan-pertanyaan siswa yang mungkin relevan dengan kegiatan merangkum.

Kunci Jawaban Uji Kompetensi 6

Gunakan **Uji Kompetensi 6** untuk menilai kemampuan siswa pada pembelajaran sebelumnya. Guru meminta siswa untuk melihat kembali materi pelajaran sebelumnya untuk menyelesaikan uji kompetensi ini.

Berikut penyelesaian Uji Kompetensi 6

A. Pilihlah Ganda

1. D	6. C	11. C	16. A
2. A	7. D	12. C	17. A
3. B	8. A	13. C	18. B
4. D	9. B	14. B	19. C
5. C	10. B	15. A	20. D

B. Esai

1. $(a + 4)^2 + (3a + 2)^2 = (3a + 4)^2$

   $a^2 + 8a + 16 + 9a^2 + 12a + 4 = 9a^2 + 24a + 16$

   $a^2 - 4a + 4 = 0$

   $(a - 2)^2 = 0$

   $a - 2 = 0$

   $a = 2$

   Jadi, nilai a yang memenuhi adalah 2.

2. Untuk mengetahui apakah ΔABC adalah segitiga siku-siku atau bukan, maka harus dicari terlebih dahulu panjang ketiga sisi segitiga.

   $AB = \sqrt{(-1-(-2))^2 + (6-2)^2}$

   $= \sqrt{1^2 + 4^2}$

   $= \sqrt{17}$

   $BC = \sqrt{(3-(-1))^2 + (5-6)^2}$

   $= \sqrt{4^2 + (-1)^2}$

   $= \sqrt{17}$

$$AC = \sqrt{(3-(-2))^2 + (5-2)^2}$$
$$= \sqrt{5^2 + 3^2}$$
$$= \sqrt{34}$$

Selanjutnya menguji apakah $AB^2 + BC^2 = AC^2$.

$AB^2 + BC^2 \stackrel{?}{=} AC^2$

$(\sqrt{17})^2 + (\sqrt{17})^2 \stackrel{?}{=} (\sqrt{34})^2$

$17 + 17 \stackrel{?}{=} 34$

$34 = 34$

Jadi benar bahwa ΔABC adalah segitiga siku-siku.

3. Masalah di atas akan dibuktikan bahwa $(a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2 = (a^2 + b^2)^2$

   $(a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2 = (a^2 + b^2)^2$

   $a^4 - 2a^2b^2 + b^4 + 4a^2b^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

   $a^4 + 2a^2b^2 + b^4 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

   Terbukti bahwa $(a^2 - b^2)$, $2ab$, $(a^2 + b^2)$ membentuk tripel Pythagoras.

4. a. Segitiga ABC dan ADC keduanya adalah segitiga yang memiliki ukuran dan bentuk yang sama.

   b. $m\angle ABC = 90°$, $m\angle ACB = 45°$ dan $m\angle BAC = 45°$

   c. Panjang diagonal AC dapat dicari dengan menggunakan teorema Pythagoras. Perhatikan segitiga ABC.

   $AB^2 + BC^2 = AC^2$

   $1^2 + 1^2 = AC^2$

   $1 + 1 = AC^2$

   $2 = AC$

   $AC = \sqrt{2}$

   Atau dengan menggunakan perbandingan panjang sisi segitiga siku-siku sama kaki ABC. Oleh karena panjang sisi AB adalah satu satuan, maka panjang diagonal (*hipotenusa* segitiga ABC) adalah $\sqrt{2}$ satuan.

   d. Ketiga sudut pada segitiga tidak berubah. Bagian yang berubah adalah panjang diagonal AC.

5. Hal pertama yang dilakukan adalah menentukan panjang *hipotenusa*.

$a^2 + b^2 = c^2$

$8^2 + 15^2 = c^2$

$64 + 225 = c^2$

$289 = c^2$

$c = 17$

Dengan menggunakan rumus luas segitiga, kita bisa menentukan nilai x.

Luas segitiga = $\frac{1}{2} \times$ alas $\times$ tinggi

$\frac{1}{2} \times 8 \times 15 = \frac{1}{2} \times 17 \times x$

$8 \times 15 = 17 \times x$

$x = \frac{8 \times 15}{17} = \frac{120}{17} = 7\frac{1}{17}$

Jadi, nilai x adalah $7\frac{1}{17}$.

6. Dengan menggunakan rasio panjang segitiga siku-siku dengan salah satu besar sudutnya 60°, keliling segitiga ABC dapat ditentukan seperti berikut.

$AC : AB = 1 : \sqrt{3}$

$\frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{AC}{8} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$AC = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8}{3}\sqrt{3}$

$BC : AB = 2 : \sqrt{3}$

$\frac{BC}{AB} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\frac{BC}{8} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$BC = \frac{16}{\sqrt{3}} = \frac{16}{3}\sqrt{3}$

Jadi, keliling segitiga ABC adalah sebagai berikut.

$AB + AC + BC = 8 + \frac{8}{3}\sqrt{3} + \frac{16}{3}\sqrt{3} = 8 + \frac{24}{3}\sqrt{3} = 8 + 8\sqrt{3}$ cm.

7. a. Tabel jarak yang ditempuh kedua mobil dan jarak kedua mobil.

	1 jam	2 jam	3 jam
Jarak Mobil Merah dari Air Mancur	60 km	120 km	180 km
Jarak Mobil Hijau dari Air Mancur	80 km	160 km	240 km
Jarak Kedua Mobil	100 km	200 km	300 km

b. 30 km/jam.

Mobil merah melaju dengan kecepatan 40 km/jam, sehingga selama 2 jam jarak mobil dari air mancur adalah 80 km. Oleh karena jarak kedua mobil dalam 2 jam adalah 100 km, maka jarak mobil hijau dari air mancur adalah 60 km.

Selama 2 jam, kecepatan mobil hijau adalah $\frac{60 \text{ km}}{2 \text{ jam}}$ atau 30 km/jam.

8. a. Untuk menentukan keliling *ACD*, harus ditentukan panjang sisi *AB*, *AC*, dan *BC*.

Perhatikan segitiga *ACD* dan *BCD*. Besar sudut *ACD* dan *CBD* adalah 30°. Panjang *AD, AC*, dan *CD* dapat ditentukan dengan cara seperti berikut.

$BC : BD = 2 : 1$

$\frac{BC}{BD} = \frac{2}{1}$

$\frac{BC}{8} = \frac{2}{1}$

$BC = 16$

$AC : BC = \sqrt{3} : 1$

$\frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$\frac{AC}{16} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$AC = 16\sqrt{3}$

$AB : BC = 2 : 1$

$\frac{AB}{BC} = \frac{2}{1}$

$\frac{AB}{16} = \frac{2}{1}$

$AB = 32$

$CD : BD = \sqrt{3} : 1$

$\frac{CD}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$\frac{CD}{8} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$CD = 8\sqrt{3}$

Panjang $AD = AB - BD$

$= 32 - 8$

$= 24$

Keliling segitiga $ACD = AC + CD + AD$

$= 16\sqrt{3} + 8\sqrt{3} + 24$

$= 24\sqrt{3} + 24$

Jadi, keliling segitiga ACD adalah $24\sqrt{3} + 24$ cm.

b. Keliling segitiga $ABC = AB + BC + AC$

$= 32 + 16 + 16\sqrt{3}$

$= 48 + 16\sqrt{3}$

$= 16 (3 + \sqrt{3})$

Keliling segitiga ABC dan ACD berselisih $24 - 8\sqrt{3}$.

c. Rasio luas segitiga ABC dan ACD adalah 4 : 3.

9. Jarak terpendek yang mungkin ditempuh laba-laba adalah dengan berjalan dari titik P ke titik tengah BF kemudian ke Q.

   Jarak yang ditempuh dari P - B - Q adalah 10 dm.

   Jarak yang ditempuh dari P - F - Q adalah $(\sqrt{41} + 3)$ dm.

   Jarak yang ditempuh dari P - titik tengah $FB - Q$ adalah $(\sqrt{29} + \sqrt{13})$ dm.

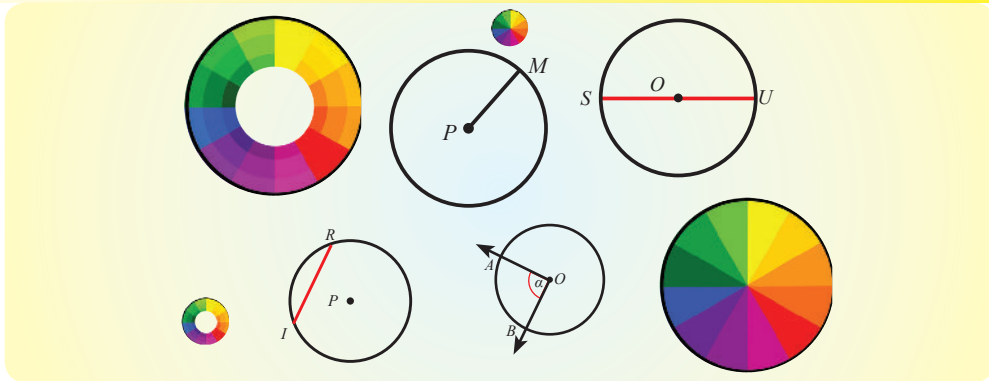
10. a. Luas setengah lingkaran dengan diameter 3 cm adalah $\frac{9\pi}{4}$ cm^2.

    b. Luas setengah lingkaran dengan diameter 4 cm adalah $\frac{16\pi}{4}$ cm^2.

    Luas setengah lingkaran dengan diameter 5 cm adalah $\frac{25\pi}{4}$ cm^2.

    Luas setengah lingkaran dengan diameter 5 cm yang berada pada hipotenusa segitiga sama dengan jumlah kedua setengah lingkaran.

Bab 7

Lingkaran

A. Narasi Awal Bab

Lingkaran merupakan salah satu bentuk geometri datar yang banyak kita temui dan kita manfaatkan dalam kehidupan sehari-hari. Lingkaran berguna dalam banyak bidang kehidupan, misal: olahraga, arsitektur, teknologi, dan lain-lain. Banyak alat olah raga yang memanfaatkan bentuk lingkaran seperti pada bentuk lapangan silat, papan target panahan, dan keranjang basket. Bagi seorang arsitek, bentuk lingkaran dinilai memiliki bentuk yang indah untuk mendekorasi rumah, maupun gedung perkantoran. Seperti bentuk pintu, jendela, atap rumah. Kemudian, pada bidang teknologi bentuk lingkaran juga sering kita jumpai, seperti roda mobil, roda motor, setir mobil memanfaatkan bentuk lingkaran.

B. Kata Kunci

- *Lingkaran*
- *Busur*
- *Juring*
- *Garis singgung*

C. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mengolah, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai.

D. Kompetensi Dasar

3.7 Menjelaskan sudut pusat, sudut keliling, panjang busur, dan luas juring lingkaran, serta hubungannya.

3.8 Menjelaskan garis singgung persekutuan luar dan persekutuan dalam dua lingkaran dan cara melukisnya.

4.7 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sudut pusat, sudut keliling, panjang busur, dan luas juring lingkaran, serta hubungannya.

4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan garis singgung persekutuan luar dan persekutuan dalam dua lingkaran.

1. Menurunkan rumus untuk menentukan keliling lingkaran menggunakan masalah kontekstual.
2. Menurunkan rumus untuk menentukan luas daerah lingkaran menggunakan masalah kontekstual.
3. Menentukan hubungan sudut pusat dengan panjang busur lingkaran.
4. Menentukan hubungan sudut pusat dengan luas juring lingkaran.
5. Menemukan rumus untuk menentukan garis singgung persekutuan dalam antara dua lingkaran.
6. Menurunkan rumus untuk menentukan garis singgung persekutuan luar antara dua lingkaran.
7. Menurunkan rumus untuk menentukan garis singgung persekutuan dalam antara dua lingkaran.
8. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan keliling lingkaran dan luas daerah lingkaran.
9. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sudut pusat, sudut keliling, panjang busur, dan luas juring lingkaran, serta hubungannya.
10. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan garis singgung persekutuan luar dan persekutuan dalam dua lingkaran.

F.
Peta
Konsep

Menentukan hubungan antara Sudut pusat dan sudut keliling
Menentukan rumus luas juring
Menentukan rumus panjang busur
Lingkaran
Garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran
Garis singgung persekutuan luar dua lingkaran

G. Narasi Tokoh Matematika

Archimedes
(287 SM - 212 SM)

Sejarah π (pi)

Bilangan π adalah salah satu bilangan yang ditemukan sejak jaman dahulu. Bilangan itu menunjukkan perbandingan dari keliling terhadap diameter lingkaran.

Beberapa orang jaman dulu menggunakan bilangan 3 sebagai bilangan π. Bilangan itu jauh dari keakuratan, namun bilangan itu mudah untuk digunakan dalam perhitungan. Bangsa Babilonia menggunakan bilangan yang hampir akurat: $3 + \frac{1}{8}$. Kemudian orang Mesir kuno, yang diperkirakan berusia 1650 Sebelum Masehi, menggunakan nilai π yaitu $4 \times \frac{8}{9} \times \frac{8}{9}$. Kemudian sekitar 250 Sebelum Masehi, seorang matematikawan Yunani terkenal bernama Archimedes menggunakan poligon sebagai bantuan untuk menemukan nilai π yaitu antara $\frac{223}{71}$ dan $\frac{22}{7}$.

Gambar 7.1 Segienam

Pada abad ke-50, seorang matematikawan Cina bernama Zu Chungzhi menemukan bilangan π yang lebih akurat daripada temuan Archimedes. Nilai ini tersebut adalah $\frac{335}{113}$, dan enam satuan desimal π seperti yang sekarang digunakan.

Pada tahun 1400, seorang matematikawan Persia bernama Al Kashi menemukan nilai π hingga 16 digit desimal. Dia menggunakan strategi Archimedes, namun dia melipatgandakan sisinya 23 kali.

William Jones, seorang matematikawan Inggris, memperkenalkan simbol modern untuk "pi" pada tahun 1700. Simbol "π" dipilih karena π di Yunani, pelafalan huruf π menyerupai huruf "p" singkatan perimeter (keliling lingkaran). Sejalan dengan berkembangnya teknologi, penemuan nilai π telah lebih dari 1 triliun digit di belakang koma.

Hikmah yang bisa diambil:

1. Dengan kerja keras dan usaha pantang menyerah akan menghasilkan sesuatu yang kita harapkan.
2. Saling menghormati pendapat orang lain, meskipun berbeda dengan pendapat kita.

Sumber: camphalfblood.wikia.com

Mengenal Lingkaran

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

*Materi tentang lingkaran telah dipelajari oleh siswa ketika di SD. Di kelas VIII ini siswa akan diajak untuk mempelajari lebih banyak tentang materi lingkaran. Pada **Kegiatan 7.1** ini siswa diharapkan akan memahami tentang:*

1. *Pengertian lingkaran (secara intuitif)*
2. *Unsur-unsur lingkaran*

Sebelum memulai kegiatan pada bab lingkaran ini sebaiknya guru dan siswa menyiapkan alat berupa:

1. *Penggaris*
2. *Busur*
3. *Jangka*

Hal-hal yang perlu diperhatikan ketika siswa melakukan pengamatan.

Guru mengajak siswa untuk memahami lingkaran dan bukan lingkaran melalui pengamatan gambar bentuk lingkaran dan bukan lingkaran. Setelah mengamati diharapkan siswa mendapatkan pemahaman bahwa lingkaran adalah:

1. Berupa kurva tutup
2. Semua titik pada lingkaran berjarak sama terhadap suatu titik (titik pusat)

Untuk mengecek pemahaman siswa, diharapkan guru memberikan contoh.

Di awal kegiatan disajikan beberapa manfaat pemahaman unsur-unsur lingkaran dalam kehidupan sehari-hari. Manfaat yang disajikan di buku siswa adalah 1) Cara melukis lingkaran pada papan berbentuk persegi panjang, 2) Cara menentukan titik pusat busur lingkaran menggunakan tali busur. Silakan guru membuat contoh lain untuk memotivasi siswa dalam mempelajari lingkaran.

Pertanyaan kritis

Pada Langkah 2, ada catatan, bahwa 2 garis yang dibuat tidak boleh sejajar, mengapa?

Jawaban pertanyaan kritis:

Jika dua garis (tali busur) yang dibuat sejajar, maka garis kedua garis sumbunya tidak akan berpotongan (tetapi berimpit). Dengan kata lain, jika dua garis yang dibuat saling sejajar, maka tidak akan terbentuk titik pusat lingkaran.

Guru mengajak siswa untuk memahami unsur-unsur lingkaran berdasarkan ciri-ciri yang disajikan pada Buku Siswa. Unsur-unsur yang diamati sebagai berikut.

No.	Nama Unsur	Ciri-ciri
1.	Jari-jari	✓ Berupa ruas garis ✓ Menghubungan titik pada lingkaran dengan titik pusat
2.	Diameter	✓ Berupa ruas garis ✓ Menghubungkan dua titik pada lingkaran ✓ Melalui pusat lingkaran
3.	Tali busur	✓ Berupa ruas garis ✓ Menghubungkan dua titik pada lingkaran
4.	Apotema	✓ Berupa ruas garis ✓ Menghubungkan titik pusat dengan satu titik di tali busur ✓ Tegak lurus dengan tali busur
5.	Juring	✓ Berupa daerah di dalam lingkaran ✓ Dibatasi oleh dua jari-jari dan satu busur lingkaran ✓ Jari-jari yang membatasi memuat titik ujung busur lingkaran
6.	Tembereng	✓ Berupa daerah di dalam lingkaran ✓ Dibatasi oleh satu tali busur dan busur lingkaran
7.	Sudut pusat	✓ Terbentuk dari dua sinar garis (kaki sudut) ✓ Kaki sudut berhimpit dengan jari-jari lingkaran ✓ Titik sudut berhimpit dengan titik pusat lingkaran

Keterangan: Untuk istilah busur, juring, tembereng, maupun sudut, jika tidak disebutkan secara spesifik minor atau mayor, maka kita sepakati minor.

Guru mengajak siswa untuk membuat pertanyaan sesuai hal-hal yang diamati dan mengarah pada tercapainya tujuan pembelajaran.

Contoh pertanyaan:

1. Apakah hubungan antara busur minor dengan busur mayor?
2. Mengapa tidak ada apotema yang bersesuaian dengan diameter?

Guru meminta siswa untuk menggali informasi lebih jauh terhadap ciri-ciri unsur lingkaran yang sudah diamati. Salah satu caranya adalah dengan meminta siswa untuk menggambar masing-masing unsur lingkaran dengan bentuk yang berbeda.

Guru mengajak siswa untuk membuat pengertian menggunakan kalimat mereka sendiri dengan merangkai ciri-ciri yang sudah diamati dan dipahami. Dalam hal ini guru tidak perlu terlalu matematis dalam mendefinisikan suatu istilah. Guru memberikan pengarahan jika dirasa pemahaman siswa tentang masing-masing unsur masih kurang sesuai.

Tanggapan Kritis: Hubungan Antar Unsur Lingkaran

Berilah tanggapan (Ya/Tidak) terhadap pernyataan berikut serta berikan alasan.

No	Pernyataan	Ya/Tidak
1.	Panjang diameter sama dengan 2 kali panjang jari-jari lingkaran.	Ya
2.	Jumlah panjang busur besar dengan busur kecil sama dengan keliling lingkaran	Ya
3.	Busur adalah bagian dari keliling lingkaran.	Ya
4.	Keliling lingkaran adalah busur terbesar.	Ya
5.	Diameter adalah tali busur terpanjang.	Ya
6.	Apotema selalu tegak lurus dengan suatu tali busur	Ya
No	**Pernyataan**	**Ya/Tidak**

7.	Luas tembereng sama dengan luas juring dikurangi segitiga yang sisinya adalah dua jari-jari yang membatasi juring dan tali busur pembatas tembereng	Ya
8.	Jika semakin besar luas suatu juring maka ukuran sudut pusat yang bersesuaian dengan juring tersebut akan semakin besar juga	Ya
9.	Jika semakin kecil panjang suatu busur maka ukuran sudut pusat yang menghadap busur tersebut akan semakin kecil juga	Ya

Guru mengajak siswa untuk menalar dengan menanggapi pernyataan pada bagian **Ayo Kita Menalar**.

Jawaban Ayo Kita Menalar:

No	Pernyataan	Ya/Tidak
1.	Setiap tali busur adalah diameter	Tidak
2.	Setiap diameter adalah tali busur	Ya
3.	Lingkaran adalah busur terbesar	Ya
4.	Pada tali busur yang berhimpit dengan diameter, tali busur tersebut tidak memiliki epotema	Ya
5.	Luas suatu juring sebanding dengan sudut pusat yang bersesuaian dengan juring tersebut.	Ya
6.	Panjang suatu busur sebanding dengan sudut pusat yang bersesuaian dengan busur tersebut.	Ya

7. Berikut ini langkah menentukan diameter lingkaran yang tidak diketahui titik pusatnya.
   a. Melukis dua tali busur yang tidak sejajar.
   b. Melukis garis sumbu kedua tali busur tersebut sehingga berpotongan di satu titik (titik pusat).
   c. Melukis tali busur yang melalui titik tersebut. Tali busur itu adalah diameter yang diinginkan.
8. Panjang busur mayor = $K - x$

9. a. Ukur keliling alas stupa menggunakan tali
   b. Potong tali tersebut menjadi dua bagian sama panjang (setengah lingkaran).
   c. Rentangkan tali tertsebut pada alas stupa, kemudian tandai di kedua ujungnya. Dua titik tersebut pasti titik terjauh dari alas stupa dan bila kedua titik tersebut langsung dihubungkan akan membentu diameter.

Guru meminta siswa untuk mempresentasikan hasil menalarnya. Guru memandu agar diskusi antar siswa terarah.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 7.1
Tanda (-) sebagai latihan

A. Pilihan Ganda

1. A
2. D

B. Esai

1. 6,5 cm
2. Ya
3. Ya, kedua sumbu tersebut adalah garis yang berhimpit dengan diameter lingkaran, sehingga perpotongannya tepat di titik pusat.
4. Tidak ada, karena diameter adalah tali busur terpanjang.
5. Tidak bisa, karena apotema adalah ruas terpendek yang menghubungkan antara titik pusat dengan tali busur, maka titik pada tali busur tersebut pasti berada di dalam lingkaran (bukan pada lingkaran). Karena titik tersebut berada di dalam lingkaran, maka panjangnya pasti kurang dari jari-jari (ruas yang menghubungkan antara titik pusat dengan lingkaran).

6. Benda yang saling konsentris:
   a. Sisi dalam dengan sisi luar bingkai pada jam dinding berbentuk lingkaran.
   b. Veleg sepeda dengan ban (yang terpasang pada veleg tersebut).
   c. Sisi dalam dengan sisi luar ban sepeda.
7. Langkah melukis garis yang melalui titik *A*, titik *B*, dan titik *C*.
   a. Buat dua ruas garis berbeda (misal *AB* dan *BC*)
   b. Lukis garis sumbu kedua ruas garis tersebut sehingga berpotongan di satu titik (titik pusat), namapi sebagai titik *O*.
   c. Lukis lingkaran dengan pusat titik *O* dan panjang jari-jari *OA* atau *OB* atau *OC* (keterangan: $OA = OB = OC$)
8. Langkah membuat juring setengah lingkaran adalah sama dengan langkah membuat lingkaran, namun panjangnya hanya setengah lingkaran saja dan dibatasi oleh suatu diameter (keterangan: didapat dari garis sumbu ruas garis).
9. a. Selalu
   b. Selalu
   c. Tidak pernah
   d. Selalu
10. a. 120°
    b. 60°
    c. 90°
    d. 30°
11. -
12. -
13. -
14. -
15. -
16. -

Menentukan Hubungan antara Sudut Pusat dengan Sudut Keliling

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Sebelum mengajarkan kegiatan ini sebaiknya guru mengingat lebih dulu materi yang sudah dipelajari pada kegiatan sebelumnya. Hal ini bertujuan agar siswa bisa lebih siap untuk menggunakan dan memahami unsur-unsur lingkaran yang akan digunakan pada kegiatan ini. Guru mengajak siswa untuk memahami sudut keliling yang ada pada buku siswa.
Pada kegiatan ini sebaiknya guru dan siswa menyiapkan alat atau bahan sebagai berikut.

1. *Busur*
2. *Jangka*
3. *Kertas berbentuk lingkaran*
4. *Gunting*
5. *Presentasi sudut pusat dan sudut keliling menggunakan power point (khusus guru)*

Guru mengajak siswa untuk mengamati gambar-gambar yang menjelaskan tentang hubungan sudut pusat dengan sudut keliling pada buku siswa. Guru mengarkan siswa untuk memfokuskan pengamatan pada hubungan antara sudut pusat dengan sudut keliling. Selain gambar yang disediakan pada buku siswa, sebaiknya guru juga menyiapkan presentasi power poin yang menampilkan hubungan sudut pasangan sudut pusat dengan sudut keliling yang lain. Lebih lengkap juga bisa guru mengajak siswa untuk melakukan aktivitas sesuai dengan bentuk sudut pusat dan sudut keliling yang diamati, misal dengan cara kegiatan melipat kertas berbentuk lingkaran.

Guru meminta siswa untuk mengungkapkan hal-hal menarik dari kegiatan mengamati. Guru meminta siswa untuk membuat pertanyaan yang mengarah pada tercapainya kompetensi yang memahami hubungan antara sudut pusat dengan sudut keliling.

Contoh pertanyaan:

1. Bagaimanakah hubungan antara sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur sama?
2. Bagaimanakah hubungan antara sudut keliling yang menghadap busur sama?
3. Berapakah ukuran sudut keliling yang menghadap diameter?
4. Apakah sudut pusat yang menghadap busur yang sama, ukuruannya juga sama?

Guru mengajak siswa untuk melakukan aktivitas melipat-lipat kertas untuk mengetahui hubungan antara sudut pusat dengan sudut keliling. Langkah kegiatan sebagai berikut.

1. Buatlah sketsa dua lingkaran dengan jari-jari sama (misal 5 cm), lalu guntinglah dengan rapi.
2. Lipatlah kedua lingkaran sehingga membentuk sudut pusat 90°. Lalu tandai 2 titik pada busur yang terbentuk misal titik *A* dan *B*.
3. Buka lipatan salah satu lingkaran hingga menjadi bentuk semula, lalu lipat kembali membentuk sudut keliling tertentu yang masing-masing kaki sudutnya melalui titik *A* dan *B*. (Keterangan: Misal kaki sudut satu melalui titik *A*, maka kaki sudut lainnya melalui titik *B*)
4. Bandingkan besar sudut keliling dengan sudut pusat yang telah kalian buat.

Setelah didapatkan satu pasang sudut pusat dan sudut keling, guru meminta siswa untuk melakukan langkah 1 sampai 4, namun dengan ukuran sudut pusat yang berbeda. Minimal 3 pasang sudut pusat dan sudut keliling yang terbentuk.

Setelah 3 pasang sudut pusat dan sudut keliling tersebut dibuat, minta siswa untuk mengukuran ukuran sudut-sudutnya kemudian mencatatnya pada tabel yang sudah disediakan.

Ukuran sudut pusat	**Ukuran sudut keliling**	$\frac{\text{Ukuran sudut pusat}}{\text{Ukuran sudut keliling}}$

Jika siswa bisa mengukur dengan benar, seharusnya siswa akan mendapatkan konsep yang diharapkan, yaitu "ukuran sudut pusat sama dengan dua kali sudut keliling".

Jawaban Ayo Kita Menalar:

1. Sudut keliling: $\angle NEM$, $\angle NFM$

   Sudut pusat: $\angle NOM$

2. Busur MN

3. $m\angle NEM = m\angle NFM$

4. Semua sudut keliling baru tersebut berukuran sama dengan $\angle NEM$ dan $\angle NFM$

5. Tak hingga banyak

6. Semua sedut keliling tersebut berukuran sama besar

7 Semua sudut keliling tersebut ukurannya setengah sudut pusat yang menghadap busur sama.

8. Langkah membuat sudut keliling dengan ukuran 90° adalah sama dengan membuat sudut keliling yang menghadap setengah lingkaran.

Segiempat tali busur

1. $\angle ABC$ dengan $\angle ADC$

   $\angle BAD$ dengan $\angle BCD$

2. Kedua busur jika digabung akan membentuk lingkaran utuh.

3. Jumlah sudut yang berhadapan pada segiempat tali busur sama dengan $\frac{1}{2} \times 360° = 180°$.

Guru meminta siswa atau kelompok siswa untuk mempresentasikan hasil temuannya. Guru menjadi pengarah diskusi antara siswa atau kelompok penyaji dengan siswa lain. Tujuannya agar konsep yang ditemukan dari hasil diskusi sesuai dengan tujuan pembelajaran.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 7.2

1. D
2. C
3. 260°
4. 40°
5. 120°
6. a. $m\angle SPQ = 102°$
   b. $m\angle RSP = 65°$
7. a. $m\angle BOD$ minor = 120°
   b. $m\angle BOD$ mayor = 240°
8. 60 : 100 : 200
9. 80 : 120 : 160

Menentukan Panjang Busur dan Luas Juring

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Sebelum memulai kegiatan ini, guru mengajak siswa untuk mengingat kembali tentang unsur-unsur lingkaran yang sudah dipelajari sebelumnya. Tujuan kegiatan ini adalah siswa mampu menemukan rumus dan menentukan panjang busur dan luas juring suatu lingkaran.

Guru mengajak siswa untuk mengamati tentang gambar busur, juring, dan sudut pusat yang saling berkaitan. Guru diharapkan menyajikan gambar busur dan juring yang sesuai dengan sudut pusat yang lain. Tujuannya adalah untuk memancing rasa ingin tahu siswa tentang hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur dan luas juring.

Guru meminta siswa untuk menyampaikan rasa ingin tahu mereka tentang hal yang diamati dalam bentuk pertanyaan. Pertanyaan diarahkan pada konsep yang ingin dicapai pada pembelajaran. Berikut ini beberapa contoh pertanyaan:

1. Bagaimana hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur lingkaran?
2. Bagaimana hubungan antara sudut pusat dengan luas juring lingkaran?
3. Apakah semakin besar ukuran sudut pusat menghadap busur yang semakin besar juga?
4. Apakah semakin besar ukuran sudut pusat menghadap juring yang semakin besar juga?

Kegiatan **Ayo Kita Menggali Informasi** diawali dengan mengajak siswa untuk mengingat rumus keliling dan luas lingkaran yang sudah mereka peroleh ketika di SD.

Rumus keliling lingkaran yaitu $K = 2\pi r = \pi d$

Rumus luas lingkaran yaitu $L = \pi r^2$

Keterangan:

r = jari-jari lingkaran

d = diameter lingkaran

Konstanta $\pi \approx 3{,}14$ atau $\frac{22}{7}$

Guru mengajak siswa untuk menemukan nilai konstantan π melalui kegiatan **Projek 7.1**. Jika Projek ini dilakukan di kelas, maka guru harus menyampaikan sebelumnya untuk mempersiapkan alat dan bahan yang akan digunakan. Projek juga bisa dijadikan PR kepada siswa.

Kegiatan informasi selanjutnya dibagi menjadi dua bagian. Informasi pertama mengarah pada hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur. Informasi kedua mengarah pada hubungan antara sudut pusat dengan luas juring.

Jawaban Pertanyaan Kritis

No.	Pernyataan	Ya/Tidak
1.	Semakin besar diameter suatu benda berbentuk lingkaran, semakin panjang pula kelilingnya.	Ya
2.	Apabila K adalah keliling lingkaran dan d adalah diameter lingkaran. Semakin besar suatu benda berbentuk lingkaran maka semakin besar pula nilai $\frac{K}{d}$	Tidak

Guru meminta siswa untuk mengerjakan **Projek 7.2** untuk menemukan rumus luas lingkaran yang sudah mereka terima. **Projek 7.2** ini hanya untuk mengecek kembali rumus yang sudah mereka dapatkan tersebut. Pendekatan bangun datar yang disajikan sebagai contoh adalah bangun jajar genjang. Guru bisa mengarahkan kepada siswa untuk membuat bentuk lain, misal segitiga, belah ketupat, persegipanjang, trapesium. **Projek 7.2** sebaiknya dijadikan sebagai tugas PR siswa.

Jawaban Pertanyaan Kritis

Pada kegiatan sebelumnya siswa diajak untuk menemukan pendekatan nilai konstanta π dan mengecek rumus luas dan keliling lingkaran. Kegiatan tersebut untuk memahamkan lagi tentang keliling dan luas lingkaran yang sudah didapatkan oleh siswa ketika masih di SD.

Pada kegiatan ini, lebih terfokus pada kegiatan menemukan rumus menentukan panjang busur dan luas juring.

Guru mengajak siswa untuk mengamati gambar-gambar yang terkait dengan hubungan antara panjang busur dengan sudut pusat berbagai ukuran. Ukuran sudut pusat dipilih yang mudah teramati oleh siswa. Guru bisa menyajikan bentuk gambar lain jika memang diperlukan. Guru bisa menanyakan, "bagaimana cara menentukan panjang busur dengan sudut pusat yang lain?". Pertanyaan ini tidak untuk dijawab langsung, namun akan dilakukan aktivitas untuk menemukannya.

Pada kegiatan mengamati yang kedua ini difokuskan pada hubungan antara sudut pusat dengan luas juring. Guru mengajak siswa untuk mengamati gambar-gambar yang terkait dengan sudut pusat dan luas juring yang sesuai dengan sudut pusat tersebut. Ukuran sudut pusat dipilihkan agar mudah diamati oleh siswa. Guru bisa menyajikan gambar juring dengan sudut pusat lain jika dirasa perlu.

Pancing siswa untuk menunjukkan rasa ingin tahunya tentang hal yang diamati dengan menyampaikan dalam bentuk pertanyaan yang terkait materi. Berikut ini contoh pertanyaan yang bisa diajukan.

1. Bagaimana hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur.
2. Bagaimana hubungan antara sudut pusat dengan luas juring.
3. Apakah semakin besar sudut pusat, semakin besar pula busur yang dihadap?
4. Apakah semakin besar sudut pusat, semakin besar pula juring yang dihadap?

Guru meminta siswa untuk merekap ukuran sudut pusat, panjang busur, dan luas juring hasil dari pengamatan siswa. Guru mengarahkan agar siswa mengamati keterkaitan antara sudut pusat dengan panjang busur dan luas juring yang nampak.

Jawaban Ayo Kita Menalar

1. Panjang busur = $\frac{a}{360} \times 2\pi r$

   Keterangan:

   α = ukuran sudut pusat

   r = jari-jari

2. Luas juring = $\frac{a}{360} \times \pi r^2$

   Keterangan:

   α = ukuran sudut pusat

   r = jari-jari

   a. Luas juring lingkaran $A = \frac{a}{360} \times \pi r^2$

   b. Luas juring lingkaran $B = 2 \times \frac{a}{360} \times \pi r^2$

   dari hasi perhitungan tersebut, dapat ditentukan bahwa juring lingkaran B lebih besar daripada lingkaran A.

4. Jawaban pertanyan ini bisa bermacam-macam. Berikut ini beberapa alternatif jawaban.

	Jari-jari	Sudut pusat
Alternatif 1	$2r$	$\frac{1}{4}\alpha$
Alternatif 2	$3r$	$\frac{1}{9}\alpha$
Alternatif 3	$4r$	$\frac{1}{16}\alpha$

Guru meminta salah satu siswa atau kelompok siswa untuk mempresentasikan temuannya. Guru memandu diskusi agar mengarah pada kompetensi yang ingin dicapai dalam pembelajaran.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 7.3

Tanda (-) sebagai latihan

A. Pilihan Ganda

1. D
2. B
3. C
4. B
5. C
6. B
7. B
8. B
9. B

B. Esai

1. Lengkapilah tabel berikut.

Sudut pusat (°)	Jari-jari (cm)	π	Panjang busur (cm)
90	7	$\frac{22}{7}$	11
60	21	$\frac{22}{7}$	22
120	42	$\frac{22}{7}$	88
18	100	3,14	31,4
72	1.000	3,14	1.256

2. Lengkapilah tabel berikut.

Sudut pusat (°)	Jari-jari (cm)	π	Luas juring (cm^2)
100	6	3,14	31,4
25	12	31,4	31,4
120	90	31,4	8.478

3. -
4. -
5. -
6. -
7. -
8. -
9. -
10. -
11. -
12. -

Mengenal Garis Singgung Lingkaran

Guru mengajak siswa untuk memahami garis singgung lingkaran melalui gambar. Guru silakan menambahkan gambar lain jika diperlukan.

Pada pengamatan ini ajak siswa untuk memahami bahwa:
1. Jarak titik singgung dengan titik pusat sama dengan jari-jari
2. Sudut yang dibentuk oleh garis singgung dengan jari-jari adalah siku-siku

Menentukan Garis Singgung Persekutuan Luar Dua Lingkaran

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Sebelum memilai kegiatan ini, sebaiknya guru meminta siswa untuk menyiapkan:
1. *Jangka*
2. *Penggaris*
3. *Busur*

Guru mengajak siswa untuk mengamati langkah-langkah untuk membuat garis singgung persekutuan luar dua lingkaran sekaligus meminta mereka untuk melakukan langkah demi langkah tersebut. Minta siswa mengamati garis yang terbentuk dari setiap langkah yang dilakukan.

Guru meminta siswa untuk membuat pertanyaan tentang hal-hal yang diamati. Berikut ini contoh pertanyaan yang diharapkan:

1. Bagaimana cara menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran?
2. Bagaimana sudut yang dibentuk oleh garis singgung persekutuan luar dua lingkaran dengan jari-jari kedua lingkaran?
3. Adakah hubungan antara panjang garis singgung dengan teorema Pythagoras?
4. Bagaimana panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran yang terbentuk kalau kedua lingkarannya sama panjang?

Guru meminta siswa untuk menggali informasi tentang cara menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran. Panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran yang dimaksud adalah jarak kedua titik singgung pada garis singgung persekutuan tersebut.

1. Pada kegiatan **Ayo Kita Menalar** ini guru meminta siswa untuk menguraikan langkah menurunkan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran melalui teorema Pythagoras. Berikut ini alternatif langkah menurunkan rumus panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran:

   $QS^2 = PQ^2 - PS^2$

   Karena $QS = FH$

   $PS = r_2 - r_1$

   Didapatkan

   $FH^2 = PQ^2 - (r_2 - r_1)^2$

   $FH = \sqrt{PQ^2 - (r_2 - r_1)^2}$

2. Jika panjang jari-jari kedua lingkaran sama, maka panjang garis singgung sama dengan jarak kedua titik pusat lingkaran tersebut.

Guru meminta siswa untuk melakukan simulasi melukis garis singgung persekutuan dua lingkaran, dan mempresentasikan hasilnya.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 7.4
Tanda (-) sebagai latihan

A. Pilihan Ganda

1. B
2. B
3. C
4. D
5. B

B. Esai

1. -
2. -
3. -
4. -
5. -

Menentukan Garis Singgung Persekutuan dalam Dua Lingkaran

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Sebelum memilai kegiatan ini, sebaiknya guru meminta siswa untuk menyiapkan:
1. *Jangka*
2. *Penggaris*
3. *Busur*

Guru mengajak siswa untuk mengamati langkah-langkah untuk membuat garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran sekaligus meminta mereka untuk melakukan langkah demi langkah tersebut. Minta siswa mengamati garis yang terbentuk dari setiap langkah yang dilakukan.

Guru meminta siswa untuk membuat pertanyaan tentang hal-hal yang diamati. Berikut ini contoh pertanyaan yang diharapkan:

1. Bagaimana cara menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran?
2. Bagaimana sudut yang dibentuk oleh garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran dengan jari-jari kedua lingkaran?
3. Apa hubungan antara garis singgung persekutuan dalam, jari-jari, dan jarak titik pusat kedua lingkaran?
4. Adakah hubungan antara panjang garis singgung dengan teorema Pythagoras?
5. Bagaimana panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran yang terbentuk kalau kedua lingkarannya sama panjang?

Guru meminta siswa untuk menggali informasi tentang cara menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran. Panjang garis singgung persekutuan luar dalam lingkaran yang dimaksud adalah jarak kedua titik singgung pada garis singgung persekutuan tersebut.

Pada kegiatan menalar ini guru meminta siswa untuk menguraikan langkah menurunkan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran melalui teorema Pythagoras. Berikut ini alternatif langkah menurunkan rumus panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran:

$QZ^2 = PQ^2 - PZ^2$

Karena $QZ = FI$

$PZ = r_2 + r_1$

Didapatkan

$FI^2 = PQ^2 - (r_2 + r_1)^2$

$FI = \sqrt{PQ^2 - (r_2 + r_1)^2}$

Guru meminta siswa untuk melakukan simulasi melukis garis singgung persekuatun dua lingkaran, dan mempresentasikan hasilnya.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 7.5
Tanda (-) sebagai latihan

A. Pilihan Ganda

1. B
2. A
3. D
4. B
5. -

B. Esai

1. -
2. -
3. -
4. -
5. -

I. Evaluasi Pembelajaran 7

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang Lingkaran, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan **Latihan 7.1** sampai **Latihan 7.5**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Untuk mengetahui siswa yang sudah mampu mencapai kompetensi dasar pada kegiatan ini, guru bisa melihat bagaimana siswa menyelesaikan soal-soal yang tingkatan lebih sulit. Selanjutnya, guru bisa mengamati siswa apakah siswa sudah mampu menyelesaikan soal-soal tersebut. Apabila terdapat siswa yang sudah mempu menyelesaikan soal-soal tersebut, minta siswa tersebut untuk berbagi degan teman-teman yang lain

J. Remedial

Bagi siswa yang sudah mencapai indikator pembelajaran, dapat melanjutkan ke bagian Pengayaan. Pada kegiatan remedial guru ditantang untuk memberikan pemahaman kepada siswa yang belum mencapai kompetensi dasar. Berikut ini alternatif cara untuk memberikan remedi:

1. Meminta siswa untuk mempelajari kembali bagian yang belum tuntas.
2. Meminta siswa untuk membuat rangkuman materi yang belum tuntas.
3. Meminta siswa untuk bertanya kepada teman yang sudah tuntas tentang materi yang belum tuntas.
4. Memberikan lembar kerja untuk dikerjakan oleh siswa yang belum tuntas.

K. Pengayaan

Pembelajaran pengayaan diberikan kepada siswa yang telah mencapai atau melampaui KKM. Ada beberapa kegiatan yang dapat dirancang dan dilaksanakan oleh Guru dalam kaitannya dengan pengayaan, diantaranya melakukan kegiatan berikut.

1. Belajar kelompok, yaitu sekelompok siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan bersama pada dan/atau di luar jam pelajaran;
2. Belajar mandiri, yaitu siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan sendiri/ individual;
3. Pembelajaran berbasis tema, yaitu memadukan beberapa konten pada tema tertentu sehingga siswa dapat mempelajari hubungan antara berbagai disiplin ilmu.

Pembelajaran pengayaan biasanya hanya diberikan sekali, tidak berulang-kali sebagaimana pembelajaran remedial. Pembelajaran pengayaan umumnya tidak diakhiri dengan penilaian.

L. Ayo Kita Mengerjakan Tugas Projek 7

Projek 7.1

Minta siswa untuk mengerjakan Tugas **Projek 7.1** setelah **Kegiatan 7.3** selesai.

Projek 7.2

Minta siswa untuk mengerjakan **Tugas Projek 7.2**. Berikan informasi secukupnya agar siswa bisa mengerjakan tugas projek dengan baik. Beri kebebasan kepada siswa untuk memotong lingkaran menjadi juring-juring dengan jumlah potongan yang berbeda dengan yang dicontohkan di gambar.

1. Pada sudut pusat dan sudut keliling dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama, besar sudut pusat sama dengan 2 kali dari sudut keliling tersebut.
2. Misal: $m\angle POQ$ = sudut pusat yang menghadap busur PQ

   Panjang Busur $PQ = \frac{(m\angle POQ)}{360} \times$ keliling lingkaran
3. Misal: $m\angle POQ$ = sudut pusat yang menghadap busur PQ

   Luas juring $POQ = \frac{(m\angle POQ)}{360} \times$ luas lingkaran
4. Panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran.

   $QS = \sqrt{PQ^2 - (r_2 - r_1)^2}$
5. Panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran.

   $QZ = \sqrt{PQ^2 - (r_2 + r_1)^2}$

Berikut penyelesaian Uji Kompetensi 7

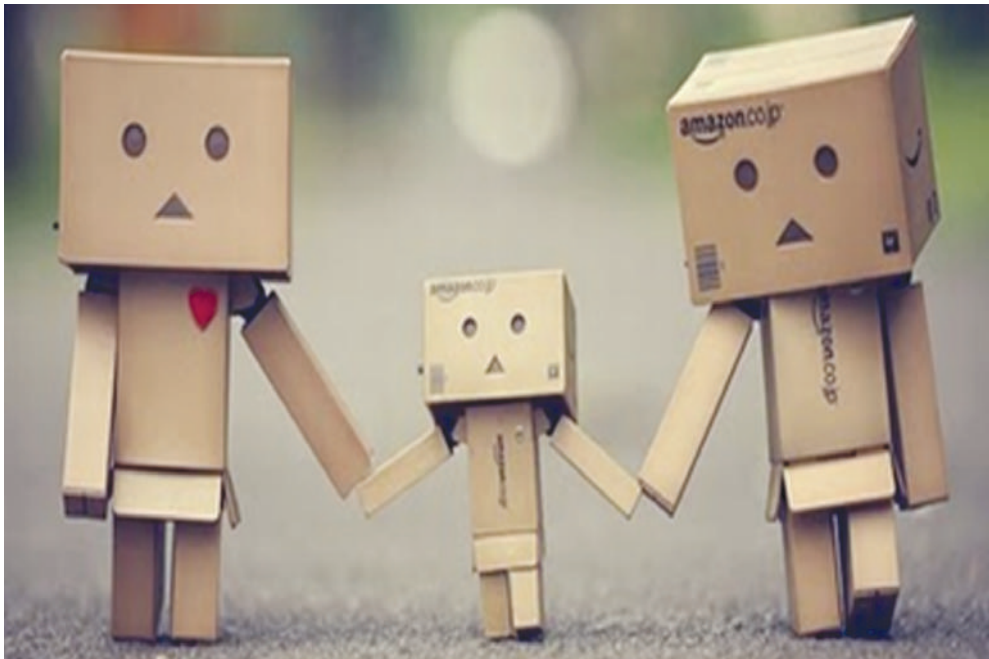
A. Pilihan Ganda

1. A	6. B	11. A	16. C
2. C	7. D	12. C	17. A
3. B	8. D	13. C	18. D
4. B	9. B	14. A	19. C
5. A	10. C	15. D	20. A

B. Esai

1. a. AC = 48 cm
   b. DE = 24 cm
2. 88 cm
3. 51,4 cm
4. 126 cm^2
5. -
6. -
7. -
8. -
9. -
10. -

Bab 8 Bangun Ruang Sisi Datar

Sumber: https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/bangun-ruang-sisi-datar-pak-tohir.jpg

Boneka Danboard

A. Narasi Awal Bab

Sebuah boneka Danboard dibuat dari kertas karton board. Boneka ini adalah kreasi dari Azuma Kiyohiko seorang komikus serial manga Yotsuba. Bentuk boneka ini sangat unik, yaitu action figure dengan penampilan seperti manusia dengan ukuran mini 7 cm dan 13 cm.

Siapa pun pasti akan merasa gemas ketika melihat si boneka ini. Bagaimana tidak, boneka dapat digerakkan secara manual dan dibentuk dengan berbagai macam gaya yang unik. Perusahaan yang membuatnya menggunakan teknologi tinggi di setiap persendian boneka ini sehingga membuatnya mampu bergerak luwes.

Pertanyaannya sekarang adalah bagaimanakah cara membuat karton boneka secara manual? Tentunya untuk menjawab pertanyaan tersebut kita harus tahu terlebih dahulu tentang materi bangun ruang sisi datar, karena di setiap sisi bagian tertentu luasnya harus ada yang sama.

B. Kata Kunci

- *Sisi tegak*
- *Sisi alas*
- *Luas permukaan*
- *Volume*

C. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

D. Kompetensi Dasar

3.9 Membedakan dan menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar (kubus, balok, prisma, dan limas).

4.9 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar (kubus, balok, prisma, dan limas), serta gabungannya.

Indikator pencapaian kompetensi pada kegiatan pembelajaran, guru dapat mengembangkan sendiri indikator pencapaian kompetensi berdasarkan dari kondisi peserta didik masing-masing di tempat guru mengajar.

Berikut ini dipaparkan contoh indikator pencapaian kompetensi yang dapat dijabarkan dari KD 3.9 dan KD 4.9.

1. Membuat jaring-jaring kubus dan balok melalui benda konkret.
2. Menemukan turunan rumus luas permukaan balok dan kubus.
3. Menghitung luas permukaan kubus dan balok.
4. Mengetahui jaring-jaring prisma sehingga dapat menemukan turunan rumus luas permukaannya.
5. Menemukan syarat-syarat tertentu yang harus diketahui pada suatu soal agar luas permukaan limas bisa ditentukan.
6. Menemukan pola tertentu untuk mengetahui turunan rumus volume kubus dan balok.
7. Menghitung volume kubus dan balok.
8. Memahami proses dalam menemukan rumus volume prisma dan limas.
9. Menghitung volume prisma dan limas.
10. Menemukan hubungan antara diagonal ruang, diagonal bidang, dan bidang diagonal dalam bangun ruang sisi datar.
11. Menentukan panjang diagonal ruang, diagonal bidang, dan luas bidang diagonal.
12. Menyelesaikan masalah yang melibatkan kubus, balok, prisma, atau limas.
13. Menghitung luas permukaan bangun ruang sisi datar gabungan.
14. Menghitung volume bangun ruang sisi datar gabungan.
15. Menyelesaikan masalah yang melibatkan diagonal ruang, diagonal bidang, dan bidang diagonal.

F. Peta Konsep

Bangun Ruang Sisi Datar
Hubungan antara Diagonal ruang, Diagonal bidang, dan Bidang diagonal
Luas Permukaan
Volume
Kubus
Balok
Prisma
Limas
Bangun Ruang Sisi Datar Gabungan

Archimedes dari Syracusa (287 SM - 212 SM). Ia belajar di kota Alexandria, Mesir. Pada waktu itu yang menjadi raja di Sirakusa adalah Hieron II, sahabat Archimedes. Archimedes sendiri adalah seorang matematikawan, astronom, filsuf, fisikawan, dan insinyur berbangsa Yunani. Ia dibunuh oleh seorang prajurit Romawi pada penjarahan kota Syracusa, meskipun ada perintah dari Jendral Romawi, Marcellus bahwa ia tak boleh dilukai. Sebagian sejarahwan matematika memandang Archimedes sebagai salah satu matematikawan terbesar dalam sejarah, bersama-sama Newton dan Gauss.

Archimedes
(287 SM - 212 SM)

Archimedes dikenal karena ide sainsnya mengenai teori mengembang dan tenggelam. Menurut cerita, pada suatu hari ia dimintai Raja Hieron II untuk menyelidiki apakah mahkota emasnya dicampuri perak atau tidak. Archimedes memikirkan masalah ini dengan sungguh-sungguh. Hingga ia merasa sangat letih dan menceburkan dirinya dalam bak mandi umum penuh dengan air. Lalu, ia memerhatikan ada air yang tumpah ke lantai dan seketika itu pula ia menemukan jawabannya. Ia bangkit berdiri, dan berlari sepanjang jalan ke rumah dengan telanjang bulat. Setiba di rumah ia berteriak pada istrinya, "Eureka. Eureka." yang artinya "sudah kutemukan. sudah kutemukan."

Archimedes hanya perlu memperoleh jumlah kuantitas emas yang digunakan untuk membuat mahkota itu, lalu menentukan berat jenisnya dengan proses yang sama. Jika berat jenis mahkota itu tidak sama, berarti emas itu mengandung emas campuran. Ia berhasil menemukan cara mengetahui volume berat jenis benda tersebut dengan memasukkannya ke dalam air. Kemudian, mengukur berapa banyak air yang didorong oleh benda tersebut.Ia juga dikenal sebagai matematikawan yang sangat hebat, salah satu penemuannya adalah menemukan rumus bangun datar dan volume bangun ruang.

Beberapa hikmah yang mungkin bisa kita petik antara lain:

1. Setiap apa yang kita lakukan, buatlah menjadi sesuatu yang sangat berarti.
2. Jika kita dihadapkan dengan suatu masalah, berusahalah dengan sekuat tenaga untuk segera mencari solusinya. Salah satu cara supaya masalah cepat selesai adalah dengan menenangkan diri dan merenungkan tentang masalah tersebut dan munculkanlah pertanyaan-pertanyaan yang sesuai dengan konteks permasalahan. Misalkan: bagaimana cara untuk mengetahuinya? Apa yang harus dilakukan? Kenapa seperti ini? Kenapa tidak begitu? Dan lain-lain.
3. Kita harus bisa menerapkan materi yang satu dengan materi yang lainnya untuk memecahkan masalah yang ada di sekitar kita.
4. Segala sesuatu yang dapat kita amati pada fenomena alam ini dan bisa mempertanyakannya serta bisa memperoleh jawabannya, maka kita akan memperoleh pengetahuan baru yang sangat bermanfaat bagi diri kita pada khususnya dan orang lain pada umumnya.

Sumber: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e7/Domenico-Fetti_Archimedes_1620.jpg

Berikut ini alternatif kegiatan proses pembelajaran pada topik bangun ruang sisi datar. Teman-teman guru dapat memodifikasinya dengan kondisi guru sendiri dan siswa di sekolah masing-masing. Teman-teman guru dapat juga menggunakan cara yang sama sekali lain sesuai dengan kondisi guru sendiri, siswa dan sekolah masing-masing.

Menentukan Luas Permukaan Kubus dan Balok

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Sediakan beberapa (secukupnya) kotak kue atau kardus kecil yang berbentuk kubus dan balok.*
2. *Sediakan juga alat-alat pemotong seperti gunting, kater, atau lainnya.*
3. *Siapkan beberapa macam kerangka bangun ruang kubus dan balok.*
4. *Siapkan beberapa contoh model jaring-jaring balok dan kubus, kemudian tanyakan kepada siswa: "bisakah kalian membuat model jaring-jaring balok atau kubus sebanyak 21 model jaring-jaring?*
5. *Sediakan buku-buku pendamping matematika lainnya atau kalau memungkinkan ajaklah siswa ke laboratorium komputer ketika kegiatan ayo kita menggali informasi.*
6. *Siswa dibentuk kelompok kecil siswa (sebanyak 4 – 5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif.*

Guru memberikan gambaran awal tentang bangun ruang sisi datar yang ada kaitannya dalam kehidupan nyata. Siswa diberikan beberapa pertanyaan-pertanyaan tentang menyusun suatu objek disusun dengan susunan yang rapi. Contoh: bisakah kalian menyusun suatu objek dengan bentuk kubus, balok, prisma, atau limas?

Guru mengajak siswa untuk memperhatikan **Gambar 8.1**. Batu bata merah, potongan buah-buahan, dan rubrik tersebut disusun dengan rapi dan membentuk kubus atau balok, bagian luarnya terbentuk bidang-bidang yang merupakan bidang sisi balok. Dapatkah kalian menghitung luas bidang sisinya? Ada berapa batu bata yang digunakan? Perhatikan perpotongan antar bidang sisinya. Dapatkah kalian menjelaskan apakah yang terjadi? Coba amati, adakah tiga rusuk yang berpotongan di satu titik? Jika ada, sebutkan dan berapa banyaknya?

Ajaklah siswa untuk memahami **Masalah 8.1**. Bagikan kotak kue atau kardus kecil kepada kelompok siswa baik yang berbentuk balok maupun kubus, bagikan pula alat-alat pemotong seperti gunting atau kater atau lainnya. Fokus pengamatan adalah akan melakukan suatu kegiatan pembuktian langsung terhadap kotak kue atau kardus kecil untuk mengetahui luas seluruh pemukaannya. Ajaklah siswa untuk mengamati langkah-langkah penyelesaian **Masalah 8.1**. Motivasilah siswa agar membuat kesimpulan dari hasil kegiatan yang telah di amati.

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan (*questioning*); pada kegiatan ini siswa membuat pertanyaan yang akan diajukan kepada guru apabila ingin membuat pernik-pernik berbentuk kubus dari karton.

Contoh pertanyaan: (1) Bagaimana cara membuat kubus dengan ukuran 12 cm?

(2) Seberapa banyak pernik-pernik yang dibutuhkan?

Kemudian ajaklah siswa untuk memahami sedikit informasi yang sudah disediakan dalam buku tersebut.

Setelah memahami sedikit informasi dirasa sudah cukup, informasikan kegiatan selanjutnya, yaitu menggali informasi (pada pojok pustaka atau di perpustakaan) tentang permasalahan yang sudah disediakan pada buku siswa.

Selanjutnya ajaklah siswa untuk mendiskusikan kasus yang terdapat pada kegiatan menalar dengan menggunakan rumus luas permukaan balok atau kubus yang sudah diketahui. Berikut alternatif penyelesaiannya.

Luas karton $= 0{,}5 \text{ m} \times 1 \text{ m}$

$= 50 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}$

$= 5.000$

Luas kado $= 2(10 \times 12 + 10 \times 20 + 12 \times 20)$

$= 2(120 + 200 + 240)$

$= 2(550)$

$= 1.100$

Akan dibuat sebanyak 500 buah, sehingga

$500 \times 1.100 = 550.000$

Dengan demikian, banyak minimal karton yang dibutuhkan adalah $\frac{550.000}{5.000} = 110$ karton.

Informasikan kepada siswa untuk mendikusikannya dengan kelompok lain, dimana dalam kegiatan ini guru meminta untuk membandingkan hasil jawabannya dengan kelompok tersebut.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 8.1

Tanda (-) sebagai latihan

1. a. Banyak kerangka balok yang dapat dibuat = 4 buah.
   b. Sisa kawat dari yang telah digunakan untuk membuat balok = 40 cm.
2. Tidak, Ya, Ya, Tidak
3. -
4. -
5. -

6. Alternatif Jawaban:

   Salah satu caranya dengan menguraikan rumus luas permukaan balok berdasarkan luas permukaan balok yang diketahui, yaitu menjadi sebagai berikut.

   $t = \dfrac{242 - p \times l}{p + l}$, syarat $p + l \neq 0$ dan $p \times l < 242$

   Nilai p dan l berdasarkan yang kita tentukan sendiri.

   Contoh: (1) jika p = 4 dan l = 2, maka t = 39

   (2) p = 10 dan l = 9, maka t = 8

   (3) Cobalah temukan ukuran yang lainnya

7. B. Seluruh biaya pengecetan aula = Rp6.400.000,00

8. -

9. Banyak kubus satuan yang memiliki warna biru saja = 32 buah.

10. -

11. Jumlah semua bilangan yang dituliskan pada sisi-sisi kubus tersebut = 21.

Menentukan Luas Permukaan Prisma

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Sediakan beberapa kerangka prisma lengkap dengan jaring-jaringnya.*
2. *Sediakan kertas HVS secukupnya.*
3. *Siswa dibentuk kelompok kecil siswa (sebanyak 4 – 5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif.*

Guru memberikan gambaran awal tentang bangun prisma yang terdapat pada kehidupan nyata, gambar gubuk disawah dan tenda perkemahan. Pernahkah kalian menjumpai bagian atas gubuk dan tenda perkemahan seperti gambar berikut? Dimanakah kalian menjumpainya? Berilah kesempatan kepada siswa untuk menyebutkan contoh lain dalam kehidupan nyata yang terdiri dari bangun prisma.

Ajaklah siswa untuk memikirkan tentang bagaimana cara menentukan banyak genteng yang terdapat pada gubuk sawah di **Gambar 8.7**. kemudian ajaklah juga siswa untuk memikirkan tentang bagaimana cara menentukan berapa meter kain yang digunakan pada tenda perkemahan di **Gambar 8.7**. Kemudian ditunjukkan beberapa macam bentuk prisma, yaitu prisma segitiga, prisma segiempat, prisma segilima dan prisma segidelapan.

Informasikan tugas yang akan mereka kerjakan, yaitu akan mengamati kerangka bangun prisma dan jaring-jaringnya pada **Tabel 8.1**

Fokus pengamatan adalah memperhatikan dengan teliti model-model prisma, jaring-jaringnya, dan dan potongan-potongannya pada **Tabel 8.1**.

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan; pada kegiatan ini siswa membuat pertanyaan tentang model-model prisma dan jaring-jaringnya serta potongan-potongannya.

Contoh pertanyaan:
(1) Kenapa dua sisi yang saling berhadapan dianggap sebagai alas?
(2) Bukankah kalau suatu bangun ruang itu ada alasnya juga ada tutupnya?

Kemudian ajaklah siswa untuk menggali informasi pada **Tabel 8.2** dengan memahami jaring-jaring prisam dan uraian pada kolom keterangan.

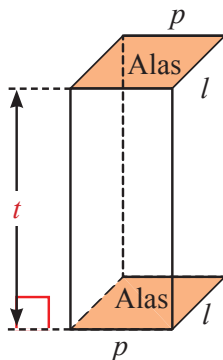
Selanjutnya ajaklah siswa untuk untuk mendiskusikan kasus yang terdapat pada kegiatan **Ayo Kita Menalar.** Berikut alternatif penyelesaiannya.

1. Tabel 8.2 Luas permukaan prisma

No.	Prisma	Jaring-jaring
4.		Luas $= 2 \times \text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV}$ $= 2 \times (\frac{1}{2} \times a \times b) + (b \times t) + (c \times t) + (a \times t)$ $= 2 \times (\frac{1}{2} \times a \times b) + (b + c + a) \times t$ $= 2 \times$ luas alas + (keliling alas) $\times$ tinggi Jadi, luas permukaan prisma segitiga adalah: Luas = 2 $\times$ luas alas + keliling alas $\times$ tinggi
5.		Luas $= 2 \times \text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV} + \text{V}$ $= 2 \times (p \times l) + (l \times t) + (p \times t) + (l \times t) + (p \times t)$ $= 2 \times (p \times l) + (2l + 2p) \times t$ $= 2 \times$ luas alas + (keliling alas) $\times$ tinggi Jadi, luas permukaan prisma segiempat adalah: Luas = 2 $\times$ luas alas + keliling alas $\times$ tinggi

Dengan demikian, secara umum dapat disimpulkan bahwa rumus luas permukaan prisma adalah sebagai berikut.

Luas Permukaan Prisma = 2 × Luas alas + Keliling alas × Tinggi Prisma

2. Perhatikan gambar balok di bawah.

Bahwa luas alas = pl dan keliling alas = $2p + 2l$. Berikut buktinya bahwa ruus luas permukaan prisma segiempat dapat diturun dari rumus permukaan balok.

$L = 2(pl + pt + lt)$

$L = 2pl + 2pt + 2lt$

$L = 2pl + (2pt + 2lt)$

$L = 2 \times$ luas alas + $(2p + 2l)t$

$L = 2 \times$ luas alas + keliling alas $\times$ tinggi

Jadi, terbukti bahwa rumus luas permukaan prisma segiempat dapat diturunkan dari rumus luas permukaan balok.

Informasikan kepada siswa untuk mendikusikannya secara klasikal, dimana dalam kegiatan ini: Guru menyuruh seluruh kelompok yang ada untuk mempresentasikan hasil penyelesaiannya di depan kelas secara bergantian. Salah satu kelompok siswa mempresentasikan jawaban dari hasil diskusinya.

Arahkan siswa untuk memahami sedikit informasi yang sudah disediakan dalam buku siswa, jika dimungkinkan ada pertanyaan tentang informasi tersebut, bahaslah bersama-sama dengan siswa yang lainnya sehingga siswa benar-benar paham tentang informasi tersebut.

Perhatikan siswa yang sedang memahami contoh soal dan alternatif penyelesaian. Fokuskan perhatian kita pada siswa yang kemampuannya dibawah rata-rata. Jika diperlukan bimbinglah mdia untuk memahami informasi yang ada. Ajaklah dia diskusi, berilah dia semangat untuk bisa bermotivasi.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 8.2

Tanda (-) sebagai latihan

1. Luas permukaan prisma tersebut = 392 $cm^{2.}$
2. -
3. -

4. -

5. Luas permukaan prisma = 656 cm^{2}.

6. 1.980 cm^{2}.

7. Luas permukaannya = 197 cm^2.

8. -

9. Panjang sisi alas prisma tersebut yang memenuhi = 12 cm.

10. 510 cm^2

11. Ukuran panjang dan lebar prisma itu yang mungkin adalah
    (1) panjang =10 cm dan lebar = 7,5 cm
    (2) panjang =15 cm dan lebar = 4 cm
    (3) Cobalah temukan ukuran yang lainnya

12. -

Kegiatan 8.3 Menentukan Luas Permukaan Limas

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Sediakan beberapa kerangka limas lengkap dengan jaring-jaringnya.*
2. *Sediakan buku tertentu/pojok pustaka/internet, dll.*
3. *Sediakan kertas HVS secukupnya.*
4. *Siswa dibentuk kelompok kecil siswa (sebanyak 4-5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif.*

Guru memberikan gambaran awal tentang bangun limas yang terdapat pada kehidupan nyata, bentuk atap kedua rumah. Berilah kesempatan kepada siswa untuk menyebutkan contoh lain dalam kehidupan nyata yang berbentuk bangun limas. Ajaklah siswa untuk memikirkan tentang bagaimana cara menentukan banyak genteng yang terdapat pada rumah di **Gambar 8.13**. Kemudian ditunjukkan beberapa macam bentuk limas, yaitu limas segitiga, limas segiempat, limas segilima, dan limas segienam.

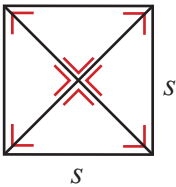
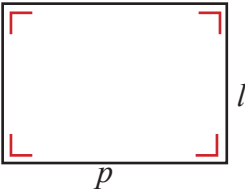
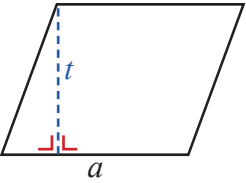
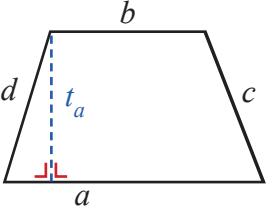
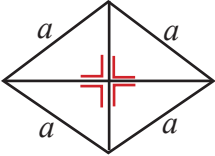
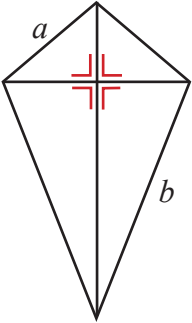
Ajaklah siswa untuk memperhatikan dan memahami **Tabel 8.3**, kemudian munculkanlah pertanyaan-pertanyaan yang mungkin.
Informasikan tugas yang akan mereka kerjakan, yaitu akan mendiskusikan alternatif penyelesaian dari **Tabel 8.2**, maksimal 15 menit dan aturan mainnya sejelas mungkin sebelum mereka mengamati. Fokus pengamatan adalah memperhatikan dengan teliti pada bentuk-bentuk soal dan jawabannya tentang luas permukaan limas yang bisa dikerjakan dan tidak bisa dikerjakan.

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan; pada kegiatan ini siswa membuat pertanyaan tentang syarat apa yang harus terpenuhi agar agar suatu limas bisa ditentukan luas permukaannya. Contoh, kenapa gambar nomor 2 dan 4 tidak bisa dihitung?

Ajaklah siswa untuk menggali informasi (pada pojok pustaka atau di perpustakaan, internet atau lainnya) tentang soal-soal yang berkenaan dengan luas permukaan limas.

Selanjutnya ajaklah siswa untuk mendiskusikan dua kasus yang terdapat pada kegiatan menalar dengan mencari syarat minimal apa suatu limas sehingga luas permukaannya bisa dihitung. Berikut alternatif penyelesaiannya.

1. Syarat minimal yang diketahui:
    1. Panjang rusuk alas
    2. Panjang rusuk tegak tidak lebih pendek dari tinggi limas

2. Langkah pertama, menghitung berapa luas alas limas tersebut dengan menggunakan rumus luas permukaan limas, yakni sebagai berikut:

L = Luas alas + jumlah luas bidang tegak

360 = Luas alas + 100

Luas alas = 260

Jadi, luas alas limas segiempat beraturannya adalah 260 cm^2

Langkah kedua, mendaftar ukuran alas segiempat beraturan yang terdiri dari persegi, persegipanjang, jajargenjang, trapesium, belahketupat dan layang. Untuk meringankan kerja kita batasi ukuran alasnya, yaitu terbatas pada bilangan bulat dan bentuk akar saja, yakni seperti ilustrasi berikut.

No	Nama Bangun	Model Bangun	Keterangan (Luas alas 260 cm^2)	
			Luas	**Ukuran**
1.	Persegi	s, s	s^2	Hanya 1 kemungkinan, yaitu $s = \sqrt{260}$
2.	PersegiPanjang	l, p	$p \times l$	Sebanyak 6 kemungkinan, yakni: Luas alas = 260 cm^2 No. / Panjang / Lebar: 1 / 260 / 1 2 / 130 / 2 3 / 65 / 4 4 / 52 / 5 5 / 26 / 10 6 / 20 / 13

<table>
<tr><th rowspan="2">No</th><th rowspan="2">Nama Bangun</th><th rowspan="2">Model Bangun</th><th colspan="2">Keterangan
(Luas alas 260 cm²)</th></tr>
<tr><th>Luas</th><th>Ukuran</th></tr>
<tr><td>3.</td><td>Jajargenjang</td><td></td><td>a × t</td><td>Sebanyak 6 kemungkinan, yakni:
Luas alas = 260 cm^2
<table>
<tr><th>No.</th><th>Alas</th><th>Tinggi</th></tr>
<tr><td>1</td><td>260</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>130</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>65</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>52</td><td>5</td></tr>
<tr><td>5</td><td>26</td><td>10</td></tr>
<tr><td>6</td><td>20</td><td>13</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Trapesium</td><td></td><td>$\frac{1}{2}(a+b)\times t$</td><td>Luas alas = 260 cm^2
$(a + b) \times t = 520$
<table>
<tr><th>No.</th><th>$(a + b)$</th><th>t</th></tr>
<tr><td>1</td><td>520</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>260</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>130</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>104</td><td>5</td></tr>
<tr><td>5</td><td>65</td><td>8</td></tr>
<tr><td>6</td><td>52</td><td>10</td></tr>
<tr><td>7</td><td>40</td><td>13</td></tr>
<tr><td>8</td><td>26</td><td>20</td></tr>
</table>
dan
<table>
<tr><th>No.</th><th>t</th><th>$(a + b)$</th></tr>
<tr><td>1</td><td>520</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>260</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>130</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>104</td><td>5</td></tr>
<tr><td>5</td><td>65</td><td>8</td></tr>
<tr><td>6</td><td>52</td><td>10</td></tr>
<tr><td>7</td><td>40</td><td>13</td></tr>
<tr><td>8</td><td>26</td><td>20</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">No</th><th rowspan="2">Nama Bangun</th><th rowspan="2">Model Bangun</th><th colspan="2">Keterangan
(Luas alas 260 cm^2)</th></tr>
<tr><th>Luas</th><th>Ukuran</th></tr>
<tr><td></td><td>Trapesium</td><td></td><td></td><td>$a + b$: sebanyak dua bilangan yang hasil jumlahnya adalah 2, 4, 5, 8, 10, 13, 20, 26, 40, 52, 65, 104, 130, dan 260.

Coba temukan.
Sebanyak 16 kemungkinan, yakni: ....</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Belah Ketupat</td><td></td><td>$\frac{1}{2} \times D_1 \times D_2$</td><td>Luas alas = 260 cm^2
$D_1 \times D_2 = 520$
<table>
<tr><th>No.</th><th>D_1</th><th>D_2</th></tr>
<tr><td>1</td><td>520</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>260</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>130</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>104</td><td>5</td></tr>
<tr><td>5</td><td>65</td><td>8</td></tr>
<tr><td>6</td><td>52</td><td>10</td></tr>
<tr><td>7</td><td>40</td><td>13</td></tr>
<tr><td>8</td><td>26</td><td>20</td></tr>
</table>
Atau sebaliknya
Coba temukan.</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>Layang-layang</td><td></td><td>$\frac{1}{2} \times D_1 \times D_2$</td><td>sama dengan nomor 5</td></tr>
</table>

Dengan cara mengurangi luas permukaan prisma dengan luas sisi tegak, kemudian temukan bentuk bangun datar apakah alasnya yang mungkin. cobalah.

Mintalah siswa untuk untuk menukarkan hasil karyanya dengan kelompok yang lain, dan pastikan kelompok tersebut memahami apa yang harus dilakukan. Pantau bagaimana siswa mengerjakan tugasnya.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 8.3

Tanda (-) sebagai latihan

1. -
2. Panjang kawat paling sedikit yang diperlukan = 160 cm
3. -
4. -
5. D. Luas seluruh permukaan limas = 1.536 cm^2
6. -
7. -
8. Salah satu kemungkinan luas seluruh bidang tegak limas tersebut = 60 cm^2
9. -
10. Salah satu kemungkinan panjang sisi alas = 10 cm dan
    tinggi limas tersebut = 12 cm
11. -
12. Luas permukaan limas = $(150 + 50\sqrt{3})$ cm^2
    Luas permukaan potongan bagan atas = $(450 + 50\sqrt{3})$ cm^2

Menentukan Volume Kubus dan Balok

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Sediakan kerangka kubus, balok, prisma, dan limas yang lengkap dengan garis bidang, garis diagonal ruang.*
2. *Sediankan juga beberapa bangun kubus, balok, prism dan limas padat.*
3. *Siapkan beberapa macam kerangka bangun ruang kubus, balok, prisma, dan limas beserta bangun ruang yang padat.*
4. *Jika memungkinkan sediakan slide PowerPoint gambar seperti pada kegiatan Ayo Kita Menggali Informasi dan Ayo Kita Bernalar.*
5. *Siswa dibentuk kelompok kecil siswa (sebanyak 4-5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif.*

Guru memberikan gambaran awal tentang volume kubus dan balok yang terdapat pada **Masalah 8.4**. Siswa diberikan beberapa pertanyaan-pertanyaan tentang menyusun suatu objek disusun dengan susunan yang rapi.

Contoh:

(1) Berapakah kubus satuan yang dibutuhkan untuk mengisi balok hingga penuh?
(2) Apakah banyak kubus satuan yang memenuhi balok hingga penuh merupakan volume balok?
(3) Bagaimanakah dengan volume kubus pada **Gambar 8.16b**?

Informasikan tugas yang akan mereka Amati, yaitu akan mengamati susunan kubus yang disusun ke atas dan yang disusun mendatar: maksimal 10 menit untuk mengamati **Tabel 8.4a** dan **8.4b**.

Berilah motivasi kepada siswa untuk mengamati model susunan kubus.

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan; pada kegiatan ini siswa berperan sebagai orang lain, yaitu mengira-ngira pertanyaan apa yang akan diajukan ketika ia belum tahu cara menentukan pola susunan kubus tersebut.

Contoh pertanyaan:
1. Kenapa volume gambar 1 dan 2 sama, padahal posisinya berbeda?
2. Bagaimana menentukan alasnya dari kedua bangun tersebut?

Kemudian ajaklah siswa untuk menggali informasi pada **Tabel 8.5a** dan **8.5b** dengan memahami dan memperhatikan susunan kubus dan ukuran yang diketahui.

Selanjutnya ajaklah siswa untuk mendiskusikan kegiatan menalar tentang susunan kubus-kubus yang terdapat pada **Gambar 8.18** di buku siswa dan dengan menggunakan rumus volume kubus untuk mengetahui banyak kubus beton yang diperlukan pada **Gambar 8.19**. Minta siswa untuk menuliskan jawaban dari hasil penalarannya.

Berikut alternatif penyelesaiannya

Tabel Volume Kubus

No.	Kubus	Banyak kubus satuan	Ukuran satuan ($p \times l \times t$)	Volume (V)
1.	s, s, s	Ada s^3 kubus	$s \times s \times s = s^3$	$V = s^3$ satuan kubik

Dengan demikian, secara umum dapat disimpulkan bahwa rumus volume kubus adalah sebagai berikut.

$$Volume\ kubus = s^3$$

Keterangan:
s: panjang sisi kubus

Tabel Volume Balok

No.	Balok	Banyak kubus satuan	Ukuran satuan $(p \times l \times t)$	Volume (V)
2.	(gambar balok dengan rusuk p, l, t)	Ada n kubus	$p \times l \times t$	$V = (p \times l \times t)$ satuan kubik

Dengan demikian, secara umum dapat disimpulkan bahwa rumus volume balok adalah sebagai berikut.

$$Volume\ balok = p \times l \times t$$

Keterangan:

n : hasil perkalian dari $p \times l \times t$

p : panjang balok

l : lebar balok

t : tinggi balok

2. Banyak susunan kubus dari atas $= 6 \times 7 + 7 \times 6 + 5 \times 5 + 6 \times 4 + 6 \times 3 + 2 \times 2 + 3 \times 1$

$= 42 + 42 + 25 + 24 + 18 + 4 + 3$

$= 158$

Banyak susunan kubus dari atas adalah sebanyak 158 buah kubus.

Informasikan kepada siswa untuk menukarkan hasil pekerjaannya dengan teman sebangkunya, kemudian diskusikanlah. Periksalah hasil pekerjaan siswa, apakah sudah benar sesuai dengan kaidah matematika? Jika tidak berilah pemahaman konsep yang benar atau jika ada yang sudah benar pada kelompok siswa, mintalah kepada kelompok tersebut untuk membahasannya di depan kelas.

Berikutnya informasikan kegiatan selanjutnya, yaitu memahami informasi tentang permasalahan yang sudah disediakan pada buku siswa tersebut, yaitu contoh beserta jawabannya. Kemudian ajaklah siswa untuk menggali informasi tentang susunan kubus-kubus yang terdapat pada gambar di buku siswa.

Ajaklah siswa untuk mengerjakan soal yang terdapat pada kegiatan **Ayo Kita Mencoba**. Pada kegiatan ini, berilah motivasi kepada siswa untuk megerjakan sungguh-sungguh. Contoh motivasi: bagi siswa yang bisa dapat mengerjakan dan menjelaskan kepada teman-temannya yang lainnya di depan kelas, maka nilai ketrampilannya akan mendapatkan nilai 100. Berilah kesempatan kepada siswa untuk mengerjakan soal tersebut secara mandiri. Perhatikan siswa yang sedang mengerjakan soal tersebut, khususnya pada siswa yang kemampuannya dibawah rata-rata, datangilah dia.

Menurut informasi dari soal, maka dapat dibuat pola sebagai berikut:

Apabila ada 1 kubus, berarti tingginya 1×10 cm $\Rightarrow$ maka lapisan semennya ada 0
Apabila ada 2 kubus, berarti tingginya 2×10 cm $\Rightarrow$ maka lapisan semennya ada 1
Apabila ada 3 kubus, berarti tingginya 3×10 cm $\Rightarrow$ maka lapisan semennya ada 2
Apabila ada 4 kubus, berarti tingginya 4×10 cm $\Rightarrow$ maka lapisan semennya ada 3
Apabila ada 5 kubus, berarti tingginya 5×10 cm $\Rightarrow$ maka lapisan semennya ada 4

... ...

... ...

... ...

Apabila ada n kubus, berarti tingginya $n \times 10$ cm $\Rightarrow$ maka lapisan semennya ada $(n - 1)$
Sehingga suku ke-n adalah $U_n = 10n + (n - 1)$ $\Rightarrow U_n = 11n - 1$

Kerena pada pertanyaan soal di ketahui tinggi tugu yang diinginkan adalah 21,99 m atau 2.199 cm, artinya adalah $U_n = 2.199$, dengan demikian dapat ditentukan banyaknya kubus, yaitu:

$$\begin{aligned} U_n &= 11n - 1 \\ 2.199 &= 11n - 1 \\ 11n &= 2.200 \\ n &= 200 \end{aligned}$$

Jadi, banyak kubus beton yang diperlukan $= 200 + 4(199 + 198 + 197 + ... + 3 + 2 + 1)$

$= 200 + 4 \times (200 \times 99 + 100)$

$= 200 + 4 \times (19.900)$

$= 200 + 79.600$

$= 79.800$

Jadi, banyak kubus beton yang diperlukan adalah 79.800 buah kubus.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 8.4

Tanda (-) sebagai latihan

1. Yang memiliki volume yang berbeda dari yang lain adalah Gambar (A)
2. -
3. Volume kubus yang dimaksud = 343 cm^3
4. -
5. Banyak air yang dibutuhkan = 2.744 liter
6. -
7. Lebar akuarium tersebut = 10 cm
8. -
9. Volume akuarium tersebut = 0,729 liter
10. -
11. Besar volum balok tersebut = 270 cm^3
12. -
13. Besar perubahan volume balok itu = 0 cm

    Jadi, tidak terjadi perubahan volume balok
14. -
15. Waktu yang diperlukan = 200 menit atau 3 jam 20 menit
16. -
17. Banyak bangun ruang berbeda yang terbentuk ada sebanyak 8 buah
18. -

Menentukan Volume Prisma

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

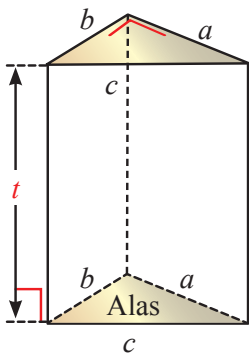
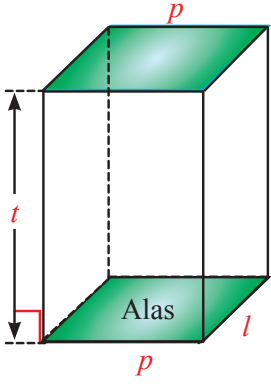
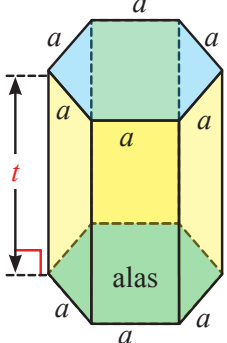
1. *Sediakan prisma yang lengkap dengan garis bidang dan garis diagonal ruang.*
2. *Sediankan juga beberapa prisma padat.*
3. *Siswa dibentuk kelompok kecil siswa (sebanyak 4-5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif.*
4. *Sediakan juga buku-buku teks lainnya atau ajaklah siswa ke perpustaan atau kalau memungkinkan ajalah siswa ke laboratorium komputer.*

Memberi motivasi siswa tentang pentingnya kegunaan materi ini dalam kehidupan sehari-hari, karena banyak benda-benda dalam keseharian kita yang berbentuk prisma. Pada **Kegiatan 8.2** kalian sudah mempelajari tentang luas permukaan prisma. Sedangkan pada kagiatan 5 ini kalian akan mempelajari tentang volume prisma. Coba kita ingat kembali tentang volume balok pada **Kegiatan 8.4**. Volume balok juga dapat dikatakan sebagai volume prisma segiempat, mengapa demikian?

Informasikan tugas yang akan mereka kerjakan, yaitu akan mengamati kerangkan bangun prisma. Fokus pengamatan kegiatan ini adalah memperhatikan dengan teliti pada bangun prisma beserta luas, tinggi, dan volumenya pada **Tabel 8.6**.

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan dari hasil pengamatannya

Contoh Pertanyaan

1. Benarkah bahwa volume prisma setengah dari volume balok? Bagaimana kita menjelaskan?
2. Bagaimana cara menentukan luas alas prisma segienam?

Kemudian ajaklah siswa untuk menggali informasi pada **Tabel 8.7** dengan memahami dan memperhatikan uraian pada kolom luas alas dan volume. Berilah kesempatan kepada siswa untuk melakukan kegiatan menggali informasi. Fokuskan perhatian kepada siswa/kelompok siswa yang belum konsentrasi dalam melakukan kegiatan ini. Kemudian fokuskan juga kepada siswa yang masih mengalami kesulitan dalam memahami kegiatan ini. Ajaklah siswa untuk memperkirakan kesimpulan hasil dari kegiatan menggali informasi ini.

Selanjutnya ajaklah siswa untuk mendiskusikan kegiatan menalar dengan menggunakan rumus volume prisma untuk mengetahui cara menemukan ukuran alas dan tinggi prisma, jika volumenya diketahui. Mintalah siswa untuk menuliskan jawaban dari hasil diskusinya pada buku tulisnya masing-masing.

Berikut alternatif penyelesaiannya

No.	Prisma	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V)
1.	b, a, c, t, b, a, Alas, c	$L_a = \frac{1}{2} \times a \times b$	t	$V = \frac{1}{2} \times a \times b \times t$ $= (\frac{1}{2} \times a \times b) \times t$ $= La \times t$

No.	Prisma	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V)
2.	p, t, Alas, l, p	$La = p \times l$	t	$V = p \times l \times t$ $= (p \times l) \times t$ $= L_a \times t$
3	a, a, a, a, a, a, t, alas, a, a, a	La $= 6 \times (\frac{1}{2} \times a \times \frac{a}{2}\sqrt{3})$ $= 6 \times (\frac{a^2}{4}\sqrt{3})$ $= \frac{3}{2} \times a^2\sqrt{3}$	t	V $= 6 \times \frac{1}{2} \times a \times \frac{a}{2}\sqrt{3} \times 30$ $= 6 \times (\frac{1}{2} \times a \times \frac{a}{2}\sqrt{3}) \times 30$ $= 6 \times (\frac{a^2}{4}\sqrt{3}) \times 30$ $= (\frac{3}{2} \times a^2\sqrt{3}) \times 30$ $= La \times t$

Dengan demikian, secara umum dapat disimpulkan bahwa rumus volume prisma adalah sebagai berikut.

Volume prisma = luas alas × tinggi prisma

Nomor 2

Tidak selalu demikian, karena bangun prisma sangat banyak sekali bentuknya bergantung pada bentuk alas prisma tersebut. Memang pada **Gambar 1.a** dan **1.b** merupakan bagian setengah dari gambar 1, akan tetapi uraian tersebut menginformasikan kepada kita bahwa volume prisma bergantung pada bentuk dan ukuran alas dari prisma tersebut, sehingga volume prisma merupakan hasil perkalian dari luas alas prisma dengan tinggi prisma tersebut. begitujuga dengan **Gambar 2.a** dan **2.b**.

Nomor 3

Diketahui, volume prisma $= 144 \text{ cm}^3$
$= \text{luas alas} \times \text{tinggi}$

Langkah pertama yang perlu dilakukan adalah mengasumsikan bahwa nilai atau satuan luas alas, tinggi, dan ukuran alas merupakan bilangan bulat atau akar. Hal ini dilakukan untuk membatasi ukuran satuan tersebut agar tidak terlalu banyak kemungkinan jawaban yang diinginkan.
Langkah kedua yang dilakukan adalah mencari faktor-faktor dari 144 cm^3, yaitu: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, dan 144.
Langkah ketiga mencari ukuran alas segitiga siku-siku untuk setiap pasangan faktor dari 144, misalkan luas alasnya 24cm^2 dan tinggi 6 cm.

Bentuk alas prisma	Tinggi prisma	Luas alas prisma	Ukuran alas prisma
Segitiga siku-siku	6	24	48, 1, $\sqrt{2.305}$
			24, 2, $\sqrt{580}$
			16, 3, $\sqrt{265}$
			12, 4, $\sqrt{160}$
			8, 6, 10

Coba temukan ukuran alas yang lainnya berdasarkan setiap pasangan faktor dari 114.

Informasikan kepada siswa untuk mendikusikannya secara klasikal, dimana dalam kegiatan ini guru meminta salah satu kelompok yang ada untuk mempresentasikan hasil penyelesaiannya di depan kelas secara bergantian, salah satu kelompok siswa mempresentasikannya jawaban dari hasil dikusinya.

Informasikan kegiatan selanjutnya, yaitu memahami sedikit informasi yang terangkum dalam contoh soal beserta penyelesaiannya. Kemudian siswa diajak untuk menggali informasi tentang permasalahan yang sudah disediakan pada buku siswa.

Informasikan kepada siswa bahwa tugas berikutnya adalah kegiatan mencoba pada masalah lain tentang bentuk aljabar, yiatu disediakan sebanyak 3 soal pada buku siswa untuk dikerjakan secara mendiri. Berilah kesempatan kepada siswa untuk mengerjakan ketiga soal tersebut. Pada saat siswa sedang mencoba untuk mengerjakan soal tersebut, berkelilinglah di sekitar siswa secara bergantian untuk memantau mereka dan berilah penilaian. "Jika pada kegiatan **Ayo Kita Mencoba** tidak memungkinkan dilakukan di sekolah, buatlah menjadi tugas rumah untuk didiskusikan pada pertemuan berikutnya".

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 8.5

Tanda (-) sebagai latihan

1. -
2. Volume prisma tersebut = 2.880 cm^3
3. -
4. Perbandingan volume prisma A dan prisma B = 3 : 1
5. -
6. Volume prisma tersebut = 2.400 cm^3
7. Tinggi air pada kaleng berbentuk prisma = 5 dm
8. Luas permukaan prisma tersebut = 600 dm^2
9. -

Kegiatan 8.6 Menentukan Volume Limas

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Sediakan kerangka limas dan limas padat.*
2. *Siswa dibentuk kelompok kecil siswa (sebanyak 3-4 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif.*
3. *Sediakan juga buku-buku teks lainnya atau ajaklah siswa ke perpustaan atau kalau memungkinkan ajalah siswa ke laboratorium komputer ketika kegiatan Ayo Kita Menalar.*

Guru memberikan gambaran awal tentang volume limas yang terdapat pada **Kegiatan 8.6**. Siswa diberikan beberapa pertanyaan-pertanyaan tentang menemukan rumus luas permukaan prisma.

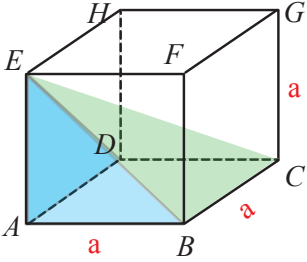
Contoh:

1) Coba perhatikan kubus pada gambar berikut yang keempat diagonal ruangnya saling berpotongan pada satu titik.
2) Terbentuk bangun apakah antar sisi dengan perpotongan diagonal ruang kubus?
3) Bagaiamana cara membuktikan bahwa volume limas juga merupakan volume bagian dari volume kubus?
4) Bagaiamana cara menurunkan rumus volume kubus menjadi rumus volume limas?
5) Apakah limas memang merupakan bagian dari kubusknya?
6) Apkah hubungan antara limas dengan kubus?

Ayo Kita Amati

Informasikan tugas yang akan siswa kerjakan, yaitu akan mengamati kerangka bangun kubus yang dilengkapi dengan diagonal-diagonal ruang. Fokus pengamatan kegiatan ini adalah memperhatikan dengan teliti pada bangun kubus, diagonal kubus beserta bangun limas yang terbentuk beserta luas alas kubus, tinggi, dan volumenya pada **Tabel 8.8a**. Kemudian fokus pengamatan yang kedua adalah memperhatikan dengan teliti pada bangun kubus, diagonal sisi, dan diagonal ruang kubus beserta bangun limas yang terbentuk beserta luas alas kubus, tinggi, dan volumenya pada **Tabel 8.8b**.

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan dari hasil pengamatannya.
Contoh Pertanyaan:

1. Kenapa volume limas dapat diperoleh dari volume kubus? Bisakah dengan cara lain?
2. Benarkan bahwa volume limas sepertiga volume kubus?

Kemudian ajaklah siswa untuk menggali informasi pada **Tabel 8.9a** dan **8.9b** dengan memahami dan memperhatikan uraian pada kolom luas alas dan volume.

Ajaklah siswa untuk mendiskusikan beberapa kasus yang terdapat pada kegiatan menalar dengan menggunakan rumus volume limas untuk mengetahui cara menemukan volume bangun baru pada kubus yang salah satu bangian sudutnya dipotong memebentuk limas. Ajaklah siswa untuk melengkapi dan menyimpulkan hasil dari kegiatan tersebut pada **Tabel 8.9a** dan **8.9b**. Mintalah siswa untuk menuliskan jawaban dari hasil diskusinya.

Berikut alternatif penyelesaiannya

No.	Limas *ABCDT*	Luas alas (L_a)	Tinggi (t)	Volume (V_l)
1.	H, G, E, F, 2a, D, a, C, A, 2a, B, 2a	$La = 2a \times 2a$	$t = a$	$V_k = 6 \times V_l$ $(2a)^3 = 6 \times V_l$ $V_l = (2a)^3$ $= (2a \times 2a) \times 2a$ $= \frac{1}{3} \times L_a \times a$ $= \frac{1}{3} \times L_a \times t$

No.	Limas *ABCDT*	Luas alas (L_a)	Tinggi (t)	Volume (V_l)
2.	A B C D E F G H a a a	$La = a \times a$	$t = a$	$V_k = 3 \times V_l$ $(a)^3 = 3 \times V_l$ $V_l = (a)_3$ $= (a \times a) \times a$ $= \frac{1}{3} \times L_a \times a$ $= \frac{1}{3} \times L_a \times t$

Dengan demikian, secara umum dapat disimpulkan bahwa rumus volume limas adalah sebagai berikut.

$$\textit{Volume Limas} = \frac{1}{3} \times \textit{Luas alas} \times \textit{Tinggi Limas}$$

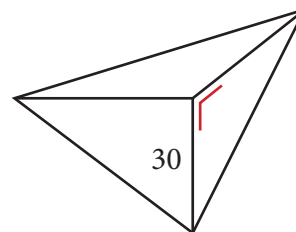
2. Misalkan panjang sisi kubus 10 cm
diketahui volume kubus = $(30)^3$ = 27.000
perhatikan potongan limasnya berikut

30

Volume limas $= \frac{1}{3} \times$ luas alas $\times\, t$

$= \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times 30 \times 30) \times 30$

$= 5 \times 30 \times 30$

= 4.500

Volume bangun baru = volume kubus – volume limas

= 27.000 – 4.500 = 22.500

Jadi volume bangun baru adalah 22.500.

Informasikan kepada siswa untuk mendikusikannya dalam kelompoknya masing-masing. Pantau bagaimana mereka mengerjakan tugasnya.

Informasikan kegiatan selanjutnya, yaitu memahami contoh soal beserta penyelesaiannya. Kemudian ajaklah siswa untuk menggali informasi tentang permasalahan yang sudah disediakan pada buku siswa.

Ajaklah siswa untuk mengerjakan soal yang terdapat pada kegiatan ayo kita mencoba.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 8.6

Tanda (-) sebagai latihan

1. Volume limas = 8.064 cm^2
2. -
3. Luas seluruh sisi tegak limas tersebut = 135 cm^2
4. -
5. -
6. -
7. D. Volume limas tersebut = 1.296 cm^3
8. -
9. -
10. -
11. Volume udara yang terdapat dalam ruang atap itu = 875 m^3
12. -
13. Volume limas tersebut = $3.000(\sqrt{2} + 1)$ cm^3
14. -
15 -

Kegiatan 8.7 *Menentukan Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar Gabungan*

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Sediakan gambar atau benda nyata yaitu: Batu, Toples, Piramida, dan Lapet.*
2. *Amati dan kenali terlebih dahulu bagian-bagian dari sekolah yang berbentuk bangun datar sisi datar tidak beraturan.*
3. *Siapkan contoh-contoh pertanyaan, misalnya "bagaimana kita menghitung volume jeruk?*
4. *Pikirkan kelompok-kelompok kecil siswa (4-5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif .*

Memberi motivasi siswa tentang pentingnya kegunaan materi ini dalam kehidupan sehari-hari, karena banyak benda-benda dalam keseharian kita yang berbentuk bangun ruang gabungan. Bangun ruang gabungan merupakan benda-benda nyata yang ada dalam kehidupan sehari-hari, seperti batu, wadah air kemasan, toples, tahu, lapet, teko, dan lain-lain. Benda-benda tersebut dapat diketahui luas permukaannya dan volumenya dengan menggunakan konsep mencari luas dan volume pada bangun ruang sisi datar.

Masalah 8.2

Ajaklah siswa untuk memperhatikan **Gambar 8.26d** tepatnya pada **Masalah 8.7**. Siswa diberikan kesempatan untuk memikirkan tentang bagaimana cara mentukan kain yang menutupi tenda pada **Gambar 8.26**.

Ayo Kita Amati

Informasikan tugas yang akan mereka kerjakan (yaitu akan mengamati gambar-gambar atau benda-benda nyata yang sudah disediakan pada **Masalah 8.7**. Fokus pengamatan adalah menaksir luas permukaan dan volume benda nyata dengan menggunakan rumus yang telah dibahas pada kegiatan sebelumnya. Ajaklah siswa untuk menyimpulkan dari hasil kegiatan mengamati pada **Tabel 8.6**. Berilah kesempatan kepada siswa untuk mengungkapkan/mempresentasikan/mendemontrasikan kesimpulannya. Berilah motivasi kepada siswa yang lain untuk menanggapinya.

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan (*questioning*). Kalau perlu modelkan salah satu pertanyaan. Sepakati satu atau dua pertanyaan dan tuliskan di papan, Suruh siswa menjalankan rencana yang telah disepakati.

Contoh Pertanyaan:

Bagaiamana cara menentukan luas permukaan pada toples tersebut?

Kemudian ajaklah siswa untuk menggali informasi pada **Tabel 8.10** dengan memahami dan memperhatikan uraian pada kolom luas permukaan dan keterangan. Berilah kesempatan kepada siswa untuk melakukan kegiatan menggali informasi. Fokuskan perhatian kepada siswa/kelompok siswa yang belum konsentrasi dalam melakukan kegiatan ini. Kemudian fokuskan juga kepada siswa yang masih mengalami kesulitan dalam memahami kegiatan ini.

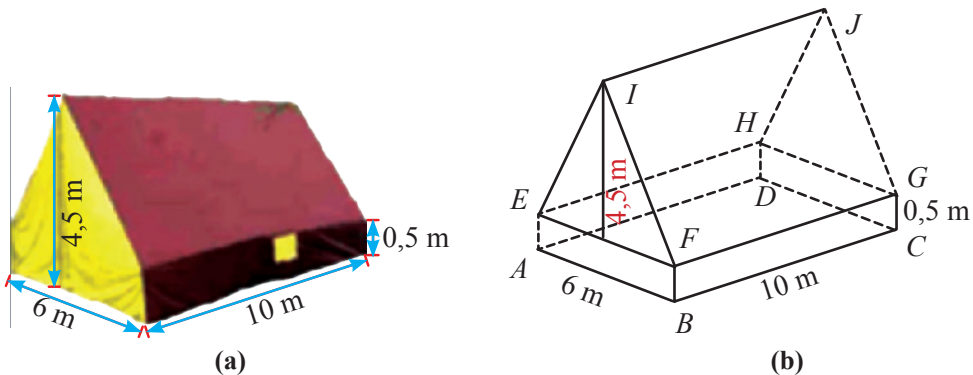
Ajaklah siswa untuk memperkiran kesimpulan hasil dari kegiatan menggali informasi ini. Kemudian ajaklah siswa untuk memahami **Contoh 8.13**. Bila memungkinkan sediakan kaleng yang berbentuk balok dan benda padat untuk mengilustrasikan pada **Contoh 8.13**.

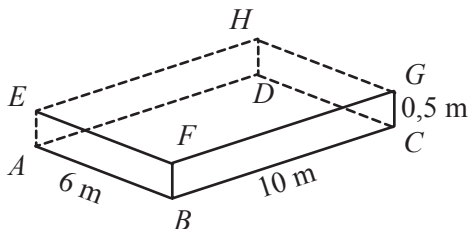
Selanjutnya guru mengajak siswa untuk memperhatikan apa yang di peragakan oleh guru atau mintalah satu atau dua siswa untuk meragakannya, yaitu dengan memperhatikan sebuah kaleng yang sudah diisi air dan isi air pada kaleng setelah dimasukkan sebuah batu. Berilah kesempatan kepada siswa untuk menentukan volume air setelah kemasukan batu dengan cara lain atau tida seperti alternatif penyelesaian yang terdapat pada buku siswa. Berilah kesempatan kepada siswa untuk mengungkapkan/ mempresentasikan/mendomontrasikan kesimpulannya. Berilah motivasi kepada siswa yang lain untuk menanggapinya

Ajaklah siswa untuk memahami lebih jauh tentang menentukan luas dan volume bangun ruang sisi datar gabungan dengan cara memberikan tugas kepada siswa untuk menemukan contoh lain yang senada dengan **Contoh 8.13**. Informasikan tugas berikutnya yang akan mereka pahami terdapat pada **Contoh 8.14**, yaitu tentang menaksir luas permukaan dan volume benda nyata dengan menggunakan rumus yang telah dibahas sebelumnya. Kemudian, ajaklah siswa untuk menemukan benda-benda disekitarnya, misalnya wadah air kemasan. Kemudian suruhlah untuk mencari luas permukaan dan volumenya berdasarkan kegiatan **Sedikit Informasi**.

Ajaklah siswa untuk mengerjakan dua soal pada kegiatan ayo kita mencoba secara mandiri. Berikut alternatif penyelesaiannya.

1. Perhatikan ilustrasi gambar berikut.

(a) **(b)**

Berdasarkan ilustrasi gambar di atas, terdapat gabungan dua bentuk bangun datar yaitu bagian bawah tenda adalah balok dan bagian atas tenda adalah prisma segitiga. Kemudian kita menghitung luas permukaan dan volume masing-masing bangun datar tersebut, yakni sebagai berikut.

(i) Perhatikan gambar balok berikut

Untuk menetukan luas permukaan balok tersebut kita perhatikan dulu gambar tenda (a), bahwa luas permukaan kain pada balok tersebut tanpa alas dan tutup, yakni sebagai berikut.

Luas permukaan balok tanpa alas dan tutup $= 2(AB \times AE + BC \times CG)$

$= 2(6 \times 0,5 + 10 \times 0,5)$

$= 2(3 + 5)$

$= 2(8)$

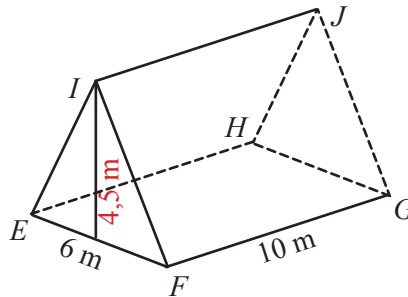
$= 16 \text{ m}^2$

Sedangkan volume balok tersebut $= p \times l \times t$

$= BC \times AB \times CG$

$= 10 \times 6 \times 0{,}5$

$= 30 \text{ m}^2$

Perhatikan gambar prisma berikut

Untuk menetukan luas permukaan prisma tersebut kita perhatikan dulu gambar tenda (a), bahwa luas permukaan kain pada prisma tersebut luas persegi panjang *EFGH*, yakni sebagai berikut.

Luas permukaan prisma tanpa luas $EFGH = 2 \times$ luas segitiga $EFI + 2 \times$ luas $FGJI$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 4{,}5 + 2 \times 10 \times FI$$

dengan dalil Phytagoras didapat panjang $FI = \sqrt{3^2 + (4{,}5)^2} = \sqrt{29{,}25} = \frac{1}{2}\sqrt{117}$

Sehingga,

Luas permukaan prisma tanpa luas $EFGH = 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 4{,}5 + 2 \times 10 \times \frac{1}{2}\sqrt{117}$

$$= 6 \times 4{,}5 + 10\sqrt{117}$$

$$= (27 + 10\sqrt{117}) \text{ m}^2$$

Sedangkan volume prisma tersebut = Luas alas × tinggi prisma

$$= (\frac{1}{2} \times 6 \times 4{,}5) \times 10$$

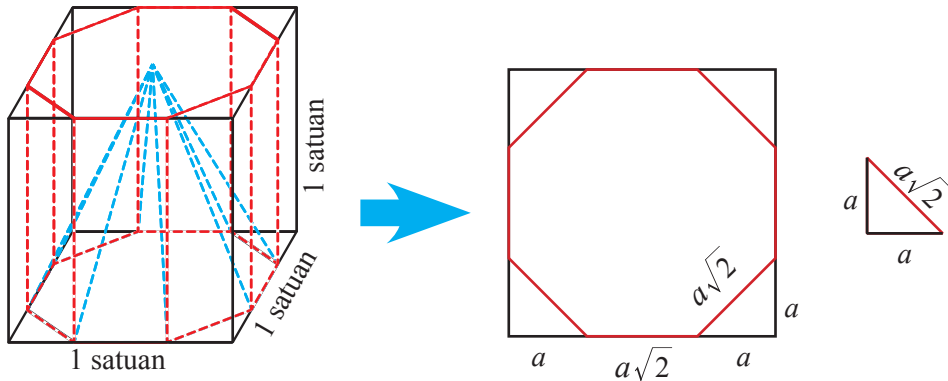
$$= 13{,}5 \times 10$$

$$= 135 \text{ m}^2$$

Jadi, Luas permukaan tenda yang dimaksud adalah $16 + (27 + 10\sqrt{117}) = (43 + 10\sqrt{117}) \text{ m}^2$

Volume tenda yang dimaksud adalah $30 + 135 = 165 \text{ m}^3$

2. Perhatikan ilustrasi gambar dibawah ini.

Kemudian mencari pola untuk mengetahui volume limas, dengan mencari luas alasnya dari volume prisma, karena panjang sisi alasnya segi delapan maka untuk mengetahui panjang sisinya diperoleh dari pemisalan berikut.

Dimisalkan panjang sisi segitiga bagian titik sudut kubus adalah a satuan, sehingga yang menjadi sisi segidelapan panjangnya adalah $a\sqrt{2}$, karena panjang sisi persegi

= 1, maka $2a + a\sqrt{2} = 1 \Rightarrow a = \dfrac{1}{(2+\sqrt{2})} = \dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$

Selanjutnya menghitung luas segidelapan, yakni

Luas segidelapan = luas persegi – 4 × luas segitiga bagian titik sudut kubus

= 1 – 4 × alas segitiga × tinggi segitiga

$= 1 - 4 \times \left(\dfrac{1}{2} \times \dfrac{2-\sqrt{2}}{2} \times \dfrac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$

$= 1 - \left(\dfrac{4-4\sqrt{2}+2}{2}\right)$

Luas segidelapan $= 2\sqrt{2} - 2$

Dengan demikian, volume prisma diluar limas = volume selisih antara prisma dengan limas.

Volume prisma diluar limas

= volume prisma – volume limas

= luas segidelapan × tinggi – $\dfrac{1}{3}$ × luas segidelapan × tinggi

$= \dfrac{2}{3}$ luas segidelapan × tinggi

$= \dfrac{2}{3}(2\sqrt{2} - 2) \times 1 = \dfrac{4}{3}(\sqrt{2} - 1)$

Jadi, volume prisma diluar limas adalah $\dfrac{4}{3}(\sqrt{2} - 1)$.

Selanjutnya ajaklah siswa untuk mendiskusikan kegiatan menalar dengan menerapkan rumus luas permukaan dan volume bangun ruang sisi datar yang sudah dibahas pada kegiatan sebelumnya, yaitu terdapat pada dua kasus yang telah disediakan pada buku siswa.

1. Untuk mencari luas permukaan bangun ruang sisi datar gabungan, terlebih dahulu perhatikan bangun ruang tersebut. Bagilah bangun ruang tersebut menurut bentuknya masing-masing. Lalu carilah luas permukaannya masing-masing dengan memperhatikan luas permukaan yang saling menimpel diantara bangun-bangun tersbut.
2. Lakukanlah kegiatan tersebut dengan didampingi oleh guru.

Setelah siswa selesai mendiskusikan penyelesaian dari kegiatan menalar, instruksikan kepada mereka untuk menukarkan dengan kelompok lain. Usahakan satu atau dua orang menemani hasil karya itu, dan menjelaskan maksud dari karya itu ke kelompok lain yang dituju.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 8.7

Tanda (-) sebagai latihan

1. Luas permukaannya = 626 cm^2 dan Volumenya = 840 cm^3
2. -
3. Luas kain yang digunakan = 56 m^2
4. -
5. Volume limas terpancung bagian bawah = 504 cm^3
6. Banyak stupa kecil pada bagian Arupadhatu tersebut = ada 72 buah

   Coba perkirakan starteginya.

Evaluasi Pembelajaran 8

Dalam evaluasi ini guru harus melihat ketercapaian Kompetensi Dasar yang telah disebutkan di depan. Berikut merupakan contoh soal untuk mengukur Kompetensi Dasar.

Soal dalam bentuk pilihan ganda

1. Suatu prisma tegak yang alasnya merupaka segitiga dengan panjang sisi-sisinya 3 cm, 4 cm, dan 5 cm. Jika panjang rusuk tegaknya 6 cm, maka volume prisma tersebut adalah ...

   a. 36 cm^3 c. 72 cm^3
   b. 60 cm^3 d. 90 cm^3

2. Volume sebuah limas 520 cm^3. Jika alasnya berbentuk jajargenjang dengan panjang alas 12 cm dan tingginya 10 cm, maka tinggi limas tersebut adalah ...

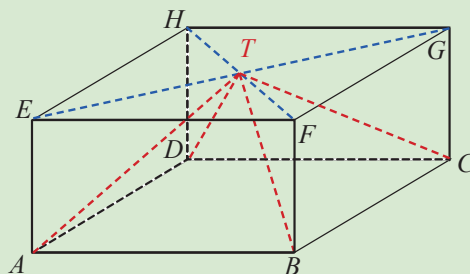
   a. 15 cm c. 13 cm
   b. 11 cm d. 16 cm

Soal dalam bentuk esai

1. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku yang panjang sisi-sisinya 15 cm, 8 cm, dan 17 cm. Jika tinggi prisma 20 cm, hitunglah:

   a. Luas alas prisma
   b. Volume prisma

2. Sebuah balok *ABCD.EFGH* di samping, panjang, lebar dan tingginya berturut-turut adalah 8 cm, 6 cm dan 3 cm. Tentukan:

   a. Volume limas *T.ABCD*
   b. Volume balok di luar limas *T.ABCD*

Kemudian, diantara soal-soal yang terdapat pada **Latihan 3.1** sampai **Latihan 3.3** manakah yang cocok untuk mengukur Kompetensi Dasar.

J. Remedial

Pembelajaran remedial pada hakikatnya merupakan suatu bentuk pembelajaran yang bersifat menyembuhkan atau membetulkan pembelajaran yang membuat jadi lebih baik. Pembelajaran remedial juga merupakan tindakan perbaikan pembelajaran yang diberikan kepada siswa yang belum mencapai KKM dalam suatu KD tertentu.

Kemudian guru harus menganalisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal, mungkin kesalahan siswa karena salah konsep atau mungkin salah melakukan prinsip. Jika kesalahan siswa sudah ditemukan, maka guru bisa melakukan proses pembelajaran remedial dengan cara berikut.

1. Pemberian pembelajaran ulang dengan metode dan media yang berbeda, menyesuaikan dengan gaya belajar siswa;
2. Pemberian bimbingan secara perorangan;
3. Pemberian tugas-tugas atau latihan secara khusus, dimulai dengan tugas-tugas atau latihan sesuai dengan kemampuannya;

Pemanfaatan tutor sebaya, yaitu siswa dibantu oleh teman sekelas yang telah mencapai KKM

K. Pengayaan

Pembelajaran pengayaan diberikan kepada siswa yang telah mencapai atau melampaui KKM. Ada beberapa kegiatan yang dapat dirancang dan dilaksanakan oleh Guru dalam kaitannya dengan pengayaan, diantaranya melakukan kegiatan berikut.

1. Belajar kelompok, yaitu sekelompok siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan bersama pada dan/atau di luar jam pelajaran;
2. Belajar mandiri, yaitu siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan sendiri/individual;
3. Pembelajaran berbasis tema, yaitu memadukan beberapa konten pada tema tertentu sehingga siswa dapat mempelajari hubungan antara berbagai disiplin ilmu.

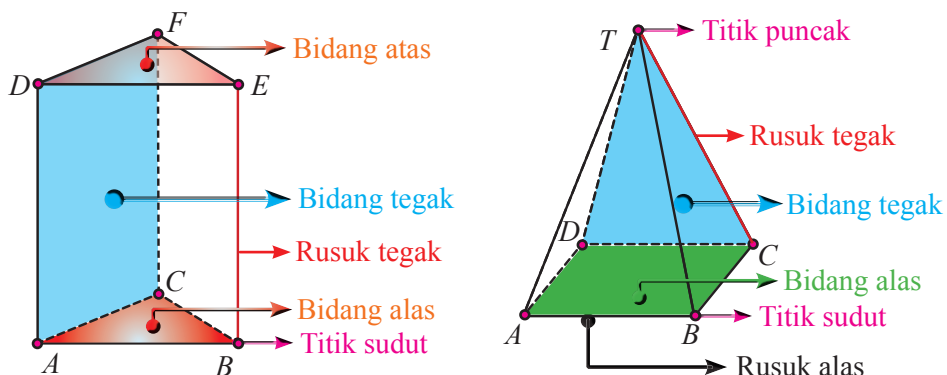
Pengayaan biasanya diberikan segera setelah siswa diketahui telah mencapai KKM berdasarkan hasil PH. Pembelajaran pengayaan biasanya hanya diberikan sekali, tidak berulang-kali sebagaimana pembelajaran remedial. Pembelajaran pengayaan umumnya tidak diakhiri dengan penilaian.

Kegiatan 8.8 Hubungan antara Diagonal Ruang, Diagonal Bidang, dan Bidang Diagonal

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Sediakan kerangkan kubus, balok, prisma, dan limas.*
2. *Sediakan secukupnya lidi/tusuk sate/lainnya.*
3. *Pikirkan kelompok-kelompok kecil siswa (4-5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif .*
4. *Identifikasi siswa-siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.*
5. *Identifikasi pula bentuk bantuan apa yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.*

Ajaklah siswa untuk mengingat kembali tentang unsur-sunsur balok atau kubus yang pernah mereka pelajari ketika di SD. Unsur-unsur kubus atau balok yang telah ditunjukkan pada **Gambar 8.29**. Siswa diajak kembali untuk memahami tentang unsur-unsur kubus atau balok. Kemudian mereka diberi kesempatan untuk mengamati tentang terbentuknya suatu bidang/sisi pada kubus atau balok.

Selanjutnya suruhlah siswa untuk membanding unsur-unsur kubus dengan balok. Sehingga mereka mengetahui bahwa unsur-unsur antara kubus dengan balok tidak ada perbedaan yang signifikan, hanya terletak pada bentuk bidang/sisinya saja. Informasikan kepada siswa tentang unsur-unsur kubus atau balok memiliki tiga unsur lagi yang lain, yaitu diagonal ruang, diagonal bidang, dan bidang diagonal. Kemudian berilah kesempatan kepada siswa untuk memikirkan tentang ketiga unsur tersebut. Ajaklah siswa untuk menggambar prisma segitiga dan limas segiempat. Kemudian suruhlah mereka untuk menyebutkan unsur-unsur dari prisma dan limas. Misalkan seperti gambar berikut.

Informasikan tugas yang akan mereka kerjakan yaitu akan mengamati bentuk diagonal ruang, diagonal bidang, dan bidang diagonal yang sudah disediakan pada **Tabel 8.12**. Fokus pengamatan adalah memperhatikan dengan cermat tentang terbentuknya diagonal ruang, diagonal bidang, dan bidang diagonal. Ajaklah siswa untuk memfokuskan perhatiannya pada bentuk diagonal bidang dari ketiga gambar, yaitu gambar pada **Tabel 8.12** nomor 1, 2, dan 3 bahwa ketiga bentuk bidang diagonal terdapat pada bidang/sisi balok berupa garis lurus.

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan (*questioning*), kalau perlu modelkan salah satu pertanyaan. Sepakati satu atau dua pertanyaan dan tuliskan di papan, minta siswa menjalankan rencana yang telah disepakati,

Contoh Pertanyaan:

1) Bagaiamana cara menentukan panjang diagonal bidang?
2) Apakah hubungan antara diagonal bidang dengan diagonal ruang?
3) Apakah hubungan antara diagonal ruang dengan bidang diagonal?
4) Apakah hubungan antara diagonal bidang dengan bidang diagonal?
5) Apakah perbedaan antara diagonal bidang dengan bidang diagonal?

Ajaklah siswa untuk menggali informasi pada **Tabel 8.13** dengan memperhatikan uraian pada kolom unsur-unsur lain dan keterangan. Ajaklah siswa untuk memahami **Contoh 8.17**, **8.18,** dan **8.19** beserta alternatif penyelesaiannya. Bila memungkinkan ragakan bentuk bidang diagonal dan diagonal ruang dengan menggonakan lidi/ lainnya yang serupa.

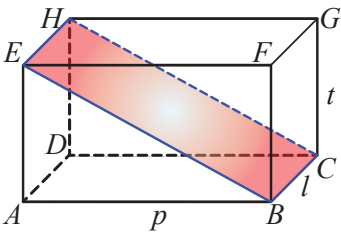
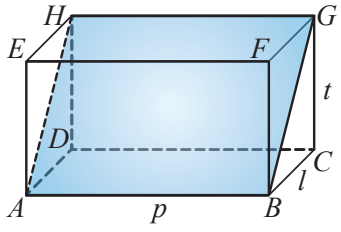
Ajaklah siswa untuk menemukan cara *smart solution* untuk menentukan panjang diagonal bidang, diagonal ruang, dan luas bidang diagonal. Kemudian ajaklah siswa untuk menemukan istilah dari bidang frontal dan bidang ortogonal pada kubus, balok, prisma, dan limas. Berilah kesempatan kepada siswa untuk merperkirakan adanya diagonal bidang, diagonal ruang, dan bidang diagonal juga ada pada prisma dan limas.

Selanjutnya ajaklah siswa untuk mencoba menyelesaikan dari tiga kasus yang telah ditunjukkan pada buku siswa.

Berikut alternatif penyelesaiannya

1. Bagian A

   1) Diagonal bidang pada balok adalah *AC, BD, EG, FH, AF, BD, DG, CH, BG, CF, AH*, dan *DE.*
   2) Sehingga semua diagonal bidang pada balok sebanyak 12.

   Ajaklah siswa untuk memfokuskan perhatiannya pada bentuk diagonal ruang dari kedua gambar, yaitu gambar pada **Tabel 8.7** nomor 4 dan 5 bahwa kedua bentuk bidang ruang terdapat di dalam balok berupa garis lurus. Kemudian ajaklah mereka untuk menyebutkan semua diagonal ruang pada balok, ada berapa banyak diagonal ruang yang terdapat pada balok?

   Bagian B

   1) Diagonal ruang pada balok adalah *AG, CE, HB*, dan *DF.*
   2) Sehingga semua diagonal ruang pada balok sebanyak 4.

   Ajaklah siswa untuk memfokuskan perhatiannya pada bentuk bidang diagonal dari kedua gambar, yaitu gambar pada **Tabel 8.7** nomor 6 dan 7 bahwa kedua bentuk bidang diagonal terdapat di dalam balok berupa suatu bidang. Kemudian ajaklah mereka untuk menentukan cara terbentuknya suatu bidang diagonal pada balok dan ajaklah mereka untuk menyebutkan semua bidang diagonal pada balok, bagaimanakah cara terbentuknya bidang diagonal pada balok dan ada berapa banyak bidang diagonal yang terdapat pada balok?

Bagian C

1) Cara terbentuknya bidang *BCHE* dan *ABGH* sebagai berikut

No.	Balok	Unsur-unsur	Keterangan
6.	H G E F t D C l A p B	Bidang Diagonal	Titik sudut *B* dihubungkan dengan titik sudut *E* membentuk ruas garis $\overline{BE}$ dan titik sudut *C* dihubungkan dengan titik sudut *H* membentuk ruas garis $\overline{CH}$. Kemudian kedua ruas garis tersebut dihubungkan dengan ruas garis $\overline{EH}$ dan $\overline{BC}$ sehingga membentuk bidang *BCHE*. bidang *BCHE* merupakan bidang diagonal yang berada di dalam balok *ABCD.EFGH*
No.	**Balok**	**Unsur-unsur**	**Keterangan**
7.	H G E F t D C l A p B	Bidang Diagonal	Titik sudut *A* dihubungkan dengan titik sudut *H* membentuk ruas garis $\overline{AH}$ dan titik sudut *B* dihubungkan dengan titik sudut *G* membentuk ruas garis $\overline{BG}$. Kemudian kedua ruas garis tersebut dihubungkan dengan ruas garis $\overline{AB}$ dan $\overline{HG}$ sehingga membentuk bidang *ABGH*. bidang *ABGH* merupakan bidang diagonal yang berada di dalam balok *ABCD.EFGH*

2) Bidang diagonal pada balok adalah *BCHE, AFGD, ABGH, EFCD, ACGE*, dan *BDHF.*

3) Sehingga semua diagonal ruang pada balok sebanyak 6.

Alternatif Kesimpulan

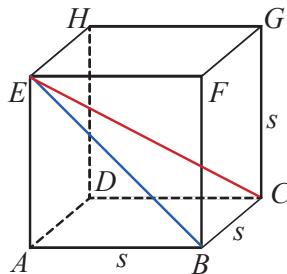
(1) Diagonal bidang pada kubus atau balok adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang terletak pada rusuk-rusuk berbeda pada satu bidang kubus atau balok.

(2) Diagonal ruang pada kubus atau balok adalah ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang masing-masing terletak pada bidang atas dan bidang alas yang tidak terletak pada satu bidang kubus atau balok.

(3) Bidang diagonal pada kubus atau balok adalah suatu bidang yang dibatasi oleh dua rusuk dan dua diagonal bidang yang sejajar dan tidak terletak pada satu bidang kubus atau balok.

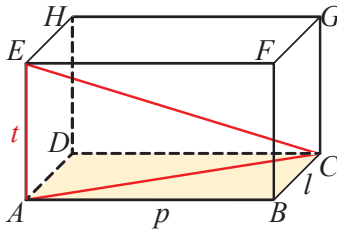
2. Hubungan antara diagonal ruang dan bidang diagonal adalah diagonal ruang terletak di dalam kubus atau balok dan sekaligus terletak pada bidang diagonal itu, diagonal ruang juga merupakan diagonal bidang pada bidang diagonal itu yang membagi bidang diagonal itu menjadi dua bagian sama besar.

   Sedangkan untuk mencari panjang diagonal bidang dan diagonal ruang kubus dan balok, perhatikan uraian berikut.

   1) Kubus

Untuk kubus yang panjang rusuknya s maka:

Jumlah panjang rusuk kubus = $12s$

Panjang diagonal ruang = $\sqrt{3s^2}$

2. Balok

Untuk balok yang panjangnya (p), lebarnya (l), dan tingginya (t), maka:

Jumlah panjang rusuk balok = $4(p + l + t)$

Panjang diagonal ruang = $\sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$

3. Berdasarkan **Alternatif Kesimpulan** pada jawaban nomor 1, maka istilah "bidang diagonal" didefinisikan sebagai suatu bidang yang ditentukan oleh dua diagonal bidang yang sejajar.

   Jadi, bidang segitiga ABF bukan merupakan bidang diagonal.

Informasikan kepada siswa untuk mendikusikannya secara klasikal, dimana dalam kegiatan ini guru menyuruh seluruh kelompok yang ada untuk mempresentasikan hasil penyelesaiannya di depan kelas secara bergantian salah kelompok siswa mempresentasikannya jawaban dari hasil diskusinya.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 8.8
Tanda (-) sebagai latihan

1. -
2. Panjang diagonal bidang = $6\sqrt{2}$ cm, diagonal ruang = $6\sqrt{3}$ cm, dan luas bidang diagonal = $36\sqrt{2}$ cm^2.
3. -
4. Luas permukaan prisma *ABE.DCH* = 360 cm^2
5. -
6. Panjang *QR* = $\sqrt{6}$ cm
7. -
8. Tinggi prisma tersebut = 8 cm.

   Salah satu caranya untuk mencari luas bidang *ABF* yaitu terlebih dulu mencari panjang *FA* dan *FB*, baru kemudian mencari luas segitiga *ABF* dengan formula *heron* yang pernah siswa pelajari ketika di kelas VII:

   Luas $\Delta ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
9. -

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. *Sediakan bahan-bahan yang dibutuhkan untuk kegiatan proyek kali ini, kardus, gunting/kater, lim dll*
2. *Bentuklah siswa dalam beberapa kelompok untuk membagi tugas dalam membuat kreasi bahan kardus*
3. *Intruksikan kepada siswa untuk mengikuti langkah-langkah kerja yang ada pada buku Siswa*

Kegiatan Pertama

Menyampaikan tujuan dan kegiatan pembelajaran

1. Menunjukkan ingin tahu selama mengikuti proses pembelajaran.
2. Bertanggung jawab terhadap kelompoknya dalam menyelesaikan tugas.
3. Peserta didik dapat membuat jaring-jaring kubus, balok, prisma, dan limas.
4. Peserta didik dapat menemukan rumusnya luas permukaan dan volume kubus, balok, prisma, dan limas.
5. Peserta didik dapat menghitung luas permukaan volume kubus, balok, prisma, dan limas.

Memberikan motivasi agar selalu rajin dalam belajar. Guru membuka pelajaran. Pada pertemuan sebelumnya siswa telah mempelajari bangun ruang sisi datar. Kali ini siswa akan mempelajari mengenai penerapan bangun ruang sisi datar pada benda tertentu untuk dijadikan karya siswa. Siswa dibentuk beberapa kelompok yang terdiri dari 3-4 orang dengan anggota yang heterogen, dan setiap kelompok dipimpin oleh seorang ketua kelompok

Fokus kegiatan ini adalah membuat bangun tertentu dari hasil kreasi bahan kardus. Kelompok siswa disuruh untuk mengatur bahan-bahan yang sesuai dengan tugasnya masing-masing. Amati beberapa benda/bahan yang digunakan untuk membuat bangun tertentu hasil kreasi dari bahan kardus.

Berikan beberapa pertanyaan pancingan agar siswa mengamati dengan seksama setiap benda/bahan yang akan digunakan untuk perlengkapan projek. Berikan kesempatan siswa untuk memikirkan kemungkinan pertanyaan yang muncul dari hasil pengamatan sebelumnya.

Contoh pertanyaan:

1. Supaya rencana mengkreasi bahan kardus ini baik dan unik, kira-kira apa yang harus kita perbuat? (bahan kardus apa yang harus kita sediakan? Alat-alat apa yang harus kita siapkan? Langkah-langkah mengkreasi bahan dari kardus bagaimana? Berapa biaya yang butuhkan untuk mengkreasi bahan kardus ini? dll)
2. Agar tugas kalian ini mendapatkan hasil yang memuaskan, kira-kira strategi apa yang harus kalian perbuat? Bagaimana bentuk strateginya? Apalagi yang harus diperbuat? dll.
3. Apakah pelajaran kita saat ini (tentang bentuk-bentuk bangun datar) bisa kalian manfaatkan? Yang mana? Mengapa?

Ajaklah siswa untuk menggali informasi tentang rencana pembuatan tugas projek yang akan dirancang. Baik melalui internet atau buku-buku tertentu di perpustakaan. Kemudian diskusikan dengan teman kelompoknya masing-masing untuk bahan-bahan apa yang akan diperlukan agar pembuatan rencana penyelesaian proyek (bisa dimodifikasi/ disesuaikan) selesai tepat waktu (pada Lembar Rencana Pembuatan projek). Himbaulah kepada kelompok siswa untuk menentukan tentang Langkah-langkah penelesaian untuk mengkreasi bahan dari kardus dan akan dibentuk seperti apa hasil kreasinya, misalkan membuat *Danboard* dari kardus, rumah-rumahan atau lainnya.

Siswa mempresentasikan rencana penyelesaian proyek, pembuatan jadwal, persiapan peralatan (terlampir)

Kemudian mencatat informasi tersebut pada bentuk poster dan power point dengan lengkap sebagai bahan untuk mempelajari materi tersebut. Dilakukan Konsultasi terkait kegiatan yang sedang berlangsung.

Contoh Projek

Kegiatan Kedua

Ajaklah kelompok siswa untuk membuat suatu karya bahan kardus yang telah dirancang pada pertemuan sebelum. Fokuskan kegiatan kalian pada bahan-bahan/barang-barang yang telah disediakan oleh masing-masing kemlompok. Informasikan kepada siswa untuk membagi tugas pada anggota kelompoknya masing-masing agar karya yang telah dirancang selesai tepat waktu pada pertemuan kali ini.

Kemudian siswa diminta untuk mendiskusikan sesama anggota kelompoknya masing-masing atau dan mengkonsultasikan kepada pendamping/guru pengajar yang bersangkutan. Diinstruksikan kembali untuk memperbaiki dan melengkapi informasi yang dirasa belum lengkap untuk menyempurnakan karyanya.

Jika diperlukan dilakukan konsultasi terkait kegiatan yang sedang berlangsung baik dengan teman sekelompok maupun dengan kelompok lain untuk menyempurnakan karyanya. Membuat persiapan presentasi yang di diskusikan pada pertemuan berikut, baik melalui power point maupun melalui poster. Dilakukan penilain berdasarkan peran siswa dalam diskusi kelompok dan memotivasi siswa yang masih pasif.

Kegiatan Ketiga

Jika diperlukan dipersiap LCD untuk beberapa kelompok siswa yang akan presentasi dari hasil projek yang telah dibuat pada pertemuan sebelumnya. Diberikan waktu 7 menit untuk setiap kelompok dalam mempresentasikan daris hasil karyanya. Ketika salah satu kelompok mempresentasikan hasil karya, sedangkan kelompok yang lain mendengarkan, mengamati, menangggapi presentasi kelompok yang tampil. Diberikan kesempatan pada kelompok lain untuk menanggapi atas presentasi yang telah dipaparkan oleh kelompok tersebut. Menanggapi hasil diskusi antar kelompok tentang ciri-ciri dua persamaan garis lurus yang saling sejajar, tegak lurus, berimpitan dan berpotongan.

Diberikan pertanyaan pancingan tentang bagaiamana merancang dan membuat suatu projek jika materinya terbatas pada Bangun Ruang Sisi Datar Saja dan bahan-bahan yang ada kardus, lim, dan gunting. Diberi kesempatan kepada kelompok tertentu untuk membahasa bagaimana langkah merancang suatu projek yang baik. Diberikan motivasi kepada seluruh siswa untuk selalu menemukan suatu hal baru dari beberapa hasil pengamatan kita baik mata pelajaran maupun pada kehidupan sehari-hari.

M. Ayo Kita Merangkum 8

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa luas permukaan bangun ruang sisi datar adalah jumlah dari seluruh luas sisi bangun ruang tersebut. Sedangkan banyaknya susunan kubus yang membentuk balok dapat dipandang sebagai volume balok.

➢ Luas permukaan bangun ruang sisi datar:

- Jaring-jaring kubus atau balok adalah bangun datar yang jika dilipat pada ruduk-rusaknya akan membentuk bangun ruang kubus atau balok
- Rumus luas permukaan balok adalah:

  $L = 2(p \times t) + 2(p \times l) + 2(l \times t)$, dengan p = panjang balok, l = lebar balok, dan t = tinggi balok
- Rumus permukaan kubus adalah:

  $L = 6s^2$, dengan s adalah panjang rusuk
- Rumus permukaan prisma adalah:

  $L = 2 \times La + (Ka \times t)$, dengan La = luas alas, Ka = keliling alas, dan t = tinggi Prisma.
- Rumus permukaan limas adalah:

  $L = La + \sum Ls$, dengan La = luas alas dan $\sum Ls$ = jumlah luas Sisi-sisinya

➢ Volume bangun ruang sisi datar:

- Rumus volume balok adalah $V = p \times l \times t$, dengan p = panjang balok, l = lebar balok, dan t = tinggi balok
- Rumus volume kubus adalah $V = s \times s \times s = s^3$, dengan s adalah panjang rusuk
- Rumus volume prisma adalah $L = La \times t$, dengan La = luas alas dan, t tinggi prisma
- Rumus volume limas adalah $L = 1/3 \times La \times t$, dengan La = luas alas, dan t tinggi limas

Berikut penyelesaian Uji Kompetensi 8
Tanda (-) sebagai latihan

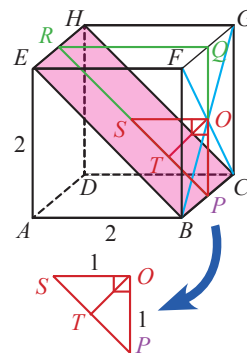
A. Pilihan Ganda

1.	D	6.	C	11.	C	16.	C
2.	C	7.	B	12.	B	17.	A
3.	A	8.	D	13.	A	18.	C
4.	B	9.	C	14.	A	19.	A
5.	B	10.	B	15.	A		

20. D

Petunjuk:
Perhatikan ilustrasi gambar berikut ini.
Dengan teorema Pythagoras, tentukan panjang *PS*
Kemudian akan didapat panjang *TO* dengan menggunakan kesamaan luas segitiga *POS*, sebagai berikut:

Luas segitiga *POS* $= \frac{1}{2} \times PO \times SO$

Jadi, Jarak titik *O* ke bidang *BCEH* adalah $\frac{\sqrt{2}}{2}$ satuan.

B. Esai

21. Total kotak nasi keseluruhan:
meja 1 + meja 2 = 118 + 109
meja 1 + meja 2 = 227 buah
(Mengapa demikian? Cobalah pikirkan, kira-kira bagaimana strateginya?)

22. a. Ukuran panjang, lebar dan tinggi balok = 20 cm × 10 cm × 15 cm
b. Panjang kerangka balok = 180 cm
c. Volum balok = 3.000 cm^3

23. a. Luas alas limas = 144 cm^2
b. Panjang rusuk alas limas = 48 cm
c. Panjang *TP* = 10 cm
d. Luas segitiga *TBC* = 60 cm^2
e. Luas seluruh permukaan limas = 384 cm^2

24. a. Luas alas prisma = 60 cm^2

b. Luas permukaan prisma = 920 cm^2

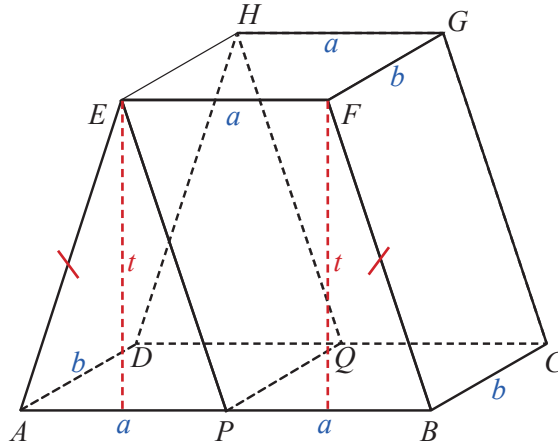
c. Volum prisma = 1.200 cm^3

25. Petunjuk:

Perhatikan ilustrasi gambar berikut.

Misalkan $AP = PB = EF = a$ dan $BC = FG = b$

Perhatikan prisma *APE.DQH*.

Kemudian bandingkan volume prisma *APE.DQH* dengan volume prisma *PBFE.QCGH*

Jadi, perbandingan volume prisma *APE.DQH* dan prisma *PBFE.QCGH* adalah 1 : 2

26. Luas permukaan tangki/bejana = 13.000

Volume tangki/bejana = 72.000

27. Volume limas *T.ABCD* = 48 cm^3

Volume balok di luar limas *T.ABCD* = 96 cm^3

28. (i) Panjang diagonal bidang *ABFE* = 20 cm, diagonal bidang *BCGF* = $4\sqrt{13}$ cm, dan diagonal bidang *ABCD* = $8\sqrt{5}$ cm.

(ii) Panjang diagonal ruang = $4\sqrt{29}$ cm

(iii) Luas bidang diagonal *ABGH* = $64\sqrt{13}$ cm^2, bidang diagonal *BCHE* = 160 cm^2, dan bidang diagonal *BDHF* = $96\sqrt{5}$ cm^2.

29. Luas permukaan limas *E.ABCD* = $(16 + 4\sqrt{2})$ cm^2

Volume limas *E.ABCD* = $\frac{8}{3}$ cm^3

30. Waktu yang diperlukan = 400 menit atau 6 jam 40 menit

Bab 9

Statistika

Sumber: www.finance.detik.com

A. Narasi Awal Bab

Aktuaris adalah seorang ahli yang dapat mengaplikasikan ilmu keuangan dan teori statistik untuk menyelesaikan persoalan-persoalan bisnis aktual. Persoalan ini umumnya menyangkut analisis kejadian masa depan yang berdampak pada segi finansial, khususnya yang berhubungan dengan besar pembayaran pada masa depan dan kapan pembayaran dilakukan pada waktu yang tidak pasti. Secara umum, aktuaris bekerja di bidang konsultasi, perusahaan asuransi jiwa, pensiun, dan investasi. Aktuaris juga sedang merambah di bidang-bidang lainnya, di mana kemampuan analitis diperlukan. Pada umumnya aktuaris di Indonesia memiliki latar belakang pendidikan dari FMIPA Matematika ataupun Statistika. Namun ada sedikit aktuaris yang berasal dari disiplin lain. Aktuaris di Indonesia banyak bekerja di perusahaan asuransi jiwa, sedangkan sisanya bekerja di dana pensiun, konsultan aktuaria, dan saat ini merambah ke dunia investasi. Nah, sekarang kalian sudah tidak ragu lagi belajar matematika dan statistika, kan? Tertarik untuk mempelajari statistika? Yuk, ikuti kegiatan mengenai statistika dan penerapannya di bab ini.

Sumber yang penting dari suatu data, khususnya bagi anak-anak, berasal dari survei yang mereka lakukan (pengumpulan data atau pendapat). Pertanyaan yang membuat siswa tertarik antara lain seperti banyak waktu yang paling lama dihabiskan dalam sehari, minuman yang paling banyak disukai siswa, dapat menarik minat siswa untuk mengumpulkan data baik dikelas, keluarga atau teman mereka.

Setelah data dikumpulkan, data harus diatur dan dijelaskan sehingga hasilnya dapat dipahami dan disampaikan dengan baik oleh pembaca. Sebagai contoh, jika seorang siswa melakukan pendataan waktu yang dihabiskan untuk menonton televisi setiap hari dalam selang waktu 10 hari. Kesepuluh bilangan yang dihasilkan nanti dapat menjelaskan berapa paling banyak lamanya siswa menonton televisi. Untuk menyajikan data ini, terdapat tiga jenis bilangan yang mendekati pusat dari sekumpulan data yakni mean (rata-rata), median, dan modus. Ketiganya disebut ukuran pemusatan data. Selain ketiga ukuran tersebut, siswa akan mengenal jangkauan dan kuartil.

B. Kata Kunci

a. *rata-rata (mean)*
b. *median*
c. *modus*
d. *kuartil*
e. *jangkauan*

C. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mengolah, menyaji dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

D. Kompetensi Dasar

3.10 Menganalisis data berdasarkan distribusi data, nilai rata-rata, median, dan modus dan sebaran data untuk mengambil simpulan, membuat keputusan, dan membuat prediksi.

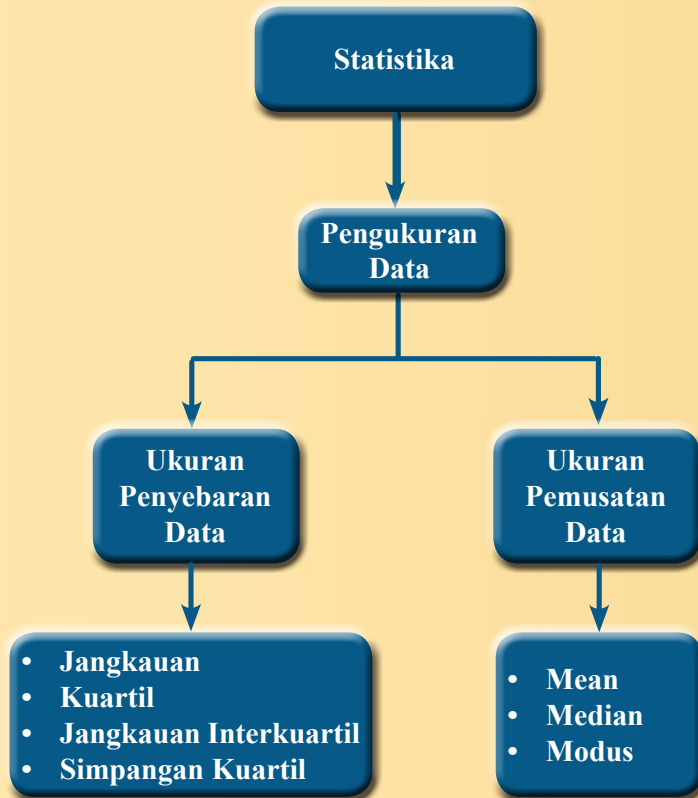
4.10 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan distribusi data, nilai rata-rata, median, modus, dan sebaran data untuk mengambil simpulan, membuat keputusan, dan membuat prediksi.

E. Indikator Pencapaian Kompetensi

Indikator pencapaian kompetensi untuk Bab 9 Statistika ini dikembangkan dengan mengacu pada kompetensi inti dan kompetensi dasar. Pada kegiatan pembelajarannya di kelas nanti, guru dapat mengembangkan sendiri indikator pencapaian kompetensi ini dengan menyesuaikan karakteristik tiap-tiap siswa. Indikator pencapaian kompetensi pada Bab 9 ini antara lain sebagai berikut:

1. Siswa mampu menganalisis data dari distribusi data yang diberikan.
2. Siswa mampu menentukan rata-rata (*mean*) suatu kumpulan data.
3. Siswa mampu menentukan median dan modus suatu kumpulan data.
4. Siswa mampu menentukan sebaran data, yaitu jangkauan, kuartil, dan jangkauan interkuartil suatu kumpulan data.
5. Siswa mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan distribusi data, rata-rata, median, modus, dan sebaran data dari kumpulan data yang diberikan
6. Siswa mampu membuat kasimpulan, mengambil keputusan, dan membuat prediksi dari suatu kumpulan data berdasarkan nilai rata-rata, median, modus, dan sebaran data.

F.
Peta
Konsep

Statistika
Pengukuran Data
Ukuran Penyebaran Data
Ukuran Pemusatan Data
• Jangkauan
• Kuartil
• Jangkauan Interkuartil
• Simpangan Kuartil
• Mean
• Median
• Modus

Genichi Taguchi
(1924 – 2012)

Dr. Genichi Taguchi

(1 Januari 1924 – 2 Juni 2012)

Pada 2012 lalu dunia berduka karena kehilangan seorang insinyur dan ahli statistik terbaik di Jepang, Genichi Taguchi. Jika kalian merasa begitu asing dengan tokoh ini, lihatlah kembali mobil dan barang-barang elektronik yang kalian punya di rumah. Mengapa hampir semuanya berlabel 'Made in Japan'? Salah satu alasannya adalah, sejak tahun 1970-an, produk Jepang terkenal karena kualitas, ketahanan, keandalan dan harganya yang terjangkau dibandingkan produk Amerika atau Eropa. Alasannya? Perusahaan manufaktur Jepang selalu mendengar apa kata Taguchi.

Genichi Taguchi adalah seorang insinyur dan ahli statistik. Ia memiliki latar belakang ilmu teknik dan juga mendalami statistika serta matematika tingkat lanjut, sehingga ia dapat menggabungkan teknik statistika dan pengetahuan keteknikan. Taguchi telah membuat kontribusi yang sangat berpengaruh untuk statistik industri. Metode yang ia cetuskan merupakan metodologi baru dalam bidang teknik yang bertujuan untuk memperbaiki kualitas produk dan proses serta dapat menekan biaya dan bahan baku seminimal mungkin. Metode Taguchi banyak diterapkan di pabrik-pabrik di Jepang oleh para teknisi untuk memperbaiki proses dan produk.

Pesan moral yang dapat kita ambil dari kontribusi Taguchi antara lain:

1. Selalu menjaga kualitas proses dan hasil kerja keras kita, baik dalam belajar maupun bekerja. Hal ini berarti, kualitas hasil belajar akan menjadi baik apabila kualitas proses belajar terjaga dengan baik. Dengan belajar statistika, kita bisa melihat hasil belajar kita ada kemajuan atau tidak, sehingga kita bisa mengontrol dan memperbaiki proses belajar.
2. Kita harus bersikap jujur, karena kejujuran dapat membuat diri kita menjadi pribadi yang berkualitas. Kitapun akan menjadi orang yang dipercaya. Hal inilah yang dapat diambil dari statistika. Dengan statistika, kita belajar menjadi manusia yang jujur dan, bicara sesuai dengan data dan fakta.

Sebagai alternatif, berikut disajikan pembelajaran sistem persamaan linear satu variabel dengan model penemuan terbimbing yang prosesnya berdasar pada pendekatan ilmiah (*scientific approach*). Guru dapat menggunakan model pembelajaran lainnya yang sesuai dengan karakteristik siswa.

Menganalisis Data

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Sebelum memulai ***Kegiatan 9.1****, hendaknya guru mengingatkan siswa tentang data dan penyajiannya yang telah mereka pelajari di kelas VII. Dengan kegiatan ini diharapkan siswa mampu menganalisis dan menafsirkan data, serta mengambil kesimpulan dari data ysng disajikan baik dalam bentuk tabel maupun diagram.*

Pada kegiatan ini, guru mengajak siswa untuk mengamati diagram batang yang disajikan pada buku siswa. Selanjutnya guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan yang diberikan.

Pada kegiatan ini guru meminta siswa untuk membuat dan mengajukan pertanyaan terkait dengan analisis dan menafsirkan data. Siswa bisa melihat contoh pertanyaan yang sudah disajikan dalam buku siswa, misalnya “Bagaimana cara kita menafsirkan data? Bagaimana cara kita menafsirkan suatu data dalam bentuk tabel?” Pertanyaan yang diajukan siswa bisa diberikan kepada siswa lain untuk dijawab, tetapi kebenaran jawaban akan dibuktikan nanti setelah siswa menggali informasi pada fitur berikutnya.

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa untuk menggali informasi tentang cara membuat kesimpulan berdasarkan tabel data yang diberikan. Selanjutnya guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan pada buku siswa. Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

Diberikan hasil produksi padi tiap tahun pada Desa Suka Makmur dari tahun 2001 sampai dengan 2008 sebagai berikut.

Tahun	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Hasil (ton)	250	285	310	340	380	225	290	420

a. Beberapa kesimpulan dari data pada tabel di atas.
   1) Mulai tahun 2001 hingga tahun 2005, produksi padi di Desa Suka Makmur meningkat.
   2) Produksi padi di Desa Suka Makmur menurun drastis pada tahun 2006.
   3) Produksi padi di Desa Suka Makmur meningkat tajam pada tahun 2008.

b. Hasil produksi padi tertinggi dicapai Desa Suka Makmur pada tahun 2008 sebesar 420 ton.

c. Produksi padi Desa Suka Makmur terus meningkat hingga tahun 2005. Namun, padi mengalami penurunan yang tajam pada tahun berikutnya. Produksi padi mulai mengalami kenaikan pada tahun-tahun berikutnya. Dapat disimpulkan bahwa kenaikan dan penurunan produksi padi Desa Suka Makmur mengalami kenaikan yang relatif stabil meskipun tahun 2006 mengalami penurunan.

d. Produksi padi Desa Suka Makmur pada tahun 2010 diperkirakan berkisar pada 450 – 500 ton.

e. Produksi padi Desa Suka Makmur mengalami penurunan di tahun 2006 bisa jadi dikarenakan faktor cuaca yang tidak menentu sehingga petani tidak bisa mengantisipasi atau terjadi bencana banjir. Hal ini terlihat dari produksi padi yang menurun drastis.

f. Berapakah besar penurunan dan kenaikan yang paling besar pada produksi padi Desa Suka Makmur?

Pada kegiatan ini, guru mengajak siswa untuk bernalar dengan menjawab beberapa pertanyaan pada buku siswa. Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

1. a. dari titik *A* ke titik *B* (20 liter)
   b. dari titik *C* ke titik *D* (10 liter)
   c. dari titik *D* ke titik *E* (10 liter)
   d. dari titik *E* ke titik *F* (10 liter)
   e. dari titik *F* ke titik *G* (30 liter)
2. a. Jumlah liter bahan bakar total yang dihabiskan dalam perjalanan tersebut adalah 80 liter
   b. Lama perjalanan dari kota *M* ke kota *N* adalah 12 jam
3. a. tidak ada bahan bakar yang terpakai diantara kedua titik.
   b. Dari titik *B* ke *C* pengendara mobil sedang istirahat atau tidak dalam keadaan berkendara. Hal ini terlihat dari tidak ada perubahan pada grafik dari kedua titik.
   c. Titik *D* menunjukkan perubahan drastis banyaknya bahan bakar. Pada titik ini kemungkinan besar bahwa pengendara sedang mengisi bahan bakar mobil.

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru dapat juga menentukan perwakilan kelompok untuk diminta menjelaskan di depan kelas berdasarkan catatan guru selama berkeliling. Misalnya dua kelompok yang hasil penalarannya berbeda, atau penalaran siswa berbeda dengan alternatif jawaban yang sudah disediakan dalam buku guru ini. Apabila setelah diskusi atau presentasi terdapat beberapa siswa yang masih belum memahami hasil penalaran, maka guru meminta siswa yang sudah paham untuk berdiskusi dengan siswa yang belum paham. Apabila sebagian besar siswa kurang memahami hasil penalaran yang sudah dipresentasikan, maka guru memberikan penjelasan kembali kepada semua siswa.

Ayo Kita Berlatih 9.1

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang menganalisis dan menafsirkan data, serta mengambil kesimpulan dari data yang disajikan baik dalam bentuk tabel maupun diagram, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan soal-soal **Ayo Kita Berlatih 9.1**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Berikut penyelesaian Ayo Kita Berlatih 9.1

1. a. TV Merk *D* terjual paling banyak dan TV merk *A* dan *E* terjual paling sedikit.

   b. 114 TV terjual pada bulan Januari.

2. Tidak benar bahwa banyak siswa perempuan kelas IX di SMP Ceria pada tahun 2007 lebih banyak dari tahun 2012. Banyak siswa perempuan kelas IX di tahun 2007 adalah 55 siswa dan tahun 2012 sebanyak 64 siswa. Jadi, banyak siswa perempuan kelas IX di SMP Ceria tahun 2012 lebih banyak daripada tahun 2007.

3. a. *Flashdisk* Reta tidak cukup apabila diisi dengan *file* baru berkapasitas 750 MB.

   Perhatikan bahwa kapasitas *flashdisk* yang tersedia hanya 10% atau 400 MB, sehingga tidak dapat mencukupi *file* yang akan diisikan.

   b. *File* musik yang harus dihapus supaya mencukupi *file* baru adalah 50% dari *file* musik.

4. Hal ini mungkin bagi Reta untuk menghapus tiga album supaya *file* buku ajar baru dapat disimpan dalam *flashdiknya*. Album yang dihapus adalah album yang berukuran besar, yaitu Album *C, E* dan *F*, sehingga besar *file* yang terbuang adalah 372 MB. Dari penghapusan itu didapat *file* kosong sebesar 772 MB dan ini cukup untuk *file* buku ajar baru yang besarnya 750 MB.

5. a. pada hari ke-5.

   b. menanam di tempat yang terang dengan sinar matahari yang cukup. (Perlu dijelaskan hal ini berkaitan dengan materi pada mata pelajaran IPA. Sehingga, siswa akan memahami mengapa pertumbuhan kecambah di tempat gelap lebih cepat tumbuh daripada pertumbuhan kecambah di tempat terang).

Menentukan Rata-rata (Mean) suatu Data

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Pada kegiatan ini, siswa diharapkan memahami rata-rata (mean) dari data yang diberikan. Siswa memulai mengamati profil singkat presiden dan wakil presiden Indonesia. Kemudian siswa menentukan rata-rata usia mereka saat pertama kali dilantik menjadi pejabat tinggi negara.
Sebelum pembelajaran dimulai, guru mengingatkan siswa tentang data yang disajikan dalam berbagai bentuk diagram. Setelah itu, guru meminta siswa untuk menentukan makna dari diagram yang diberikan. Dalam hal ini, guru bisa menyajikan diagram yang ada pada buku siswa kelas VII.

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa untuk mengamati tabel profil singkat presiden dan wakil presiden Indonesia dari masa ke masa. Tabel tersebut menyajikan usia para presiden dan wakilnya saat pertama kali menjabat. Usia mereka digunakan sebagai konteks bagi siswa dalam mengantarkan mereka ke konsep rata-rata (*mean*). Selanjutnya, guru meminta siswa melakukan kegiatan sesuai dengan langkah-langkah yang diberikan dalam buku siswa.

Guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan berdasarkan pengamatan yang telah mereka lakukan. Guru membimbing siswa sehingga mampu mengajukan pertanyaan, misalnya “bagaimana menentukan rata-rata dari suatu kumpulan data? Menunjukkan apakah rata-rata dari kumpulan data?” Apabila siswa mengalami kesulitan untuk membuat pertanyaan, guru bisa meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan yang sudah ada di buku siswa untuk kemudian didiskusikan. Siswa akan dapat menjawab pertanyaan ini dengan benar jika siswa telah melakukan kegiatan pada **Ayo Kita Amati** dengan benar. Jawaban dari siswa perlu dicatat oleh guru. Namun, jawaban akan diperiksa kebenarannya setelah siswa menggali informasi.

Dalam kegiatan ini, guru mengajak siswa menggali informasi tentang cara menentukan rata-rata (*mean*) dari suatu kumpulan data. Siswa menggali informasi tentang rata-rata dari data yang disajikan dalam tabel dan diagram. Selanjutnya, siswa diberikan contoh menyelesaikan masalah berkaitan dengan rata-rata. Setelah siswa menggali informasi, guru mengulas kembali masalah tentang rata-rata usia presiden dan wakil presiden saat pertama kali dilantik, serta jawaban siswa pada kegiatan **Ayo Kita Menanya**.

Guru mengajak siswa untuk bernalar dengan menjawab beberapa pertanyaan pada buku siswa. Guru bisa membagi siswa di kelas menjadi berpasang-pasangan untuk menjawab pertanyaan. Selanjutnya guru bisa berkeliling menemui setiap kelompok untuk mengetahui kesulitan siswa. Selain itu, guru bisa mencatat pertanyaan atau pernyataan siswa untuk didiskusikan bersama saat presentasi dalam fitur **Ayo Kita Berbagi**. Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

a. Jawaban beragam. Salah satunya adalah 21, 24, 20, 20, 21, 20 dan 19, 20, 20, 21, 22, 24.

b. Iya.

c. Rata-rata $= \dfrac{x}{n}$

d.

Nilai	4	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	4	5	5	8	7	4	2

Untuk menentukan rata-rata maka dilakukan sebagai berikut.

$$\text{Rata-rata} = \frac{(4\times4)+(5\times5)+(6\times5)+(7\times8)+(8\times7)+(9\times4)+(10\times2)}{4+5+5+8+7+4+2} = \frac{239}{35} = 6{,}8$$

Cara di atas dilakukan dengan mengalikan nilai dengan frekuensi dan menjumlahkannya, kemudian membaginya dengan jumlah frekuensi.

Guru meminta siswa untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru dapat juga menentukan perwakilan kelompok untuk diminta menjelaskan di depan kelas berdasarkan catatan guru selama berkeliling. Misalnya dua kelompok yang hasil penalarannya berbeda, atau penalaran siswa berbeda dengan alternatif jawaban yang sudah disediakan dalam buku guru ini. Apabila setelah diskusi atau presentasi terdapat beberapa siswa yang masih belum memahami hasil penalaran, maka guru meminta siswa yang sudah paham untuk berdiskusi dengan siswa yang belum paham. Apabila sebagian besar siswa kurang memahami hasil penalaran yang sudah dipresentasikan, maka guru memberikan penjelasan kembali kepada semua siswa.

Ayo Kita Berlatih 9.2

Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang konsep rata-rata (*mean*) dan penerapannya, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan soal-soal **Ayo Kita Berlatih 9.2**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Berikut penyelesaian Ayo Kita Berlatih 9.2

Ayo Kita Berlatih 9.2

1. a. 12,28
   b. 104,27
   c. 42,85
   d. 16
2. 78
3. 30,7
4. 85
5. 13,57 kg
6. 23
7. 25
8. 19
9. 7,1
10. 16 orang

Menentukan Median dan Modus suatu Data

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

Pada kegiatan ini, siswa diharapkan memahami median dan modus dari kumpulan data yang diberikan. Sebelum pembelajaran dimulai, guru mengingatkan siswa tentang rata-rata suatu kumpulan data dan bagaimana hubungannya dalam merepresentasikan data. Sehingga nantinya siswa akan mampu membedakan ukuran pemusatan data yang mana yang cocok untuk merepresentasikan data.

Pada kegiatan ini, guru mengajak siswa untuk mengamati cara menentukan median dari suatu kumpulan data. Setelah siswa mengamati data, guru meminta siswa untuk melakukan langkah-langkah yang terdapat pada buku siswa. Selain mengamati kumpulan data, siswa mengamati diagram berupa *plot* dari usia presiden dan wakil presiden.

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan berdasarkan pengamatan yang telah mereka lakukan. Guru membimbing siswa sehingga mampu mengajukan pertanyaan, misalnya "Bagaimana cara menentukan modus dan median dari kumpulan suatu data? Berdasarkan apa yang telah kalian amati, apa perbedaan antara *mean*, median, dan modus? Manakah yang paling baik dalam menjelaskan suatu kumpulan data?" Apabila siswa mengalami kesulitan untuk membuat pertanyaan, guru bisa meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan yang sudah ada di buku siswa.

Dalam kegiatan ini, guru bersama siswa menggali informasi tentang cara menentukan median dari suatu kumpulan data yang baru. Siswa diminta untuk menyelesaikan suatu masalah dengan langkah-langkah yang sudah diberikan pada buku siswa. Selanjutnya,

guru mengajak siswa untuk menggali informasi lainnya terkait dengan median dan modus dari contoh soal yang diberikan. Dalam kegiatan ini juga, siswa akan menggali informasi tentang cara menentukan median dari suatu kumpulan data yang banyaknya ganjil dan genap.

Guru mengajak siswa untuk bernalar dengan menjawab beberapa pertanyaan pada buku siswa. Guru bisa membagi siswa di kelas menjadi berpasang-pasangan untuk menjawab pertanyaan. Selanjutnya guru bisa berkeliling menemui setiap kelompok untuk mengetahui kesulitan siswa. Selain itu, guru bisa mencatat pertanyaan atau pernyataan siswa untuk didiskusikan bersama saat presentasi dalam fitur **Ayo Kita Berbagi**. Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

a. Bilangan yang pasti terdapat dalam data adalah modus. Karena modus adalah bilangan yang sering muncul dalam suatu kumpulan data.
b. Median adalah nilai tengah dari suatu kumpulan data yang telah diurutkan. Modus adalah nilai yang paling sering muncul atau nilai yang frekuensinya paling besar.
c. Apabila banyak data ganjil, mediannya adalah nilai data yang terletak tepat di tengah-tengah setelah data diurutkan. Apabila banyak data genap, mediannya adalah nilai rata-rata dari dua nilai data yang terletak di tengah. Misalkan pada kumpulan data 5, 5, 7, 8, 9, 10 maka mediannya adalah $\frac{7+8}{2} = 7{,}5$.
d. Yang berhak mewakili sekolah dalam lomba lari 100 meter adalah Charlie. Dengan memperhatikan nilai modus, Charlie paling banyak mencatat dalam waktu 14 detik dibandingkan Andro dan Bisma. Selain itu, rata-rata waktu yang ditempuh Charlie lebih cepat dibandingkan yang lain, yakni 14,145 detik.

Guru meminta siswa untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru dapat juga menentukan perwakilan kelompok untuk diminta menjelaskan di depan kelas berdasarkan catatan guru selama berkeliling. Misalnya dua kelompok yang hasil penalarannya berbeda, atau penalaran siswa berbeda dengan alternatif jawaban yang sudah disediakan dalam buku guru ini. Apabila setelah diskusi atau presentasi terdapat beberapa siswa yang masih belum memahami hasil penalaran, guru meminta siswa yang sudah paham untuk berdiskusi dengan siswa yang belum paham. Apabila sebagian besar siswa kurang memahami hasil penalaran yang sudah dipresentasikan, guru memberikan penjelasan kembali kepada semua siswa.

Ayo Kita Berlatih 9.3

Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang median dan modus, guru meminta siswa untuk menyelesaikan soal-soal **Ayo Kita Berlatih 9.3**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Berikut penyelesaian Ayo Kita Berlatih 9.3
Tanda (-) sebagai latihan

1. -

2. a. data X: *mean* = 7,71; median = 8; modus = 8
   data Y: *mean* = 8; median = 8; modus = 8
   b. *mean* data Y lebih besar daripada *mean* data X karena terdapat salah satu data di Y yang lebih besar daripada data di X.
   c. data X dan data Y berbeda hanya pada nilai tertinggi, tetapi banyak anggota setiap data tetap sama, sehingga median kedua data adalah sama.

3. a. Pendapatan panen sayur A sebesar Rp2.500.000,00 dan pendapatan panen sayur B sebesar Rp2.600.000,00.
   b. Total pendapatan kedua sayur adalah Rp5.100.000,00.
   c. Pada bulan Oktober selisih pendapatan kedua jenis sayur paling besar.
   d. Rata-rata pendapatan sayur A selama empat bulan adalah Rp625.000,00
   Rata-rata pendapatan sayur B selama empat bulan adalah Rp650.000,00
   e. Sayur B harus disediakan (dipanen) lebih banyak pada bulan November, karena permintaan sayur B semakin meningkat. Sedangkan permintaan yang ditunjukkan oleh diagram pendapatan sayur B tidak stabil.
   f. Median dari pendapatan panen sayur A dan sayur B berturut-turut adalah Rp675.000,00 dan Rp650.000,00.
   g. Rp1.400.000,00.

4. a. 149 150 151 152 153 153 154 154 154 154 156 156 157 157 158 159 160 162 165 168
   b. *mean* = 156,1; median = 155; modus = 154.

5. -

6. -

7. a. Pernyataan ketua kelas bahwa rata-rata nilai ujian IPA kelas VIII C sama dengan 7 adalah keliru. Modus tidak cocok untuk menyatakan rata-rata suatu data. Rata-rata nilai ujian IPA siswa kelas VIII C adalah 9,37.
   b. Median data adalah 7 dan modus data adalah 7.
   c. Siswa yang tidak lulus sebanyak 3 orang atau 10%.

8. -

9. -

10. a. *mean* = 41,27; median = 42; modus = 42.
    b. Pernyataan pemilik toko salah. Seharusnya rata-rata ukuran sepatu yang terjual adalah sepatu yang berukuran 41.
    c. Pemilik toko bisa menambah stok sepatu berukuran 41, 42, dan 43, karena permintaan lebih banyak daripada ukuran sepatu yang lain. Pemilik toko dapat melihat modus data berdasarkan diagram.

Menentukan Ukuran Penyebaran Data

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

*Pada **Kegiatan 9.4** ini, siswa akan mempelajari tentang konsep ukuran penyebaran data. Diharapkan setelah siswa mempelajari **Kegiatan 9.4** ini, siswa mampu menentukan jangkauan dan kuartil, serta jangkauan interkuartil. Sebelum memulai kegiatan ini, guru mengingatkan siswa tentang rata-rata, median, dan modus, serta diagram plot yang menunjukkan frekuensi data.*

Pada kegiatan ini, guru mengajak siswa untuk mengamati diagram dari data usia presiden dan wakil presiden saat pertama kali dilantik. Siswa mengamati data terkecil dan data terbesar, serta jangkauan.

Pada kegiatan ini guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan berdasarkan pengamatan yang telah mereka lakukan. Guru membimbing siswa sehingga mampu mengajukan pertanyaan, misalnya "Bagaimanakah diagram di atas membantu kita untuk menyajikan suatu data? Bagaimanakah menentukan jangkauan dari suatu data? Bagaimana cara menentukan letak kuartil I dan kuartil III? Bagaimana menentukan letak kuartil jika data yang diberikan berupa tabel frekuensi?" Apabila siswa mengalami kesulitan untuk membuat pertanyaan, guru bisa meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan yang sudah ada di Buku Siswa.

Dalam kegiatan ini, guru bersama siswa menggali informasi tentang cara menentukan jangkauan, kuartil, dan jangkauan interkuartil dari suatu kumpulan data. Selanjutnya, guru mengajak siswa untuk menggali informasi lainnya terkait dengan jangkauan dan kuartil dari contoh soal yang diberikan.

Guru mengajak siswa untuk bernalar dengan menjawab beberapa pertanyaan pada buku siswa. Guru bisa membagi siswa di kelas menjadi berpasang-pasangan untuk menjawab pertanyaan. Selanjutnya guru bisa berkeliling menemui setiap kelompok untuk mengetahui kesulitan siswa. Selain itu, guru bisa mencatat pertanyaan atau pernyataan siswa untuk didiskusikan bersama saat presentasi dalam fitur **Ayo Kita Berbagi**. Berikut alternatif jawaban yang bisa menjadi acuan untuk guru.

a. Apabila terdapat dua kumpulan data yang memiliki jangkauan sama, tidak berarti bahwa jangkauan interkuartil kedua kumpulan data juga sama. Contohnya seperti berikut. Kedua data memiliki jangkauan yang, yakni 5. Namun, jangkauan interkuartil keduanya berbeda.

   Data 1 : 2 3 4 5 6 6 7

   Data 2 : 2 3 3 4 5 6 6 7

b. Jangkauan. Jangkauan merupakan selisih data terkecil dan data terbesar, sedangkan jangkauan interkuartil adalah selisih kuartil atas dan kuartil bawah yang tentunya nilainya lebih kecil.

c. Perhatikan tabel berikut.

Nilai	Frekuensi
5	3
6	4
7	10
8	7
9	4
10	2

Tabel frekuensi menyajikan data yang sudah diurutkan. Tabel frekuensi menyatakan banyak data yang dimaksud. Selain mudah menentukan jangkauan, dengan menggunakan tabel frekuensi, kita dengan mudah melihat modus. Nilai terbesar dan terkecil dari suatu kumpulan data secara berturut-turut adalah 5 dan 10. Jadi, jangkauan dari data tersebut adalah $10 - 5 = 5$.

Untuk menentukan kuartil atas ($Q3$) dan kuartil bawah ($Q1$), kita bisa menentukan banyak data dengan menjumlahkan frekuensi setiap nilai terlebih dahulu kemudian menentukan letak kuartil atas dan bawah. Letak kuartil bawah adalah di antara data terendah dan median. Sedangkan untuk kuartil atas terletak di antara median dan nilai tertinggi.

Selanjutnya, guru meminta siswa untuk mempresentasikan hasil penalarannya. Guru dapat juga menentukan perwakilan kelompok untuk diminta menjelaskan di depan kelas berdasarkan catatan guru selama berkeliling. Misalnya dua kelompok yang hasil penalarannya berbeda, atau penalaran siswa berbeda dengan alternatif jawaban yang sudah disediakan dalam buku guru ini. Apabila setelah diskusi atau presentasi terdapat beberapa siswa yang masih belum memahami hasil penalaran, maka guru meminta siswa yang sudah paham untuk berdiskusi dengan siswa yang belum paham. Apabila sebagian besar siswa kurang memahami hasil penalaran yang sudah dipresentasikan, maka guru memberikan penjelasan kembali kepada semua siswa.

Ayo Kita Berlatih 9.4

Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang ukuran penyebaran data, guru meminta siswa untuk menyelesaikan soal-soal **Ayo Kita Berlatih 9.4**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Berikut penyelesaian Ayo Kita Berlatih 9.4

1. a. Jangkauan dari data adalah 60. Kuartil atas data adalah 176. Kuartil bawah data adalah 125. Jangkauan interkuartil adalah 51.
   b. Jangkauan dari data adalah 31. Kuartil atas adalah 18. Kuartil bawah data adalah 9. Jangkauan interkuartil adalah 9.
2. Median, jangkauan, dan jangkauan interkuartil dari kecepatan motor berturut-turut adalah 65, 50, dan 20.
3. Median, kuartil atas, kuartil bawah, dan jangkauan dari data berat badan siswa kelas VIII D berturut-turut adalah 45,5; 46; 44; dan 5.
4. Median, kuartil atas, kuartil bawah, dan jangkauan dari data usia kontestan grup A berturut-turut adalah 19,5; 22; 17; dan 13.
   Median, kuartil atas, kuartil bawah, dan jangkauan dari data usia kontestan grup B berturut-turut adalah 20,5; 23; 17; dan 13.
   Kedua data di atas memiliki kuartil dan jangkauan yang sama.
5. Data usia suatu keluarga:
   3 19 25 26 32 52 53
   Perhatikan data di atas. Siswa diharapkan memahami bahwa apabila terdapat 7 data dengan rata-rata 30, maka jumlah ketujuh data adalah 210.

I. Evaluasi Pembelajaran 9

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang statistika, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan **Latihan 9.1 sampai Latihan 9.4**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Untuk mengetahui siswa yang sudah mampu mencapai kompetensi dasar pada kegiatan ini, guru bisa melihat cara siswa menyelesaikan soal-soal dengan tingkatan lebih sulit. Selanjutnya, guru bisa mengamati apakah siswa sudah mampu menyelesaikan soal-soal tersebut. Apabila terdapat siswa yang sudah mampu menyelesaikan soal-soal tersbut, minta siswa tersebut untuk berbagi dengan teman-teman lain.

J. Remedial

Pembelajaran remedial pada hakikatnya merupakan suatu bentuk pembelajaran yang bersifat menyembuhkan atau membetulkan pembelajaran yang membuat jadi lebih baik. Pembelajaran remedial juga merupakan tindakan perbaikan pembelajaran yang diberikan kepada siswa yang belum mencapai KKM dalam suatu KD tertentu.
Guru harus menganalisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal. Mungkin kesalahan siswa karena salah konsep atau mungkin salah melakukan prinsip. Jika kesalahan siswa sudah ditemukan, guru bisa melakukan proses pembelajaran remedial dengan cara berikut.

1. Pemberian pembelajaran ulang dengan metode dan media yang berbeda, menyesuaikan dengan gaya belajar siswa;
2. Pemberian bimbingan secara perorangan;
3. Pemberian tugas-tugas atau latihan secara khusus, dimulai dengan tugas-tugas atau latihan sesuai dengan kemampuannya;
4. Pemanfaatan tutor sebaya, yaitu siswa dibantu oleh teman sekelas yang telah mencapai KKM.

K. Pengayaan

Pembelajaran pengayaan diberikan kepada siswa yang telah mencapai atau melampaui KBM/KKM. Ada beberapa kegiatan yang dapat dirancang dan dilaksanakan oleh guru dalam kaitannya dengan pengayaan, di antaranya melakukan kegiatan berikut.

1. Belajar kelompok, yaitu sekelompok siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan bersama pada dan/atau di luar jam pelajaran;
2. Belajar mandiri, yaitu siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan sendiri/individual;
3. Pembelajaran berbasis tema, yaitu memadukan beberapa konten pada tema tertentu sehingga siswa dapat mempelajari hubungan antara berbagai disiplin ilmu.

Pengayaan biasanya diberikan segera setelah siswa diketahui telah mencapai KKM berdasarkan hasil PH. Pembelajaran pengayaan biasanya hanya diberikan sekali, tidak berulang kali sebagaimana pembelajaran remedial. Pembelajaran pengayaan umumnya tidak diakhiri dengan penilaian.

Tugas projek ini dapat dilaksanakan oleh siswa selama lebih kurang dua minggu. Siswa diminta untuk melakukan survei tentang perilaku menonton TV di rumah. Tujuan dilakukan projek ini adalah supaya siswa mengetahui seberapa besar pengaruh menonton TV bagi siswa. Selain itu, supaya siswa mengetahui waktu yang diluangkan teman-teman seumur nya untuk menonton TV. Guru membagi siswa menjadi beberapa kelompok berjumlah 2-3 orang. Selanjutnya guru meminta siswa mengumpulkan tugas Projek ini dalam bentuk artikel, baik berupa makalah yang bisa disajikan di majalah sekolah atau mading sekolah. Selama pelaksanaan tugas proyek ini, siswa diharuskan untuk selalu melakukan konsultasi dengan guru. Berkaitan dengan cara penilaian projek ini, guru dapat merujuk cara penilaian yang terdapat pada bagian umum dengan disesuaikan tugas peserta didik.

Dalam fitur **Ayo Kita Merangkum** ini, guru bersama siswa merangkum dari **Kegiatan 9.1** hingga **Kegiatan 9.4**. Kegiatan merangkum ini dilakukan dengan cara guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan dalam buku siswa. Setelah itu, guru meminta siswa menulis jawaban di buku catatan mereka atau buku siswa yang mereka miliki. Dalam hal ini, guru memberi kebebasan kepada siswa untuk menuliskan hal penting lain selama kegiatan. Selama kegiatan **Ayo Kita Merangkum** ini, guru membantu siswa untuk menjawab pertanyaan apabila siswa mengalami kesulitan. Selain itu,guru bisa menjawab pertanyaan-pertanyaan siswa yang mungkin relevan dengan kegiatan merangkum.

Kunci Jawaban Uji Kompetensi 9

Guru bisa menggunakan **Uji Kompetensi 9** untuk menilai kemampuan siswa pada pembelajaran sebelumnya. Guru meminta siswa untuk melihat kembali materi pelajaran sebelumnya untuk menyelesaikan uji kompetensi ini.

Berikut penyelesaian Uji Kompetensi 3
Tanda (-) sebagai latihan

A. Pilihan ganda

1. A	6. D	11. B	16. A
2. D	7. B	12. C	17. B
3. D	8. A	13. B	18. C
4. A	9. D	14. C	19. D
5. C	10. B	15. A	20. A

B. Esai

1. a. 38 keluarga.
   b. 14 keluarga.
   c. 15,8% dari seluruh keluarga di RT 5 RW 1 yang tidak memiliki anak.
   d. Rata-rata banyak anak pada setiap keluarga adalah sekitar 2 anak.
   e. Median = 2 dan modus = 1.
   f. Jangkauan = 5; kuartil atas = 3, kuartil bawah = 1, jangkauan interkuartil = 2.
   g. Rata-rata banyak anak pada keduapuluh keluarga pendatang adalah 5 anak tiap keluarga.

2. a. Keuntungan terendah diperoleh pada hari ke-6 sebesar 16 juta.
   Keuntungan tertinggi diperoleh pada hari ke-12 sebesar 23 juta.
   b. Nilai kuartil atas 21,75 juta dan nilai kuartil bawah 16,25 juta.

3. 341 kg.

4. 18,5.

5. 4 kali ujian yang diikuti Winda sebelumnya.

6. 7.

7. 69,2.

8. -

Bab 10

Peluang

A. Narasi Awal Bab

Teori peluang awalnya lahir dari masalah peluang memenangkan permainan judi. Dalam perkembangannya teori peluang menjadi cabang dari ilmu matematika yang digunakan sacara luas. Teori peluang banyak digunakan dalam dunia bisnis, meteorologi, sains, industri, politik, dan lain-lain.

Perusahaan asuransi jiwa menggunakan peluang untuk menaksir berapa lama seseorang mungkin hidup. Dokter menggunakan peluang untuk memprediksi besar-kecilnya kesuksesan suatu metode pengobatan. Ahli meteorologi menggunakan peluang untuk memperkirakan kondisi cuaca. Dalam dunia politik teori peluang juga digunakan untuk memprediksi hasil-hasil sebelum pemilihan umum. Peluang juga digunakan PLN untuk merencanakan pengembangan sistem pembangkit listrik dalam menghadapi perkembangan beban listrik di masa depan.

B. Kata Kunci

- *Peluang*
- *Peluang teoretik*
- *Peluang empirik*

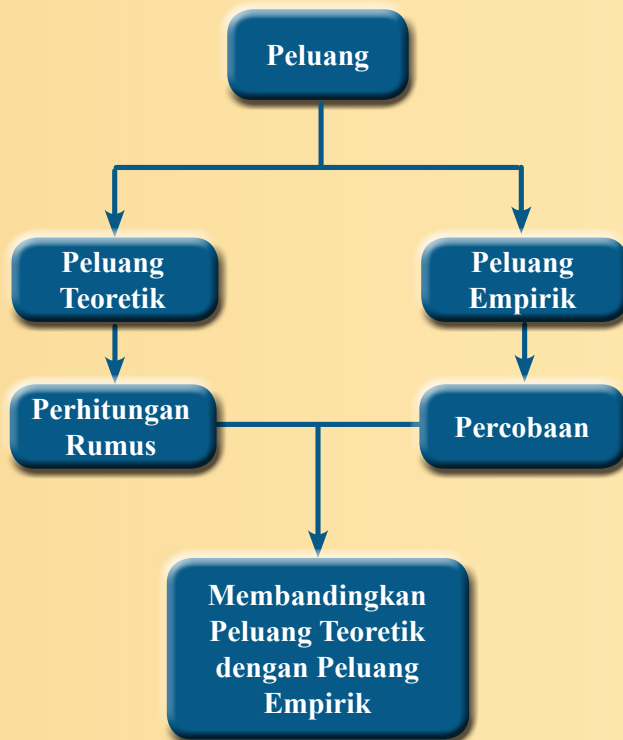
1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya
3. Memahami dan menerapkan pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata
4. Mengolah, menyaji dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori

3.11 Menjelaskan peluang empirik dan teoretik suatu kejadian dari suatu percobaan

4.11 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan peluang empirik dan teoretik suatu kejadian dari suatu percobaan

1. Menentukan peluang empirik dari suatu percobaan
2. Menentukan ruang sampel dari suatu eksperimen
3. Menentukan titik sampel yang memenuhi suatu kejadian
4. Menentukan peluang teoretik dari suatu eksperimen

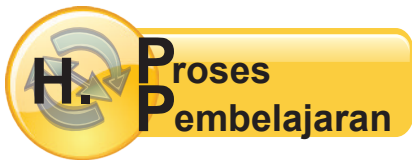
F.
Peta
Konsep

Peluang
Peluang Teoretik
Peluang Empirik
Perhitungan Rumus
Percobaan
Membandingkan Peluang Teoretik dengan Peluang Empirik

Blaise Pascal
(1623-1662 M)

Blaise Pascal lahir pada tanggal 19 Juni 1623 di Prancis. Dia lahir di keluarga kaya raya. Ayahnya adalah penasehat kerajaan yang kemudian diangkat sebagai presiden organisasi *the Court of Aids* di kota Clermont. Sejak usia empat tahun Pascal telah kehilangan ibunya. Pascal dikenal sebagai seorang anak yang cerdas walaupun ia tidak menempuh pendidikan di sekolah formal. Di usia 12 tahun, ia sudah bisa menciptakan sebuah mesin penghitung untuk membantu pekerjaan ayahnya. Karya-karyanya terus bertambah mulai dari merancang bangunan segienam (*hexagram*), menemukan prinsip kerja barometer, sistem kerja arloji, hingga ikut terlibat dalam pembuatan sistem transportasi bawah tanah kota Paris.

Blaise Pascal banyak menuliskan karya di bidang matematika, di antaranya adalah teori peluang. Teori peluang awalnya diinspirasi oleh masalah perjudian. Pada tahun 1654, seorang penjudi yang bernama *Chevalier de Mere* menemukan masalah tentang perjudian. Ketika Chevalier kalah dalam berjudi dia meminta *Pascal* untuk menganalisis masalah kekalahan perjudiannya. Pascal menemukan bahwa sistem perjudian tidak akan pernah berpihak kepada pemain judi. Artinya peluang seorang pemain judi untuk kalah jauh lebih besar daripada peluang menang. Dia juga mendiskusikan masalah peluang dengan matematikawan terkenal lain yaitu Pierre de Fermat (1601-1665). Mereka berdiskusi pada tahun 1654 antara bulan Juni dan Oktober melalui 7 buah surat yang ditulis oleh Blaise Pascal dan Pierre de Fermat yang membentuk asal kejadian dari teori peluang.

Dari sedikit cerita di atas dapat kita ambil beberapa pelajaran di antaranya sebagai berikut:

1. Di manapun kita dilahirkan, baik dalam keluarga sederhana maupun kaya, harus tetap giat belajar.
2. Di dalam kehidupan masyarakat terkadang kita menemui hal-hal yang dipandang negatif dan bahkan dilarang dalam agama. Sebagai generasi penerus bangsa tidak ada salahnya jika kita mencoba menguak penyebabnya. Dengan mengamati dan mempelajarinya secara mendalam seperti halnya Pascal, akhirnya kita akan tahu mengapa permainan judi adalah tidak baik.

Peluang Empirik

Guru mengajak siswa untuk mengamati benda-benda yang sesuai untuk mengundi suatu masalah. Benda yang diamati, yaitu koin, 3 kelereng, dan dadu. Silakan guru mengimprovisasi untuk menambahkan benda lain, misalnya bidang empat atau 5 kelereng beda warna.

Guru meminta siswa mengajukan pertanyaan, berdasarkan konteks yang diamati. Guru mengarahkan pertanyaan yang diajukan siswa agar mengarah pada materi yang akan dipelajari selanjutnya. Berikut ini contoh pertanyaan yang baik untuk diajukan.

1. Dari ketiga percobaan yang dilakukan tersebut, percobaan manakah yang *fair*?
2. Apakah yang dimaksud dengan peluang empirik?
3. Bagaimana menentukan alat yang *fair* digunakan untuk mengundi suatu masalah?

Pada kegiatan ini, guru mengajak siswa melakukan perobaan untuk menentukan peluang empirik.

Alat dan bahan:

- ✓ Satu koin
- ✓ Tiga kelereng (warna merah, kuning, dan hijau) dalam satu kantong terbungkus rapi
- ✓ Satu dadu

Catatan: Untuk dadu, diharapkan sudah diuji dulu kehomogenannya. Artinya setiap sisi mempunyai kemungkinan yang sama untuk muncul.

Guru mengajak siswa untuk melakukan percobaan dengan langkah-langkah berikut.

1. Lakukan percobaan:
   a. Melempar satu koin sebanyak (minimal) 50 kali.
   b. Ambil satu kelereng dari dalam kantong dengan mata tertutup sebanyak (minimal) 60 kali.
   c. Gelindingkan dadu sebanyak (minimal) 120 kali.
2. Amati hasil yang didapatkan dalam setiap kali percobaan.
3. Agar catatan kalian rapi gunakan tabel seperti berikut.

Percobaan koin

Kejadian	Turus	Banyak kali muncul (f)	Rasio f terhadap $n(P)$
			$\frac{f}{n(P)}$
Sisi Angka			
Sisi Gambar			
Total percobaan $n(P)$			

Percobaan kelereng

Kejadian	Turus	Banyak kali muncul (f)	Rasio f terhadap $n(P)$
			$\frac{f}{n(P)}$
Kelereng merah			
Kelereng kuning			
Kelereng hijau			
Total percobaan $n(P)$			

Percobaan dadu

Kejadian	Turus	Banyak kali muncul (f)	Rasio f terhadap $n(P)$
			$\frac{f}{n(P)}$
Mata dadu “1”			
Mata dadu “2”			
Mata dadu “3”			
Mata dadu “4”			
Mata dadu “5”			
Mata dadu “6”			
Total percobaan $n(P)$			

Dari percobaan tersebut, sangat memungkinkan hasil yang dididapatkan oleh masing-masing siswa (atau kelompok siswa) tidak sama.

Dari kegiatan tersebut guru menjalaskan bahwa rasio pada kolom keempat disebut peluang empirik.

Alternatif jawaban:

1. Benda dengan 4 sisi atau kelipatannya, atau kelereng dengan 4 warna berbeda.
2. Benda dengan n sisi atau kelipatannya, atau kelereng dengan n warna berbeda.
3. Jika m menyatakan banyak percobaan, dan n menyatakan banyak kemunculan kejadian A dari percobaan tersebut,

   peluang empirik kejadian $A = \frac{n}{m}$.

Guru meminta siswa untuk mempresentasikan kegiatan yang sudah dilakukan di dalam kelas. Guru menjadi fasilitator untuk mengarahkan diskusi.

Berikut penyelesaian Ayo Kita Berlatih 10.1
Tanda (-) sebagai latihan

Kegiatan 10.2 *Peluang Teoretik*

Sebagai pengantar Subbab, guru meminta siswa untuk mencermati tentang konteks yang disajikan di buku siswa. Melalui konteks tersebut, diharapkan siswa memahami perbedaan antara peluang subjektif dan peluang teoretik (peluang klasik).

Guru meminta siswa untuk mengamati **Tabel 10.1** yang menyajikan tentang nilai peluang teoretik beberapa eksperimen.

Tabel 10.1 Peluang teoretik kejadian A dari suatu eksperimen

Eksperimen	**Ruang sampel S**	$n(S)$	**Kejadian A**	**Titik sampel kejadian A**	**Banyak titik sampel $n(A)$**	**Peluang teoretik $P(A)$**
Pelemparan satu koin	{A, G}	2	Hasil sisi Angka	{A}	1	$\frac{1}{2}$
	{A, G}	2	Hasil sisi Gambar	{G}	1	$\frac{1}{2}$
Penggelindingan satu dadu	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	6	Hasil mata dadu "3"	{3}	1	$\frac{1}{6}$
	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	6	Hasil mata dadu "7" (dadu)	{ } kosong	0	$\frac{0}{6}$ atau 0
	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	6	Hasil mata dadu genap (dadu)	{2, 4, 6}	3	$\frac{3}{6}$ atau $\frac{1}{2}$
	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	6	Hasil mata dadu prima (dadu)	{2, 3, 5}	3	$\frac{3}{6}$ atau $\frac{1}{2}$

Pada **Tabel 10.1**, Kejadian yang hanya memuat satu hasil (titik sampel) disebut kejadian dasar. Kejadian yang tidak memuat titik sampel disebut kejadian mustahil, peluangnya sama dengan nol atau dengan kata lain tidak mungkin terjadi.

Guru meminta siswa untuk membuat pertanyaan terkait hal-hal yang diamati. Pertanyaan yang dibuat diarahkan untuk mempelajari materi peluang teoretik lebih lanjut. Berikut contoh pertanyaan yang baik untuk diajukan.

1. Apakah hubungan antara peluang teoretik dengan peluang empirik?
2. Apakah perbedaan antara peluang teoretik dengan peluang empirik?
3. Bagaimana cara menentukan titik sampel suatu kejadian dalam suatu eksperimen?
4. Bagaimana cara menentukan ruang sampel dari suatu eksperimen?

Guru bisa mengajak siswa untuk membuat pertanyaan lainnya.

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa untuk menggali informasi tentang titik sampel, kejadian, dan ruang sampel dari suatu eksperimen. Guru meminta siswa untuk menjawab beberapa pertanyaan atau mengisi sel kosong pada tabel.

Berikut disajikan beberapa ruang sampel percobaan pelemparan koin uang logam yang mempunyai dua sisi, yaitu A (Angka) dan G (Gambar) .

1. Jika kita melempar satu koin sebanyak satu kali, kemungkinan hasilnya adalah angka atau gambar atau ditulis {A, G}.
2. Jika kita melempar dua koin (koin merah dan kuning) sebanyak satu kali, maka ada empat kemungkinan hasil: {AA, AG, GA, GG}

   Titik sampel AA bermakna bahwa kedua koin menghasilkan kejadian sisi angka.

   Titik sampel AG bermakna bahwa koin pertama muncul angka, sedangkan koin kedua muncul gambar.
3. Jika kita melempar tiga koin (warna merah, kuning, dan hijau) satu kali, maka ruang sampelnya adalah: {AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG}.

Titik sampel GGA bermakna bahwa koin pertama dan kedua muncul gambar, sedangkan koin ketiga muncul angka.

Untuk menentukan banyak (saja) titik sampel eksperimen suatu eksperimen bisa menggunakan *fundamental counting principle* (Prinsip dasar perhitungan). Misal eksperimen tiga koin uang logam.

Banyak hasil yang mungkin pada koin pertama	×	Banyaknya hasil yang mungkin pada koin kedua	×	Banyaknya hasil yang mungkin pada koin ketiga	=	Total titik sampel
2	×	2	×	2	=	8

Alternatif jawaban:

1. Tidak mungkin.
2. Ada, yaitu ketika banyak titik sampel suatu kejadian sama dengan banyak titik sampel dari ruang sampel.
3. 0.
4. $0 \leq$ Peluang ≤ 1.
5. $P(A)^c = 1 - P(A)$.

Guru meminta siswa untuk mempresentasikan hasil kegiatan dan jawaban menalarnya di dalam kelas. Guru menjadi fasilitator untuk mengarahkan diskusi.

Berikut penyelesaian Ayo Berlatih 10.2
Tanda (-) sebagai latihan

1. Ruang sampel eksperimen:
   a. 2 dadu = 36
   b. 1 koin 1 dadu = 12
   c. 2 koin 1 dadu = 24

2. a. $\frac{1}{3}$

   b. $\frac{2}{3}$

3. a. $\frac{5}{6}$

   b. $\frac{1}{6}$

   c. $\frac{5}{6}$

   d. $\frac{13}{36}$

   e. $\frac{23}{36}$

4. -

5. -

6. -

Hubungan Peluang Empirik dan Peluang Teoretik

Dalam kegiatan ini, guru mengajak siswa untuk ememahami hubungan antara peluang empirik dengan peluang teoretik.

Guru meminta siswa untuk mengamati konteks yang diberikan tentang percobaan sebuah dadu.

Berikut ini peluang empirik dari percobaan dengan sebuah dadu.

Tabel 10.2 Peluang empirik percobaan penggelindingan satu dadu

Yang Melakukan percobaan	Mata dadu yang diamati	(*A*) Banyak kali muncul mata dadu yang diamati (kali)	(*B*) Banyak percobaan (kali)	Rasio (*A*) terhadap (*B*)
Ameliya	1	19	120	$\frac{19}{120}$
Budi	2	20	120	$\frac{20}{120}$
Citra	3	21	120	$\frac{21}{120}$
Dana	4	20	120	$\frac{20}{120}$
Erik	5	22	120	$\frac{22}{120}$
Fitri	6	18	120	$\frac{18}{120}$
Total		120		1

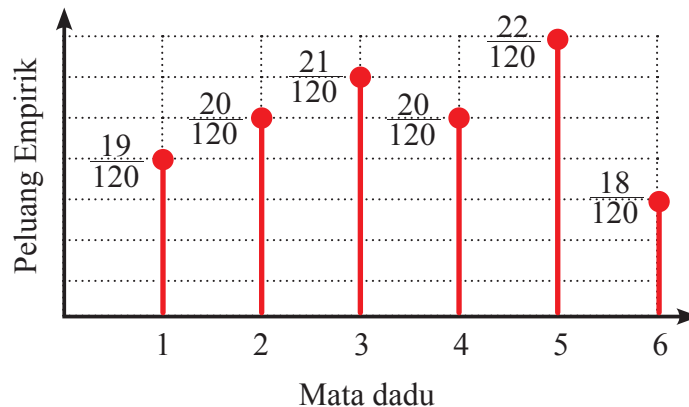
Pada kolom ke-lima **Tabel 10.2**, nilai rasio (*A*) terhadap (*B*) disebut dengan frekuensi relatif atau peluang empirik. Secara umum, jika $n(A)$ merepresentasikan banyak kali muncul kejadian A dalam M kali percobaan,

$$f_A = \frac{n(A)}{M}$$

Guru bisa berimprovisasi dengan meminta siswa untuk melakukan percobaan sesungguhnya di dalam kelas. Semakin banyak percobaan yang dilakukan semakin baik, karena nilaianya akan semakin mendekati peluang teoretik. Setelah melakukan percobaan, guru meminta siswa untuk menyajikan dalam bentuk tabel dan grafik. Guru mengajak siswa untuk mengamati titik kumpulnya setiap kejadian tersebut.

Sebagai contoh, dari peluang empirik yang disajikan dalam konteks di atas, kemudian dibuat grafik. Perhatikan Gambar 10.3

Merepresentasikan peluang empirik terjadinya kejadian A pada M percobaan.

Dari data Tabel 10.2 kita dapat membuat diagram yang menyajikan peluang empirik kejadian A sebagai berikut.

Gambar 10.3 Peluang empirik percobaan penggelindingan dadu sebanyak 120 kali

Guru meminta siswa untuk mengajukan pertanyaan berdasarkan hal yang diamati. Berikut contoh pertanyaan yang baik untuk diajukan:

1. Bagaimana hubungan antara peluang empirik dan peluang teoretik?
2. Apakah semakin banyak kita melakukan percobaan, maka nilai peluangnya semakin mendekati peluang teoretik?

Guru memandu siswa untuk membuat pertanyaan yang mengarah pada materi.

Guru meminta siswa untuk menggali informasi lebih lanjut dengan lakukan percobaan sesuai dengan yang diarahkan pada buku siswa. Guru memandu agar hasil percobaan yang dilakukan oleh siswa sesuai dengan yang diinginkan.

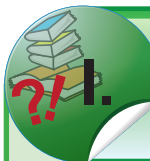
1. Semakin banyak kita melakukan percobaan, maka nilaian peluang empiriknya akan semakin mendekati peluang teoretik. Tabel diisi sesuai dengan hasil percobaan siswa.
2. Ya
3. Ya
4. Ya

Guru meminta siswa untuk mempresentasikan kagiatan dan hasil menalarnya di dalam kelas.

Berikut penyelesaian Ayo Kita Berlatih 10.3

Tanda (-) sebagai latihan

1. $\frac{3}{10}$
2. Sekitar peluang teoretiknya, yaitu $\frac{1}{6} \times 100$
3. Guru mengajarkan siswa tentang cara membuat taksiran peluang $\frac{55}{100}$

4. -
5. -
6. -
7. -
8. -
9. -
10. -
11. -

Penilaian untuk mencapai tujuan pembelajaran dapat diamati selama kegiatan pembelajaran berlangsung melalui aktivitas siswa. Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang peluang, guru bisa meminta siswa untuk menyelesaikan **Latihan 10.1** sampai **Latihan 10.3**. Selanjutnya guru bersama siswa membahas beberapa soal yang banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Untuk mengetahui siswa yang sudah mampu mencapai kompetensi dasar pada kegiatan ini, guru bisa melihat bagaimana siswa menyelesaikan soal-soal dengan tingkat lebih sulit. Selanjutnya, guru bisa mengamati apakah siswa sudah mampu menyelesaikan soal-soal tersebut. Apabila terdapat siswa yang sudah mampu menyelesaikan soal-soal tersbut, minta siswa tersebut untuk berbagi dengan teman-teman yang lain.

J. Remedial

Bagi siswa yang sudah mencapai indikator pembelajaran dapat melanjutkan ke bagian Pengayaan. Pada kegiatan remedial guru ditantang untuk memberikan pemahaman kepada siswa yang belum mencapai kompetensi dasar. Berikut ini alternatif cara untuk memberikan remidi.

1. Meminta siswa untuk mempelajari kembali bagian yang belum tuntas.
2. Meminta siswa untuk membuat rangkuman materi yang belum tuntas.
3. Meminta siswa untuk bertanya kepada teman yang sudah tuntas tentang materi yang belum tuntas.
4. Memberikan lembar kerja untuk dikerjakan oleh siswa yang belum tuntas.

K. Pengayaan

Pembelajaran pengayaan diberikan kepada siswa yang telah mencapai atau melampaui KKM. Ada beberapa kegiatan yang dapat dirancang dan dilaksanakan oleh Guru dalam kaitannya dengan pengayaan, di antaranya melakukan kegiatan berikut.

1. Belajar kelompok, yaitu sekelompok siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan bersama pada dan/atau di luar jam pelajaran;
2. Belajar mandiri, yaitu siswa diberi tugas pengayaan untuk dikerjakan sendiri/individual;
3. Pembelajaran berbasis tema, yaitu memadukan beberapa konten pada tema tertentu sehingga siswa dapat mempelajari hubungan antara berbagai disiplin ilmu.

Pengayaan biasanya diberikan segera setelah siswa diketahui telah mencapai KKM berdasarkan hasil PH. Mereka yang telah mencapai KKM berdasarkan hasil PTS dan PAS umumnya tidak diberi pengayaan. Pembelajaran pengayaan biasanya hanya diberikan sekali, tidak berulang-kali sebagaimana pembelajaran remedial. Pembelajaran pengayaan umumnya tidak diakhiri dengan penilaian.

Projek 10.1

Lakukan permainan ular tangga bersama dalam satu kelompok (4-5 siswa). Aturan permainan ular tangga tersebut sebagai berikut:

1. Setiap pemain secara bergantian menggelindingkan dua dadu.
2. *Pion* setiap pemain melangkah sesuai dengan jumlah mata dadu yang muncul.
3. Lakukan hingga seorang pemain mencapai tepat ujung dari papan permainan ular tangga.

Keterangan: Siswa juga bisa melakukan pada permainan monopoli.

Catatlah banyak kali muncul pasangan dadu pada setiap kali penggelindingan dalam sebuah tabel. Misal tabel sebagai berikut.

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

1. Berapakah jumlah mata dadu paling jarang muncul?
2. Jika kalian diminta menebak jumlah mata dadu yang akan muncul, berapakah jumlah yang kalian tebak? Jelaskan.

Sajikan percobaan dan jawaban kalian semenarik mungkin.

Projek 10.2

1. Tulislah langkah-langkah kalian dalam menentukan peluang kejadian dalam suatu eksperimen.
2. Terapkan langkah-langkah yang kalian buat dalam suatu soal dengan ruang sampel yang cukup besar, misalnya eksperimen tiga dadu dengan warna berbeda.

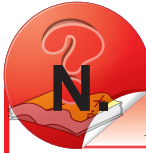
Projek 10.3

Carilah kegiatan di sekitar yang berkaitan dengan peluang. Jika kegiatan tersebut berkaitan dengan suatu permainan, carilah aturan mainnya. Buatlah perhitungan tentang peluang yang menurut kalian bermanfaat untuk masyarakat.

M. Ayo Kita Merangkum 10

Tuliskan hal-hal penting yang kalian dapat dari kegiatan pembelajaran tentang Peluang. Berikut pertanyaan yang perlu dijawab untuk mengarahkan rangkuman kalian.

1. Sebuatkan tahapan mulai dari mengumpulkan hingga menyajikan data! Jelaskan!
2. Sebutkan macam-macam penyajian data yang kalian ketahui!
3. Misal suatu percobaan dilakukan sebanyak n, sedang kejadian X muncul a kali. Tuliskan rumus peluang empiriknya!
4. Dalam percobaan penggelindingan suatu dadu, berapakah kemungkin muncul mata dadu 5 dari 360 percobaan? Jelaskan pendapat kalian!
5. Ceritakan secara singkat langkahmu-langkahmu menentukan semua titik sampel (ruang sampel) agar tidak ada yang terlewatkan!
6. Ceritakan langkah yang kamu lakukan untuk menemukan peluang teoretik suatu kejadian!
7. Misalkan seorang melakukan percobaan sebanyak $\boldsymbol{n}$ kali. Berapakah peluang empirik hasil percobaan yang muncul sebanyak $\boldsymbol{k}$ kali?
8. Bagaimana hubungan peluang teoretik dengan peluang empirik?
9. Setujukah kalian dengan pernyataan berikut, "jika kita melakukan percobaan semakin banyak, maka kesempatan muncul kejadian yang diamati juga semakin besar? Dapatkah kalian mengambil nilai berharga yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari dari pernyataan tersebut?

Berikut penyelesaian Uji Kompetensi 3
Tanda (-) sebagai latihan

A. Pilihan Ganda

1. C	6. B	11. D	16. C
2. B	7. A	12. C	17. B
3. C	8. A	13. A	18. C
4. A	9. B	14. B	19. A
5. D	10. D	15. C	20. C

B. Esai

1. a. $\frac{2}{5}$ b. $\frac{3}{5}$
2. $\frac{22}{135}$
3. $\frac{7}{45}$
4. $\frac{31}{36}$
5. 75 kali.
6. a. $\frac{33}{60}$ b. $\frac{19}{60}$
7. $\frac{33}{43}$
8. $\frac{7}{29}$
9. $\frac{24}{50}$
10. A= 0,296

Berikut penyelesaian Uji Kompetensi Semester II

A. Soal Pilihan Ganda

1. A	6. B	11. B	16. C	21. B
2. B	7. D	12. B	17. D	22. B
3. A	8. C	13. A	18. C	23. D
4. D	9. D	14. B	19. B	24. A
5. A	10. B	15. C	20. C	25. D

B. Esai

1. 40 m
2. Keliling : 55,7
   Luas : 139,25
3. a. 144 m^2
   b. 6 m
4. a. B
   b. C
   c. B
5. Kotak C, karena rasionya paling besar
   A = 0,368
   B = 0,400
   C = 0,428

Aufmann, R. N. , Lockwood, J. S., Nation, R. D., & Clegg, D. K. 2008. *Mathematical Thinking and Quantitative Reasoning*. Houghton Mifflin Company: Boston.

Barnett, R. A. 1980. *Elementary Algebra Structure and Use*. America: McGraw-Hill, Inc

Bain, L.J. & Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics.* Edisi Kedua. Belmont, California: Duxbury Press.

Barnett, Raymond A. 1980. *Elementary Algebra Structure and Use*. America: McGraw-Hill, Inc

Bluman, A.G. 2005. *Probability Demystified (A Self-Teaching Guide)*. USA: Mc Graw Hill Companies, Inc.

Croft, C. 2002. *Students' Integrated Maths Module for Linear Functions 1*.OTRNet Publication. Wooroloo, Australia.

Freund, John E., & Ronald E. Walpole. 1987. *Mathematical Statistics (Fourth Edition)*. USA: Prentice Hall.

Kindt, M., Dekker, T., and Burrill, G. 2006. *Algebra rules (Mathematics in Context)*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.

Klerk, J. 2007. *Illustrated Maths Dictionary*. 4th Ed. Melbourne: Pearson Education Australia.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Moving Straight Ahead: Linear Relationship*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *What Do You Expect? Probability and Expected Value.* Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Variables and Patterns: Introducing Algebra.* Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Looking for Pythagoras: The Pythagorean Theorem.* Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Samples and Populations: Data and Statistics*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Data About Us: Statistics*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *How Likely Is It?: Probability*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

Manitoba Education. 2009. *Kindergarten to Grade 8 mathematics glossary : support document for teachers*. Manitoba, Kanada: Manitoba Education, Citizenship and Youth Cataloguing in Publication Data.

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/bangun-ruang-sisi-datar-pak-tohir.jpg, diunduh tanggal 17 Agustus 2013

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/krat-dan-telur.jpg, diunduh tanggal 17 Agustus 2013

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/img_20150926_165219.jpg, diunduh tanggal 17 Agustus 2013

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/gubuk-pak-tohir.jpg, diunduh tanggal 17 Seotember 2015

Matematohir. 2013. https://matematohir.files.wordpress.com/2013/07/bangun-prisma.jpg, diunduh tanggal 17 Seotember 2015

Mathematics Sport. 2015. http://1.bp.blogspot.com/-zUnBMRHX5Ak/ViMZl2itqEI/AAAAAAAABoY/8mOx-yEyFyU/s1600/rubik-cube.jpg, diunduh tanggal 7 September 2015

MTs Raudlatul Hasanah. 2013. http://mtsraudlatul-hasanah.blogspot.co.id/2015/10/kbm-mts-raudlatul-hasanah-dempo-timur.html, diunduh 10 Oktober 2015

Murdock, J., Kamischke, E., & Kamischke, E. 2007.*Discovering Algebra: An Investigative Approach*. 2^{nd} Ed. California: Key Curriculum Press.

Musser, G. L., Burger, W. F., dan Peterson, B. E. *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach*. New Jersey: John Wiley & Son, Inc.

Rahaju, E.B. dkk, 2008. *Contextual Teaching and Learning Matematika*. Pusat Perbukuan Depdiknas.

Serra, M. 2007. *Discovering Geometry: An Investigative Approach*. 2^{nd} Ed. California: Key Curriculum Press.

Serra, Michael. 2008. Discovering Geometry An Investigative Approach. America: Key Curriculum Press

Sukino & Wilson, S. 2006. *Matematika untuk SMP Kela VIII*. Erlangga: Jakarta.

Sukino. 2009. *Maestro Olimpiade Matematika SMP Seri B*. Erlangga: Jakarta.

TIM. 2008. *California Math Triumphs Volume 3A*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.

TIM. 2004. *Glencoe Mathematics Geometry (Florida Edition)*. USA: Glencoe/ McGraw Hill Companies, Inc.

TIM. 2008. *California Math Triumphs For Algebra 1*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.

Tohir, Mohammad. 2014. *Penerapan Konsep Aljabar dalam Pemecahan Masalah*: https://matematohir.wordpress.com/2014/01/22/penerapan-konsep-aljabar-dalam-pemecahan-masalah/, diunduh tanggal 27 Agustus 2015

Tohir, Mohammad.2013-2015, *Kumpulan Soal Pengayaan UAS dan UN Matematika SMP*: https://matematohir.wordpress.com/category/soal-pengayaan-uas/, diunduh tanggal 17 September 2015

Tohir, Mohammad.2013-2015, *Solusi Soal UN Matematika SMP*: http://olimattohir.blogspot.co.id/search/label/Solusi%20Soal%20UN, diunduh tanggal 17 September 2015

Tohir, Mohammad. 2013. *Kumpulan Soal dan Pembahasan Olimpiade Matematika SMP*: http://olimattohir.blogspot.co.id/2013/06/olimpiade-matematika.html, diunduh tanggal 10 Oktober 2015

Tohir, Mohammad. 2015. *Menentukan Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar Gabungan*: http://olimattohir.blogspot.co.id/2015/11/menentukan-luas-permukaan-dan-volume.html, diunduh tanggal 19 November 2015

Turmudi. 2012. *Tarif Taxi Dan Biaya Fotocopy Untuk Pengenalan Konsep Fungsi Linear Di Smpn 12 Bandung: Lesson Study.* KNM XVI. UNPAD.

Van de Walle, J. A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.M. 2010. *Elementary and Middle School Matheatics: Teaching Developmentally*. Boton, MA: Pearson.

Whitney, F. B., et al. 2008. *California Math Triumphs Volume 4B: The Core Processes of Mathematics*. Columbus, OH: Macmillan/McGraw-Hill-Glencoe.

Wijers, M., Roodhardt, A., van Reeuwijk, M., Dekker, T., Burrill, G., Cole, B.R.,&Pligge, M .A. 2006. *Building Formulas.*In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), Mathematics in Context. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.

WWW.CEMC.UWATERLOO.CA. The CENTRE for EDUCATION in MATHEMATICS and COMPUTING. Problem of the Week Problem C.

Bangun Ruang	Suatu objek yang memiliki dimensi panjang, lebar, dan tinggi, misalnya, prisma, limas, kubus).
Bagan/chart	Diagram yang menggambarkan informasi dalam bentuk tabel, grafik, atau gambar..
Bidang koordinat	Bidang yang dibentuk oleh sumbu horizontal dan sumbu vertikal, seringkali dinamai sumbu-x untuk garis horizontal dan sumbu-y untuk garis vertikal; terdiri atas kuadran 1 sampai 4 yang ditandai dengan menggunakan angka romawi I, II, III, dan IV.
Busur	Kurva lengkung yang berhimpit dengan suatu lingkaran.
Data	Informasi yang dikumpulkan. Data biasanya dalam bentuk bilangan, dikumpulkan dalam bentuk tabel, diolah dalam bentuk diagram.
Deret bilangan	Penjumlahan dari suku-suku pada barisan bilangan.
Diameter	Segmen garis pada lingkaran yang melalui pusat lingkaran.
Dua garis tegak lurus	Dua garis yang berpotongan dan membentuk sudut 90º; dua garis dengan kemiringan m_1 dan m_2, dua garis tersebut saling tegak lurus jika dan hanya jika $m_1 \times m_2 = -1$
Dua garis sejajar	Dua garis yang memiliki kemiringan yang sama. Misalkan dua garis memiliki kemiringan m_1 dan m_2, dua garis tersebut sejajar jika dan hanya jika $m_1 = m_2$.
Grafik	Representasi visual yang digunakan untuk menunjukkan hubungan numerik.

Hasil dari percobaan	Salah satu kejadian yang mungkin terjadi dalam percobaan peluang (misalnya, ketika pengetosan koin, terdapat dua
Hipotenusa	Sisi miring segitga siku-siku; sisi terpanjang segitiga siku-siku.
Jari-jari	Ruas garis yang ditarik dari pusat lingkaran ke sebarang titik pada lingkaran; sama dengan setengah diameter
Jaring-Jaring	Perpaduan beberapa poligon yang dapat dibuat bangun ruang.
Kaki segitiga siku-siku	Dua sisi segitiga siku-siku yang mengapit sudut siku-siku, bukan hipotenusa
Kejadian yang tidak mungkin	Kejadian yang besar peluangnya 0 (misal, munculnya mata dadu 7 saat melempar dadu enam sisi)
Keliling lingkaran	Panjang kurva lengkung tertutup yang berhimpit pada suatu lingkaran
Kemiringan	Perbandingan jarak vertikal terhadap horizontal suatu garis atau lintasan; disimbolkan m; persamaan garis $y = mx + b$ memiliki gradien m; besar kemiringan garis yang melalui dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
Kilogram (kg)	Satuan yang digunakan untuk mengukur massa; 1 kilogram = 1.000 gram.
Kilometer (km)	Satuan yang digunakan untuk mengukuran panjang; 1 kilometer = 1.000 meter.
Kuadran	Satu dari empat bagian bidang koordinat yang dipisahkan oleh sumbu-x dan sumbu-y. Kuadran diberi nama Kuadran I, II, III, dan IV yang dimulai dari bagian kanan atas berlawanan arah jarum jam.

Kubus	Bangun dimensi tiga dengan 6 sisi persegi sebagai bidang yang membatasi, 12 rusuk yang sama panjang, dan 8 titik
Kubik	Satuan untuk ukuran volume
Koordinat	Pasangan terurut suatu bilangan yang digunakan untuk menentukansuatu titik pada bidang koordinat, ditulis (x, y).
Limas	Bangun ruang sisi datar yang alasnya berupa poligon (segi banyak) dan sisi tegaknya adalah segitiga yang berpotongan di satu titik, yaitu titik puncak
Luas Permukaan	Jumlah luas semua sisi-sisi pada bangun ruang.
Peluang	Perbandingan antara kejadian yang sudah terjadi dengan semua kejadian yang mungkin terjadi; nilainya sama dengan atau lebih dari 0 dan kurang dari atau sama dengan 1
Peluang Teoretik	Perbandingan hasil terhadap ruang sampel pada suatu eksperimen
Peluang Empirik	Perbandingan banyak kali muncul kejadian tertentu terhadap n kali Perbandingan suatu bilangan yang digunakan untuk membandingkan dua besaran.
Persamaan linear dua variabel	Kalimat matematika yang dinyatakan dalam bentuk $ax + by = c$, dengan $a, b \neq 0$.
Persamaan garis lurus	Pernyataan matematika yang menyatakan dua ekspresi aljabar adalah sama. pernyataan yang berisi tanda sama dengan (=). Misalnya, $y = ax + b$; dinyatakan oleh garis lurus pada bidang koordinat.
Persegi panjang	Bangun segi empat dengan empat sudut siku-siku; jajar genjang yang keempat sudutnya siku-siku; persegi adalah persegi panjang khusus.

pi (π)	Perbandingan keliling lingkaran dengan diameternya; nilainya mendekati 3,141592654...
Prisma	Bangun ruang sisi datar yang memiliki dua sisi yang sama dan sejajar sebagai alasnya
Prisma persegi panjang	Prisma dengan enam sisi yang berbentuk persegi panjang; prisma dengan alas berupa persegi panjang
Prisma Segitiga Siku-Siku	Prisma dengan alas segitiga siku-siku
Pola	Sebuah susunan yang mempunyai bentuk teratur dari bentuk satu ke bentuk berikutnya.
Ruang Sampel	Himpunan semua hasil yang mungkin dalam suatu eksperimen (dalam materi peluang). Misalnya, ruang sampel dua koin yang dilempar adalah (*A, A*), (*A, G*), (*G, A*), (*G, G*)
Rusuk	Ruas garis hasil perpotongan dua bidang pada bangun ruang.
Selesaian	Nilai (satu atau lebih) yang membuat persamaan atau kalimat terbuka menjadi benar
Statistik	Hasil analisis atau pengolahan data
Sumbu	Garis horizontal atau vertikal yang digunakan dalam sistem koordinat Cartesius meletakkan titik pada bidang koordinat.
Sumbu-*x*	Garis bilangan horizontal pada bidang koordinat.
Sumbu-*y*	Garis bilangan vertikal pada bidang koordinat.
Teorema *Pythagoras*	Hubungan matematis yang menyatakan bahwa dalam segitiga siku-siku jumlah kuadrat dari panjang dua sisi sama dengan kuadrat sisi miringnya (*hipotenusa*); jika *a* dan *b* adalah panjang dua sisi segitiga siku-siku dan c adalah panjang sisi miring (hipotenus), maka $a^2 + b^2 = c^2$.

Tinggi	Jarak dari alas dengan titik puncak bangun ruang (misal, tinggi limas); jarak dua jarak dua bidang alas dan tutup suatu bangun ruang (misal, tinggi prisma)
Titik Asal	Titik pada bidang koordinat yang merupakan titik potong sumbu-x dan sumbu-y; berkoordinat di (0, 0).
Titik Sampel	Satu dari anggota dari ruang sampel.
Variabel	- simbol yang mewakili suatu bilangan dalam suatu bentuk aljabar Misal, $2n + 3$, variabelnya adalah n; - simbol yang digunakan untuk menyatakan nilai yang tidak diketahui dalam suatu persamaan. Misal, $a + 3 = 5$, variabelnya adalah a. - simbol yang digunakan untuk menyatakan suatu bilangan atau anggota himpunan pasangan terutut. Misal, $y = x + 3$, variabelnya adalah x dan y.
Volume	Ukuran isi dalam satuan kubik.

A...123
B...456
C...789
Indeks

Profil Penulis

Nama Lengkap : Dr. H. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, M.A.
Telp. Kantor/HP : (0341) 552182 / 081334452615
E-mail : abdur.rahman.fmipa@um.ac.id
Akun Facebook : abdurrahman.asari1
Alamat Kantor : Jurusan Matematika, FMIPA
Universitas Negeri Malang, Gedung 07
Jl. Semarang No. 5 Malang 65145

Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika, Konsultan Pendidikan, Pakar Teknologi Pembelajaran Matematika Indonesia, dan Pakar Pengembangan Materi Pendampingan Kurikulum 2013

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 1985 – Sekarang: Dosen Matematika S1, S2, dan S3 di FMIPA Universitas Negeri Malang.
2. 1996 – Sekarang: Anggota Tim Pengembang sekaligus Asisten Direktur I Lembaga Pendidikan Islam Sabilillah Malang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3: Teknologi Pembelajaran di Universitas Negeri Malang (UM) (2007-2012)
2. S2 yang ke-dua: Early and Middle Childhood Education (fokus di Pendidikan Matematika) di College of Education, The Ohio State University, USA (1994-1995)
3. S2: Pendidikan Matematika IKIP MALANG melalui program CTAB (Calon Tenaga Akademis Baru) dari Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi (1984-1990)
4. S1: Pendidikan Matematika IKIP MALANG (sekarang Universitas Negeri Malang) (1979-1983)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Siswa Matematika SMA/MA Kelas XII Semester 1 dan 2 (Tahun 2015)
2. Buku Guru Matematika SMA/MA Kelas XII (Tahun 2015)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
5. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
6. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Critical Thinking Disposition of Prospective Mathematics Teachers in Indonesia (Tahun 2014)
2. The Use of Graphic Organizer to Enhance Students' Ability Better Prepare Learner-Centered Mathematics Teaching and Learning: A Classroom Action Research (Tahun 2012)

Nama Lengkap : Mohammad Tohir, S.Pd.
Telp. Kantor/HP : (0331) 484878 / 085649672572.
E-mail : matematohir@yahoo.com
Akun Facebook : mohammadtohir.m2
Akun Twitter : tohir2349
Alamat Blog/Web : https://matematohir.wordpress.com/
http://olimattohir.blogspot.co.id/
Alamat Kantor : SMP Negeri 2 Jember
Jl. PB. Sudirman No. 26 Jember
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika, Teknologi Informasi dan Komunikasi

■ **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**

1. 2016 – sekarang: Guru Matematika di SMP Negeri 2 Jember
2. 2015 – 2016: Guru Matematika di MTs Raudlatul Hasanah – Pamekasan
3. 2005 – 2015: Guru Matematika di SMP Islam Sabilillah Malang

■ **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**

1. S2: Pendidikan Matematika Pascasarjana Universitas Jember (2016 - sampai sekarang)
2. S1: Pendidikan Matematika FKIP Universitas Islam Malang (2000-2004)

■ **Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**

1. Diktat Pembinaan Olimpiade Guru Matematika SMP untuk Kota Mojokerto, Kota Blitar, dan Kabupaten Madiun (Tahun 2016)
2. Buku Pengayaan UN Matematika SMP/MTs Kelas IX (Tahun 2016)
3. Buku Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs (Tahun 2015)
4. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
5. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
6. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
7. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014)
8. Diktat Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs (Tahun 2012 dan 2014)
9. Buku Teknologi Informasi dan Komunikasi untuk SMP Kelas IX (Tahun 2008 dan 2011)
10. Buku Teknologi Informasi dan Komunikasi untuk SMP Kelas VIII (Tahun 2007 dan 2010)
11. Buku Teknologi Informasi dan Komunikasi untuk SMP Kelas VII (Tahun 2007, 2009, dan 2011)

■ **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**

1. Analisis Kemampuan Calon Guru Matematika dalam Menerapkan Pendekatan Saintifik Berdasarkan Kurikulum 2013 di SMP Negeri 2 Jember (Tahun 2016)
2. Analisis Keterampilan Berpikir Kreatif Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Generalisasi Permutasi Deret Aritmatika Berdasarkan Level Metakognisi Mahasiswa. Pascasarjana Unversitas Jember (Tahun 2016)
3. Menjadikan Para Siswa Aktif Bertanya dalam Kelas Matematika Berdasarkan Kurikulum 2013. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pembelajarannya: Peluang Matematika dan Pembelajarannya dalam Menghadapi Masyarakat Ekonomi ASEAN (MEA). Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember (Tahun 2016)
4. Peningkatan Pemahaman Peserta Workshop dalam Menyelesaikan Soal-soal Olimpiade Matematika Bagi Guru-guru Matematika SMP di Kabupaten Madiun. Forum Guru MGMP Matematika Kabupaten Madiun (Tahun 2016)

5. Peningkatan Kemampuan Guru dalam Mengiplimentasikan Kurikulum 2013 di MTs Raudlatul Hasanah Pamekasan. Yayasan Pendidikan Islam Al-Hasanah (Tahun 2016)
6. Penerapan Pendekatan Saintifik pada Pembelajaran Matematika Ditinjau dari Sikap Kritis Siswa Kelas VIII MTs Raudlatul Hasanah Pamekasan (Tahun 2016)
7. Analisis Penerapan Kegiatan Pengamatan Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 Kurikulum 2013 di SMP Islam Sabilillah Malang (Tahun 2014)
8. Penggunaan Strategi Pembelajaran Aktif untuk Meningkatkan Efektifitas Pembelajaran Materi Aljabar bagi Siswa Kelas VIII SMP Islam Sabilillah Malang (Tahun 2012)
9. Penggunaan Media Pembelajaran Matematika Berbasis ICT untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Bangun Ruang Sisi Datar Siswa Kelas VIII SMP Islam Sabilillah Malang (Tahun 2010)
10. Pengaruh Inteligensi dan Tingkat Kedisiplinan Siswa Terhadap Pretasi Belajar Matematika SLTP Islam Sabilillah Malang (Tahun 2006)

Nama Lengkap : Ibnu Taufiq, S.Pd, M.Pd.
Telp. Kantor/HP : (0341) 567008 / 081252744540.
E-mail : taufiqibnu@yahoo.co.id
Akun Facebook : ibnu.taufiq.35
Alamat Kantor : SMP Bahrul Maghfiroh Malang
Jl. Joyo Agung Atas no 2 kota Malang
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2014 – Sekarang: Guru Matematika di SMP Bahrul Maghfiroh Malang
2. 2009 – Sekarang: Tutor PGSD di Universitas Terbuka UPBJJ Malang
3. 2003 – 2014: Guru Matematika di SMP Islam Sabilillah Malang
4. 1997 – 2003: Guru Kelas di SD Islam Sabilillah Malang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S2: Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang (2006-2009)
2. S1: Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Malang (1991-1996)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
2. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014)
5. Buku Pengayaan UN Matematika SMP/MTs Kelas IX (Tahun 2006)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. MeMeningkatkan Kemampuan Aritmatika Sosial Siswa Kelas VII SMP Islam Sabilillah Malang Melalui Pembelajaran Kontekstual "Belanja di Kantin Jujur" (Tahun 2010)
2. Pembelajaran Jigsaw Berbasis Problem Solving untuk Meningkatkan Keterampilan Menyelesaikan Soal Cerita Operasi Hitung Bilangan Bulat Siswa Kelas 5 SD Islam Sabilillah Malang (Tahun 2009)

Nama Lengkap : Erik Valentino, S.Pd., M.Pd.
Telp. Kantor/HP : 031-7671122 / 085648968803.
E-mail : erikvalentinomath@gmail.com
Blog : www.erikvalentinomath.wordpress.com
Instansi : STKIP Bina Insan Mandiri, Surabaya
Akun Facebook : erik.valentino.7
Alamat Kantor : STKIP Bina Insan Mandiri Surabaya, Jl. Raya Menganti Kramat No. 133 Surabaya
Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2014 – Sekarang: Dosen Prodi Pendidikan Matematika di STKIP Bina Insan Mandiri, Surabaya
2. 2011 – 2012: Guru Matematika di SMP, SMA, dan SMK Al-Azhar Menganti Gresik

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S2: Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Malang melalui program Beasiswa Unggulan (BU) DIKTI (2012-2014)
2. S1: Program Studi Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya (2007-2011)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
2. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Analisis Kesalahan Buku Siswa Matematika Kelas VIII SMP/MTs Semester I Kurikulum 2013. Prosiding Seminar Nasional Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang, tahun 2015.
2. Analisis Kesalahan Buku Siswa Matematika Kelas VII SMP/MTs Semester II Kurikulum 2013. Jurnal Humaniora, Kopertis Wilayah VII, tahun 2015
3. Analisis Kesalahan dan Rekomendasi Perbaikan Penyajian Buku Siswa Matematika Kelas VII SMP/MTs Semester I Kurikulum 2013. Prosiding Seminar Nasional Matematika FMIPA Universitas Negeri Surabaya tahun 2015
4. Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika yang Melibatkan Kecerdasan Majemuk (Multiple Intteligences) dengan Pendekatan Saintifik (Tesis Tahun 2014)
5. Pengaruh Kecerdasan Intrapersonal dan Interpersonal Terhadap Prestasi Belajar Matematika Siswa Kelas VIII SMPN 33 Surabaya (Skripsi Tahun 2011)
6. Tingkat Pemahaman Peserta Pelatihan Calon Instruktur Kurikulum 2013 Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs Di Vedc Malang, Seminar Nasional Matematika Pascasarjana Matematika Universitas Negeri Malang tahun 2016.

Nama Lengkap : Zainul Imron, S.Pd.
Telp. Kantor/HP : (0333) 42159 / 0852368563330.
E-mail : normiluniaz@gmail.com
Akun Twitter : @Normiluniaz
Alamat Kantor : Universitas PGRI Banyuwangi
Jalan Ikan Tongkol No.22 Banyuwangi, Jawa Timur
Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2015 – Sekarang: Dosen Pendidikan Matematika di Universitas PGRI Banyuwangi (UNIBA)
2. 2010 – Sekarang: Guru Matematika di SMP Bustanul Makmur – Banyuwangi
3. 2009 – 2012: Tentor Primagama Munear– Banyuwangi

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S2: Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang (2012-sekarang)
2. S1: Pendidikan Matematika Universitas Jember (2005-2009)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
2. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (Tahun 2014)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (Tahun 2014)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (Tahun 2014).

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

Masalah Nilai yang dicari: Penalaran Proporsional Siswa Setelah Mempelajari Rasi dan Proporsi (Tahun 2014)

Profil Penelaah

Nama Lengkap : **Dr. Agung Lukito, M.S.**
Telp. Kantor/HP : +62 31 829 3484
E-mail : gung_lukito@yahoo.co.id
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Kampus Unesa Ketintang
Jalan Ketintang Surabaya 60231
Bidang Keahlian: Matematika dan Pendidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

2010 – 2016: Dosen pada Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Surabaya

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3: Faculty of Mathematics and Informatics/Delft University of Technology (1996 – 2000)
2. S2: Fakultas Pascasarjana/Matematika/ITB Bandung (1988 – 1991)
3. S1: Fakultas PMIPA/Pendidikan Matematika/Pendidikan Matematika/ IKIP Surabaya (1981 – 1987)

Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Teks Matematika kelas 7 dan 10 (2013)
2. Buku Teks Matematika kelas 7, 8 dan 10, 11 (2014)
3. Buku Teks Matematika kelas 7, 8, 9 dan 10, 11, 12 (2015)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Pengembangan Perangkat Pendampingan Guru Matematika SD dalam Implementasi Kurikulum 2013 (2014)
2. Peluang Kerjasama Unit Pendidikan Matematika Realistik Indonesia dengan Pemangku Kepentingan, LPPM Unesa (2013)
3. Pemanfaatan Internet untuk Pengembangan Profesi Guru-guru Matematika SMP RSBI/SBI Jawa Timur, 2010, (Stranas 2010)
4. Relevansi Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) dengan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP), 2009, (Stranas 2009)

Nama Lengkap : **Dr. Ali Mahmudi**
Telp. Kantor/HP : -/0813 287 287 25
E-mail : ali_uny73@yahoo.com
Akun Facebook : https://www.facebook.com/ali.mahmudi.90
Alamat Kantor : Kampus FMIPA UNY Kampus Karangmalang Yogyakarta
Bidang Keahlian: Pedidikan Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 1999 - sekarang bekerja sebagai dosen Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY Yogyakarta

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3: Program Studi Pendidikan Matematika/Sekolah Pascarjana Universitas Pendidikan Indonesia (UPI) Bandung (2007 – 2010)

2. S2: Program Studi Pendidikan Matematika/Program Pascasarjana Universitas Negeri Surabaya (UNESA) (1997 – 2003)
3. S1: Prodi Pendidikan Matematika/Jurusan Pendidikan Matematika dan IPA/ Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) (1992 – 1997)

■ **Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):**
1. Buku teks dan non-teks pelajaran matematika sekolah yang dikoordinasikan oleh Pusat Kurikulum dan Perbukuan (Puskurbuk) Kementrian dan Kebudayaan RI sejak 2005

■ **Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**
1. Pengembangan *interakctive student's book* berbasis ICT untuk mendukung aktivitas eksplorasi konsep-konsep geometri
2. Pengembangan bahan ajar matematika dengan pendekatan kontekstual untuk pembelajaran matematika di SMK.

Nama Lengkap : **Drs. Turmudi, ., M.Sc., Ph.D.**
Telp. Kantor/HP : (0264)200395/ 081320140361
E-mail : turmudi@upi.edu
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Jl. Veteran 8 Purwakarta
Jl. Dr. Setiabudi 229 Bandung
Bidang Keahlian: Pendidikan Matematika

■ **Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:**
1. Dosen Pendidikan Matematika di S1, S2, dan S3 Universitas Pendidikan Indonesia
2. Ketua Jurusan Pendidikan Matematika 2007-2015
3. Ketua Prodi S2 dan S3 Pendidikan Matematika SPs UPI, 2012-2015 (dalam konteks terintegrasi dengan S1 Pendidikan Matematika FPMIPA UPI)
4. Direktur Kampus Daerah UPI Purwakarta, 2015- Sekarang

■ **Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:**
1. D2 : Pendidikan Matematika, FPMIPA IKIP Bandung (1982)
2. D3 : Pendidikan Matematika, FPMIPA IKIP Bandung (1983)
3. S1 : Pendidikan Matematika, FPMIPA IKIP Bandung (1986)
4. S2 : La Trobe University Australia/Graduate School of Education (1987)
5. S2 : University 0f Twente/Instructional and Training System Designs (1999)
6. S3 : La Trobe University Australia/School of Educational Studies (2007)

■ **Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):**
1. Math Project untuk SMP/MTs Kelas VII, Yrama Widya (2014)
2. Panduan Pembelajaran dan Penilaian Matematika SMA, Kemendikbud Balitbang PUSKURBUK, (2012)
3. Matematika Landasan Filosofi, Didaktis, dan Pedagogis Pembelajaran untuk Siswa Sekolah Dasar, Kementerian Agara RI, Direktorat Jenderal Pendidikan Islam Kementerian Agama RI, (2012)
4. Membangun Karakter Melalui Pemodelan Matematika (dalam Buku Pendidikan Karakter, Nilai Inti Bagi Upaya Pembinaan Kepribadian Bangsa, Widiya Aksara Press, (2011)
5. Panduan Pendidikan Matematika SMA, Pusat Perbukuan Depdiknas Jakarta, 2010

6. Membangung Karakter Bangsa Bersama Matematika (dalam Buku Potret Profesionalisme Gulu dalam Membangun Karakter Bangsa : pengalaman Indonesia dan Malaysia, UPI Press, (2010)
7. Penulisan BAB Pembelajaran Matematika Kini dan Kecendurangan masa Mendatang dalam Buku Bunga Rampai Pembelajaran MIPA, 10th Aniversary of the JICA-FPMIPA Building, JICA FPMIPA, (2010)
8. Matematika Eksploratif dan Investigatif, Leuser Cita Pustaka, (2010)
9. Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika untuk Guru SMK (Berparadigma Exploatif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2009)
10. Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika untuk Guru SD (Berparadigma Exploatif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2009)
11. Panduan Pendidikan Matematika untuk SMP, Pusat Perbukuan Depdiknas Jakarta, (2009)
12. Penulisan Buku Panduan Teknis Peningkatan Kemampuan Siswa Melalui Proses Pembelajaran Berbasis Motivasi, Direktorat SMA-Depdiknas Jakarta, (2009)
13. Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika untuk Guru SMP (Berparadigma Exploratif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2009)
14. Taktik dan Strategi Pembelajaran Matematika untuk Guru SMA (Berparadigma Exploratif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2008)
15. Landasan Filosofis dan Teoritis Pembelajaran Matematika (Berparadigma Exploratif dan Investigatif), Leuser Cita Pustaka, (2008)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Pengembangan Pembelajaran Matematika Berbasis Fenomena Didaktis di Pendidikan Dasar (2015)
2. Pengembangan Literasi, Sains, dan Matematika Sekolah Menengah Pertama (2014)
3. Pengembangan Pembelajaran Matematika Berbasis Fenomena Didaktis (Sebuah Terobosan Inovatif dalam Mengenali Mendesain, dan Mengimplementasikan serta Memvalidasi Bahan Ajar Matematika di Sekolah Menengah (2014)
4. Eksplosari Etnomatematika Masyarakat Baduy dan Kampung Naga (Kajian Etnopedagogi Matematika di Kampung Naga dan Baduy Dlam) (2013)
5. Pengembangan Desain Didaktis Subjek Spesifik Pedagogi Bidang Matematika dan Pendidikan Profes Guru (2011)
6. Identifkasi Keberbakatan dalam Bidang Matematika untuk Siswa SMA (2011)
7. Peningkatan Kesadaran Berinovasi dalam Pembelajaran Matematika Guru SMP melalui Lesson Study (2010)
8. Kajian Efektivitas Pelaksanaan Program DAK Bidang Pendidikan Tahun 2003-2008 (Sensus di kota Manado, Kendari, dan Baros) (2009)
9. Pengembangan Pemodelan Matematika di SMP dan SMA (2009)
10. Designing Contextual Learning Strategies for Mathematics for Junior Secondary School in Indonesia (2006)

Publikasi Ilmiah 10 Tahun Terakhir (Judul Artikel, Nama Jurnal, Tahun)

1. Open Ended Approach: An Effort in Cultivating Students Mathematical Creative Thinking Ability and Self-Esteem in Mathematics, ISSN:(2087-885)(e-ISSN 2407-0610) (2016)
2. Development of Didactical Design of Mathematics Pedagogy Through Professional Program of Mathematics Teacher, ISSN:(2302-996x) (2014)
3. Model Pengembangan Desain Didaktis Subject Specific Pedagogy Bidang Matematika Melalui Program Pendidikan Profesi Guru, ISSN:(1412-0917) (2014)

1. Pengembangan Pembelajaran Matematika dengan Pemodelan (Mathematical Modeling) Berbasis Realistik untuk Mahasiswa, ISSN:(1412-0917) (2014)
2. Enhancing Mathematical Communication Skills for Students of Islamic Senior High School with RME Approach, ISSN:(0973-5631) (2013)
3. Teachers Perception Toward Mathematics Teaching Innovation in Indonesian Junior High School: An Exploratory Factor Analysis (2012)
4. Professional Development for Junior Secondary School Teacher Based on The Realistic Mathematics Framework in Indonesia, ISSN:(0973-5631) (2011)

Nama Lengkap : **Prof. Dr. Widowati, S.Si, M.Si**
Telp. Kantor/HP : 085100789493/08156558264
E-mail : wiwied_mathundip@yahoo.com
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedharto, SH, Tembalang, Semarang
Bidang Keahlian: Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 1994-sekarang : Dosen Tetap Jurusan Matematika, Universitas Diponegoro Semarang
2. 2008-2011 : Ketua Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Diponegoro Semarang
3. 2011-2015 : Pembantu Dekan II Fakultas Sains dan Matematika(FSM), Universitas Diponegoro Semarang
4. 2015-sekarang : Dekan Fakultas Sains dan Matematika(FSM), Universitas Diponegoro Semarang

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3: Program Pasca Sarjana/Prodi Matematika/Universitas Diponegoro (1993-1998)
2. S2: Program Pasca Sarjana/Prodi Matematika/ITB Bandung (1998-2000)
3. S1: MIPA/Prodi Matematika/ITB Bandung (1988-1993)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. PEMODELAN MATEMATIKA: Analisis dan Aplikasinyal, Undip Press (2013)
2. KALKULUS, Undip Press (2012)

Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):

1. Teori Bilangan, 2015
2. Matematika SMP, 2016
3. Matematika SMA, 2016

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Aplikasi pengendali $H\infty$ Berorde Minimum Untuk Meredam Getaran pada Bangunan Bertingkat (Matematika Terapan) (2006)
2. Pengembangan Model Logistik untuk Menganalisis Pertumbuhan Sel Tumor (Pemodelan Matematika) (2007)
3. Konstruksi Model Dinamika Nitrogen Untuk Memprediksi Beban Limbah Masksimum: Studi Kasus Polder Tawang Semarang (Pemodelan Matematika) (2009)
4. Model Matematika Dan Analisis Dinamik Epidemik Virus Influenz a (Pemodelan Matematika) (2009)
5. Diversifikasi Sumber Energi Alternatif Berbahan Baku Limbah Sagu (2011-2013)
6. Pemodelan Matematika dan Analisa Sebaran Suhu Permukaan Serta Kandungan Kimia Untuk Karakterisasi Panas Bumi Di Gedhong Songo , Gunung Ungaran, Semarang (2013)

7. Model Matematika Aliran Fluida dan Panas Dua Fase pada Sumur Panas Bumi (2013)
8. Pengembangan Model Matematika Kontrol Optimal Epidemik DBD (2014)
9. Pengembangan Biomonitoring Dan Biosecurity Yang Efektif Dan Akurat Menuju Aktivitas Budidaya Perikanan Berkelanjutan (Pemodelan Matematika) (2014)
10. Strategi Optimal untuk mengendalikan stok barang dengan biaya penyimpanan minimum pada hybrid level Inventory (2015)
11. Peningkatan Kapasitas Produksi Perikanan Budidaya Berkelanjutan Melalui Aplikasi Stratified Double Floating Net Cages (Sdfnc) dengan Pendekatan Intrageted Multi-Trophic Aquaculture (IMTA) (Pemodelan Matematika) (2015)
12. Modeling and control of supplier selection and inventory system with piecewise holding cost (2016)
13. Kontruksi model Model Pertumbuhan Ikan Kerapu Macan dan Ikan Bawal Bintang pada Sistem *Integrated Multi Trophic Aquaculture* (Pemodelan Matematika) (2016)

Publikasi Ilmiah 10 Tahun Terakhir (Judul Artikel, Nama Jurnal, Tahun)

1. Coprime Factor Reduction of Parameter Varying Controller, International Journal of Control, Automation, and System Science Citation Index Expanded(SCIE)), ISSN:1598-6446; Vol6, No 6,2008, pp. 836-844
2. Linear Parameter Varying Versus Linear time Invariant Reduced Order Controller Design of Turboprop Aircraf, ITB Journal, ISSN:1978-3051, Vol 44, No.2,2012, hal.169-186
3. Assement Level of Severity of Enviromental Disturbance Caused by Aquaculture Activities Using Abundance-Biomass Curves of Macrobenthic Assemblages, International Journal of Enviromental Science and development, Vol. 6, No3, 2015,pp.178-181, ISSN: 2010-0264; DOI: 10.7763/IJESED.2015.V6.585
4. Analisys of Crout, LU Cholesky Decompotion and QR Factorization: A Case Study on Relationship betwen Carbon and Nitrogen with Macrobenthos, International Journal: Waste Technology (Was Tech)Vol.2 No.2, October 2014, pp. 56-62
5. The Application of Interated Multi Trophic Aquaculture (IMTA) Using Stratified Double Net Rounded Cage (SDFNC) for Aquaculture Sustainability, International Journal of Science and Engineering (IJSE), ISSN: 2086-5023; Vol. 9, No. 2, October 2015, pp. 85-89.
6. Environmental Assesment of Polyculture Farming Practice Based on Macrobenthic Assemblages: A Case Study at Coastal area of Kaliwungu, Kendal (Central Java, Indonesia), Jurnal Teknologi (www.jurnalteknologi.utm.my.), Malaysia, 2016, In Press

Seminar Internasional 10 Tahun Terakhir (Judul, Prosiding, Tahun)

1. Model Reduction of linear parameter Varying systems, Proceeding of the International Conference on Mathematics and Its Applications, 2003, hal. 376-383, ISBN : 97995118-5-2
2. Model Reduction of Model LPV Control with Bounded Parameter Variation Rates, Proceeding of the 6th Asian Control Conference(ASCC), July 2006, hal. 289-296, ISBN 979-15017-0
3. Study the dynamics of human infection by avians influenza : case study in the central java province of Indonesia, Proceeding of the IndoMS International Conference on Mathematics and its Applications (IICMA), 2009, hal. 391-395, ISBN : 978-602-96426-0-5
4. Mathematical Modeling and analysis of ammonia, nitrite, and nitrate concentration : case study in the polder Tawang Semarang, Indonesia, Proceeding of the IndoMS International Conference on Mathematics and its Applications (IICMA), 2009, hal. 561-570, ISBN : 978-602-96426-0-5
5. Stability Analisys of SEIR Epidemiological Models with Nonlinear Incidence : Case Study in the Central java Province, Indonesia, Proceedings of the Proceedings of the 1st-International Seminar on New Paradigm and Innovation on Natural Sciences and its Appication(ISNPINSA), November 2011, hal. 87-95, ISBN : 978-602-097-331-9

1. Dynamic Analysis of Ethanol, Glucose, and Saccharomyces for Batch Fermentation, Proceeding of the SEAMS-GMU, July 2011, hal. 579-588, ISBN: 978-979-17979-3-1
2. The Quality Improvement of Mathematics of Mathematics Learning Using PBL Based on WEB, Proceedings of the Proceeding of the 2nd- International Seminar on New Paradigm an Innovationon Natural Science and its Aplication(ISNPINSA) , 2013, ISBN:978-602-18940-2-6
3. Glucose Content Of Sago Wase After Acid Pre-TreatmentHydrolysis for Bioethanol Production, Proceedings of the 3rd- International Seminar on New Paradigm and Innovation on Natural Sciences and its Application,2013, ISBN: 978-602-18940-2-6
4. Stability Analysis Of Continuosly Ethanol Fermentation Model with Gas Stripping, Proceeding of the 3rd- International Seminar on the New Paradigm and Innovation on Natural Sciences and its Application(ISNPINSA), 2013, ISBN:978-602-18940-2-6
5. Evaluation On The Application of Stratified Double Net Cages For Freshwater Fish Aquaculture: Macrobenthic Assemblages As Bioindicator, Proceeding of International Conference of Aquaculture Indonesia (ICAI), 2014, pp. 138-144
6. Mathematical Modeling of worm infection on computer in a Network: Case study in the Computer Laboratory, Mathematics Dept., Diponegoro University, Indonesia, Proceeding of the 5th- International Seminar on New Paradigm an Innovationon Natural Science and its Aplication (INSPINSA), October 2015
7. Hybrid Mathematical Model of Inventory System with Piecewise Holding Cost and its Optimal Strategy, Proceeding of the International Conference on Advanced Mechatronics, Intelligent Manufacture and Industrial Automation (ICAMIMIA), October 15-17, 2015

Journal Nasional 10 Tahun Terakhir (Judul Artikel, Nama Jurnal, Tahun)

1. Reduced-Order of Parameter Varying controller with graduated closed-lppp performanc, Majalah Ilmiah Himpunan Matematika (MIHMI)Vol. 12,No 1,2006 Hal1-15, ISSN:0854-1380
2. Analisis Kestabilan Model Dinamik Aliran Fluida Dua Fase pada sumur panas Bumi, JURNAL MATEMATIKAVol. 1,No. 1 April 2014
3. Widowati, S.M. Nababan , Roberd Saragih, Bambang Riyanto,Transformasi Reciprocal pada reduksi Model dari Sistem dengan parameter berubah-ubah, Jurnal matematika Integratif, Vol. 2, Januari 2003, hal. 57-62, ISSN : 1412-6184
4. Model logistik dengan Difusi pada Pertumbuhan Sel Tumor Echrlich Ascities, Jurnal Matematika Vol. 10, No. 3, Desember 2007, hal. 79-85, ISSN : 1410-8518
5. Pengendali LPV Polytopic untuk Sistem dengan parameter Berubah-ubah,Jurnal Matematika Vol. 10, No. 1 April 2007, hal. 8-14, ISSN : 1410-8518
6. Model Pertumbuhan Logistik dengan Waktu Tunda,Jurnal Matematika Vol. 11, no. 1, April 2008, hal. 43-51, ISSN : 1410-8518
7. Pemodelan Matematika untuk Jam Air Jenis Polyvascular Clepsydra dengan Kasus Viscosity Dominated, Jurnal matematika Vol. 11, No. 1, April 2008, hal. 13-19, ISSN : 1410-8518
8. Design Control Vibrasi Semi Aktif Reaksi Fixed point Menggunakan Pengontrol H∞, Jurnal Mtematika Vol. 12, No. 1, April 2009, hal. 45-53, ISSN : 1410-8518
9. Aplikasi Transformasi Laplace pada Persamaan Konsentrasi Oksigen Terlarut, Jurnal Sains & Matematika Vol. 17, No. 4, Oktober 2009, hal. 179-188; ISSN : 0854-0675
10. Analisis Kestabilan Model Dinamik Nitrogen dan Hubungannya dengan Pertumbuhan Alga, Jurnal Matematika Vol. 12, No. 3 Desember 2009, ISSN : 1410-8518
11. Analisis Sistem Non Linear melalui pendekatan Sistem Linear dengan Parameter Burubah-ubah, Jurnal matematika Vol. 13, No. 1, April 2010, hal. 15-19, ISSN : 1410-8518
12. Kestabilan dari Model Dinamik Penyebaran malaria, Jurnal Sains & Matematika Vol. 18 No. 4, Oktober 2010, hsl. 49-58; ISSN : 0854-0675
13. Kestabilan Sistem kontrol Jaringan terhadap Waktu tunda, Jurnal matematika Vol. 13, No. 3, Desember 2010, hal. 129-135, ISSN : 1410-8518

14. Penyelesaian Faktorisasi Koprima dengan Algoritma Euclid dan Metode Ruang Keadaan untuk Penentuan Pengendali yang Menstabilkan Sistem, Jurnal Sains & Matematika, Vol. 20, No. 1, Januari 2012; ISSN : 0854-0675
15. Perbandingan Algoritma Particle Swarm Optimization dan Differential Evolution untuk Perancangan Umpan Balik Keadaan : Studi kasus Gerak lateral Pesawat F-16,Jurnal Sains & matematika, Vol. 20, No. 4, Oktober 2012, ISSN : 0854 -0675
16. Kinerja Sistem Lup Tertutup dengan Pengendali Linear Quadratic Gaussian pada Sistem Massa Pegas, Jurnal Matematika, Vol. 16, No. 1, April 2013, ISSN : 1410-8518
17. Solusi Numerik Persamaan Difusi dengan Menggunakan Metode Beda Hingga, Jurnal Sains dan Matematika, Vo; 21, No. 3, Juli 2013; ISSN : 0854-0675
18. Penyelesaian SPL dengan Metode Faktorisasi QR untuk Model Regresi Suhu dan Ketinggian terhadap Spontaneous-Potential, Jurnal Sains & Matematika, Vol. 22, No. 2, April 2014; ISSN : 0854-0675
19. Model Pertumbuhan Logistik dengan Kontrol Optimal penyebaran demam berdarah dengeu, Jurnal Matematika Vol. 18, No. 1, April 2015
20. Nilai Eksak Bilangan Dominasi Complementary Tree Terhubung-3 pada Graf Cycle, Graf Lengkap dan Graf Wheel, Jurnal Matematika,Vol 18 No 1, April 2015

Seminar Nasional 10 Tahun Terakhir (Judul, Prosiding, Tahun)

1. Penstabilan Kuadratik dari sistem Linear dengan parameter berubah-ubah Prosiding seminar nasional Matematika, Agustus 2005, hal. 89-93, ISBN:979-704338-X
2. Perancangan Pengendali Berorde Minimum melalui Reduksi Orde Plant dan Pengendalian dengan metode perturbasi singular Prosiding seminar nasional SPMIPA 2006,pp. 8-14, ISBN:979.704.427.0
3. Efisiensi Biaya Distribusi dengan Metode Transportasi Prosiding Seminar Nasional, Juni 2007, Hal.133-139, ISBN:978-979-15945-6-1
4. Perancangan Pengendali Tereduksi Berdasarkan Faktorisasi koprima dan penempatan Pole Prosiding Seminar Nasional, Juni 2007 Hal. 122-132, ISBN: 978-979-15945-6-1
5. Rekonstruksi Gelombanng Cnoidal pada Gelombang permukaan di perairan pantai Prosiding Seminar Nasional, Juni 2010, hal.984-989 ISSN:2087-0922
6. Konstruksi Model Dinamik Pertumbuhan Alga dan Pengaruhnya pada perubahan Kadar Nitrogen Prosiding Konferensi Nasional Matematika XV, Juli 2010, hal. 386-394, ISBN: 978-602-96426-1-2
7. Solusi Periodik pada persamaan kortewegde Vries dengan Pendekatan Fungsi Riemann theta, Prosiding Seminar Nasional, November 2010, hal.373-378 ISBN:978-97916353-5-6
8. Solusi Analitik Persamaan Transport dan Distribusi Amoniak, Prosiding Seminar Nasional, Mei 2011, hal. 906-920 ISBN.978-979-097-142-4
9. Kestabilan model Dinamik Fermentasi alkohol secara Kontinu ,Prosiding Seminar Nasional, Mei 2011, hal. 894-905 ISBN: 978979-097-142-4
10. Analisi kestabilan Model Matematika dari Populasi Penderita Diabetes Mellitus, Prosiding konferensi nasional Matematika XVI, Juli 2012, hal.1043-1052, ISBN:978-602-19590-2-2
11. Model Dinamik Etanol, glukosa, dan Zymomonas Mobilis dalam Proses Fermentasi, Prosiding Seminar Nasional, September 2013, hal. 625-636, ISBN:9788-602-14387-0-1
12. Model Matematika Pengaruh Suhu dan Ketinggian terhadap Spontaneous-Potential untuk Karakterisasi Panasbumi di Gedongsongo, Semarang, Jawa Tengah; Prosiding Konferensi Nasional Matematika XVII , 11 - 14 Juni 2014, ITS, Surabaya
13. Solusi Dari Model Dnamik Interaksi Pertumbuhan Ikan Bandeng dan Udang Windu, Prosiding Seminar Nasional Matematika dan pendidikan Matematika(SNMPM), 12 September 2015 hal.99-103 ISBN:978-979-4029
14. Aplikasi Metode Dekomposisi LU di Bidang Geothermal, Prosiding SNMPM, 12 September 2015, hal 29-34, ISBN:978-979-4029

Nama Lengkap : **Prof. Dr. H. Nanang Priatna, M.Pd.**
Telp. Kantor/HP : - / -
E-mail : nanang_priatna@yahoo.com.
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Departemen Pendidikan Matematika FPMIPA
UPI, Jl. Dr. Setiabudhi No. 229 bandung
Bidang Keahlian: Pembelajaran Matematika Indonesia,
konsultan manajemen

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2013 sampai sekarang mengajar di President University Cikarang-Bekasi
2. 2012 sampai sekarang mengajar di Universitas Widyatama Bandung
3. 2011 sebagai konsultan manajemen pada Direktorat P2TK Pendidikan Dasar Ditjen Pendidikan Dasar Kemdiknas.
4. 2010 sampai sekarang sebagai Guru Besar (Profesor) dalam bidang pendidikan matematika dari Menteri Pendidikan Nasional.
5. 1988 sampai sekarang sebagai Dosen Departemen Pendidikan Matematika UPI
6. 2006 bertugas sebagai konsultan manajemen pada Direktorat Pendidikan Kesetaraan Ditjen PLS Depdikbud
7. 2007-2010 sebagai konsultan manajemen pada Direktorat TK & SD Ditjen Dikdasmen Kemdikbud
8. mengajar di beberapa STIE

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S3 Program Studi Pendidikan Matematika dari Universitas Pendidikan Indonesia tahun 2003)
2. S2 Program Studi Pendidikan Matematika dari IKIP Malang tahun 1994
3. S1 Program Studi Pendidikan Matematika di IKIP Bandung tahun 1987

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. -

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):

1. Analisis Daya Serap Matematika Siswa SD Tingkat Nasional (Tahun 2008).
2. Capaian Hasil Ujian Akhir Sekolah Berstandar Nasional dan Pemetaan Mutu Pendidikan SD secara Nasional (Tahun 2008).
3. Kajian Pembelajaran Calistung (Membaca, Menulis, dan Berhitung) Kelas Awal di Sekolah Dasar Wilayah Indonesia Bagian Timur (Tahun 2009).
4. Analisis Daya Serap Matematika Siswa SD Tingkat Nasional (Tahun 2010).
5. Pembelajaran Matematika Interaktif untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran, Komunikasi, dan Pemecahan Masalah Matematis Tahap I (Tahun 2012).
6. Pembelajaran Matematika Interaktif untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran, Komunikasi, dan Pemecahan Masalah Matematis Tahap II (Tahun 2013).
7. Desain dan Pengembangan Pembelajaran Berbasis Masalah Berbantuan Komputer untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis, Berpikir Kreatif, dan Disposisi Matematis Siswa SMP (Tahun 2013).
8. Desain dan Pengembangan Pembelajaran dengan Pendekatan Open-Ended Berbantuan Geogebra untuk Meningkatkan Spatial Ability, Berpikir Kritis, dan Self-Concept Siswa SMP (Tahun 2014).
9. Desain dan Pengembangan Model Brain-Based Learning untuk Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis, Berpikir Logis, dan Self-Efficacy Siswa SMP (Tahun 2015).
10. Penerapan Prinsip Brain-Based Learning Berbantuan Geogebra untuk Meningkatkan Spatial Ability, Kemampuan Abstraksi, dan Berpikir Kreatif Matematis Siswa SMP Tahap I (Tahun 2016).

Nama Lengkap : **Dr. Yudi Satria, MT**
Telp. Kantor/HP : (021) 786 3439/0813 9234 1125
E-mail : yudi.satria@gmail.com
Akun Facebook : -
Alamat Kantor : Departemen Matematika FMIPA UI, Depok
Bidang Keahlian: Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:
1992 – sekarang: Dosen di Departemen Matematika FMIPA UI

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:
1. S3: Fakultas Ilmu Komputer Universitas Indonesia (tahun 2001 – 2006)
2. S2: Fakultas Teknologi Industri Jurusan Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung (tahun 1995 – 1998)
3. S1: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia jurusan Matematika (tahun 1984 – 1991)

Judul buku yang pernah ditelaah (10 Tahun Terakhir):
1. Matematika Wajib SMP
2. Matematika Wajib SMA

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):
-

Profil Editor

Nama Lengkap : **Yogi Anggraena, S.Si, M.Si.**
Telp. Kantor/HP : 082345678219
E-mail : yogi_anggraena@yahoo.com
Akun Facebook : Yogi Anggraena
Alamat Kantor : Jl. Gunung Sahari Raya, Jakarta Pusat
Bidang Keahlian: Matematika

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:
1. 2011 – 2016: Pusat Kurikulum dan Perbukuan
2. 2008 -2011: Pusat Perbukuan
3. 2006 – 2008: SMART Ekselensia
4. 2004 – 2006: FDI PLS Provinsi Jawa Barat

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:
1. S2: FMIPA/ Matematika/ UI (2012 -2014)
2. S1: FMIPA / Matematika/ IPB (1999 – 2004)

Judul buku yang pernah diedit (10 Tahun Terakhir):
1. Buku Teks Pelajaran Matematika Kelas 7, 8, dan 9

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir):
-

Profil Ilustrator

Nama Lengkap : **Suharno**
Telp. Kantor/HP : -/081218505258
E-mail : suharno_hnh@yahoo.co.id
Akun Facebook : Suharno Aja
Alamat Kantor : -
Bidang Keahlian: -

Riwayat pekerjaan/profesi dalam 10 tahun terakhir:

1. 2008 – 2012: ikut membantu pengolahan Buku Sekolah Elektronik (BSE) sebagai *setter* yang diselenggarakan oleh Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud.

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

-

Buku yang pernah di buat ilustrasi (10 Tahun Terakhir):

1. Buku Teks Matematika Kurikulum 2013 kelas 7 dan 8 (2013)
2. Buku Teks Matematika Kurikulum 2013 kelas 12 (2015)
3. Buku Teks Matematika Kurikulum 2013 kelas 7 dan 8 (2016)